

## [算数・数学]

## 正しく立式する力を獲得するための指導の一考察

－図を通して児童が主体的・対話的に演算決定について  
学び合う姿を目指した第6学年算数科の実践から－

信田 哲志\*

## 1 はじめに

小学校算数科の課題として、「文章題における演算決定及び立式指導の難しさ」を感じ続けている。特に高学年の立式指導に苦慮する場合が多く、乗法で求答する問題と除法で求答する問題とが混在する場合や、「割合」「速さ」「倍の計算」といった単元などでは、適切な立式ができず、正しい答えを導くことができない児童が多い。それだけでなく、「分数のかけ算」や「分数のわり算」などのように、学習する単元によって演算方法が限定されているような場合でも、乗（除）数と被乗（除）数を適切に選択できない児童も少なくない。

文章題の答えを導くためには、「①文中の数量の相互関係の把握 ②演算決定（立式） ③計算」という、3つのステップを正しく行う必要があるが、学年が進むにつれて、小数や分数といった実感を伴いにくい数量を扱うことや、小学校算数科における難教材とされる「割合」の考えを必要とする問題場面が増える。そのため、数値の相互関係の把握や演算決定を困難にする場合があり、理解を促すことが難しくなる場合がある。

また、文章題の学習では、演算決定の理由について、例えばペアやグループ学習を活用して教え合ったり、理解に優れた児童に説明をさせたりするような指導を行うことがある。しかし、新学習指導要領への移行を目前にし、高学年の文章題学習における「児童同士の主体的で対話的な深い学び」の在り方についても今一度考える必要性を感じた。

## 2 研究の目的

上記の課題を克服する上で、「図（表を含む）の活用」が不可欠であると考え。図の有効性については、花形<sup>1)</sup>の「数量関係図」や、吉田・河野<sup>2)</sup>らの「割合のイメージを生かした表像（割合メーター）」など、問題把握や概念の理解に有効に機能することが様々な先行研究において明らかにされている。

一方で、図を有効に活用した学習が計画的、継続的に行われているかについては疑問が残る。このことについて中村<sup>3)</sup>は、「本来は、問題を読んで、子どもが自分で数直線をかけるように指導すべきである。しかし、その指導は必ずしも徹底されていない。（中略）整数の乗法、除法から長いスパンで指導をくり返し行う必要がある。」と述べている。

そこで、高学年段階での図に関する学習の再構築を行うことで、演算決定能力を向上させることができるのではないかと考えた。第6学年における乗除の演算決定を必要とする単元を、「図に関する視点」から系統立て、正しく立式する能力に向上がみられるかどうかを検証する。その中で、以下の点についての成果が見られるかについて考察する。

## (1) 既習事項（概念）の学び直し

第6学年における文章題は、「割合」などのこれまでに学習してきた考え方が多分に含まれる。吉田・河野らの実践を踏まえれば、これらの文章題について図を用いて考えることは、既習事項（既習概念）を学び直すことになると考えられる。それが、問題場面の把握につながり、結果的に正しく立式する能力の獲得に結び付くはずである。

## (2) 図をよりどころにした話合いの活性化

言葉のみによる話合いでは、当事者同士の獲得している知識や概念のレベルに差がある場合、一方の説明を聞くだけの活動に終始する場合がある。しかし、図があることで「考え方」や「概念」という目に見えないものを、目に見える「イメージ」として存在させることができる。それが、主体的・対話的に学習する児童の姿となって現れ、深い学びにつながることを期待する。

## 3 研究の進め方

## (1) 図に関する目標と指導内容の整理

教科書は、「みんなと学ぶ小学校算数 6年（学校図書）」を用い、指導内容と計画も教科書に準ずる。第6学年1学

\* 魚沼市立堀之内小学校

期の学習内容から、分数の乗除を用いる文章題を扱う単元を整理し、図に関する観点からみた単元の目標と指導内容、既習事項との関連を明確にし、以下の通りに系統立てた（表1）。これに従い、図や表に重点を置いた指導を行う。

＜表1 図に関する観点からみた単元の目標と指導内容の系統イメージ＞

単元	目 標 ※（ ）は評価の観点	指導内容	既習事項との関連
「分数のかけ算」	図の理解を深める ・簡潔な図の型が分かる（知・理） ・図を乗法の問題に適用できる（考） ・図から乗法の式が立式できる（技） ・立式の根拠を図から説明できる（考）	簡潔な図の理解 ① 簡潔な図への転換 ② 問題文を図へ変換する学習 ③ 図からの立式演習 ④ 図を根拠とする立式の理由の説明	「数直線」 「比例」 「倍の計算」 「分数倍（割合）」
「分数のわり算」	図の応用1 ・図を除法の問題に適用できる（考）	除法への適用 ⑤ ①～④に準ずる ⑥ 1に向かう図の見方の理解	「1を求める計算」 「割合」
	図の応用2 ・基準量をXとする問題に図を応用することができる（考） ・図を根拠にして乗除の判断について説明できる（考・技）	文字式への適用 ⑦ Xに向かう図や表の見方の理解 ⑧ 図による乗除の判別演習及び理由の説明 ⑨ 図と問題文の対応付け活動 ⑩ 図に合わせた問題文づくり	「文字式」 「分数のかけ算」
「倍の計算」	図の応用3 ・図を割合の問題に適用することができる（考・技）	割合（倍の計算）への適用 ⑪ 問題文に1のない場合の図のかき方の理解 ⑫ 図からの立式演習及び理由の説明	「テープ図」 「割合（倍の計算）」 「分数のかけ算」 「分数のわり算」
「小数と分数の計算」	図の活用 ・必要に応じて図を用い、様々な文章題を正しく立式することができる（技） ・図を用いて、文章題の立式や割合（倍）の考え方を分かりやすく説明できる（考）	図を様々な場面に活用する ⑬ 基準量を求めてから比較量を求める2段階の文章題の学習 ⑭ 5年生に「割合」を分かりやすく伝える活動（準備・活動は3学期）	

## (2) 評価の方法

対象児童に対し、「分数のかけ算」の学習前に、図に関する意識アンケート（表2）を行い、各項目を4段階（4…「とてもそう思う」、3…「まあそう思う」、2…「あまり思わない」、1…「全く思わない」）で評価させる。また、確認問題として、第5学年の内容における分数

×（÷）整数の計算を用いる文章題（乗除、割合の問題が混在）を行い、正しく立式できた児童の割合を調査する。その後、「分数のかけ算」「分数のわり算」の2単元において、表2に示した手順で指導を行い、学習前と同様の意識アンケート及び調査問題（公平性をもたせるため第5学年の内容で問題文を変更）を行う。

事前と事後の調査結果の比較、ワークシートや振り返り、「分数のかけ算」「分数のわり算」のワークテストにおける文章題立式の正答率について分析し、図の活用に対する肯定的な評価及び正しく立式する能力に向上が見られたか判断する。

＜表2 図に関する意識アンケート項目＞

調査項目	評価
1. 問題を解くとき、図や表などを見て考えている。	4 - 3 - 2 - 1
2. 図や表を見ると、計算方法が分かりやすい。	4 - 3 - 2 - 1
3. 図や表を自分でかくことができる。	4 - 3 - 2 - 1
4. 図や表の意味が分かる。	4 - 3 - 2 - 1
5. 図や表は、考えを伝えたり話し合ったりするのに役立つ。	4 - 3 - 2 - 1

## 4 実践と考察

### (1) 分数のかけ算Ⅰ（指導内容①・②）「図の基本型と見方」を養う

大野<sup>4)</sup>は、算数科における図について、「図をかかせることはあたりまえであるが、何の指導もなしにかけられるようになるわけではなく、また、より洗練された図をかけるようになる必要がある。さらに、2数直線を自らかけるような状態にまで育っていると、難教材である割合の理解も困難にはならない。」としている。本時は、教科書等に提示される2数直線やテープ図、表のような一般的なものを、「図」とまとめて定義し、文章題を大野の提唱するような洗練された簡潔な図の在り方や、式との関係についての理解を深めることをねらいとする。

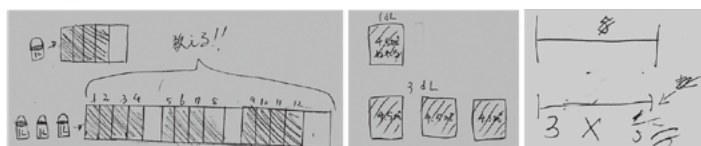
#### ① 実践

「分数のかけ算」の1時間目では、分数×整数（第5学年の内容）の文章題を1時間かけて取り扱った。問題文から立式させた後、「なぜその式になるのか」と問い、言葉での説明と、図での説明を求めた。

へいに緑のペンキをぬります。このペンキは1 dLあたり4/5㎡ぬれます。このペンキ3 dLでは、何㎡ぬれるでしょうか。

この問題の立式は、児童にとってそれほど難しいものではなかったようであった。言葉での説明においても、「ペンキの量が3倍に増えたから、ぬれる面積も3倍に増える。」といった記述が多く見られた。しかし、それを図に表す段

階になると、どうかけばよいか分からずにいる児童や、次のような図をかく児童が出現した（図1）。この時点では、2数直線のような洗練された簡潔な図をかく児童は少なかった。そこで、教科書に提示されているような図がどんなものであったかを想起させながら、どんな図が優れた図であるかを問うた。すると児童らは、「分かりやすいってことじゃないの。」「絵とかじゃなくて、テープ図みたいにパッとかける図ってことでしょ。」「式を考えるためだから、式を立てやすい方がいいんじゃないか。」など、洗練された図の在り方について考え始めた。



＜図1 児童のかいた図の例＞

そこで、「グループで図を考えて提案する」という課題を設定し、各グループから提案された図を見比べながら、共通する部分や簡略化できる部分について検討させた。また、「式を立てやすい方がよい」という児童の考えから、ペンキの量とぬれる面積の比例関係を、図の中にどう表現すればよいか考えさせた。すると、「3倍というのは $\times 3$ と表記すればよい。」「1 dLから3 dLに増える $\times 3$ だから、矢印があった方がよい。」「じゃあ、面積の方も同じように $\times 3$ や矢印をかいた方がよい。」といった意見が出された。

そこで、「グループで図を考えて提案する」という課題を設定し、各グループから提案された図を見比べながら、共通する部分や簡略化できる部分について検討させた。また、「式を立てやすい方がよい」という児童の考えから、ペンキの量とぬれる面積の比例関係を、図の中にどう表現すればよいか考えさせた。すると、「3倍というのは $\times 3$ と表記すればよい。」「1 dLから3 dLに増える $\times 3$ だから、矢印があった方がよい。」「じゃあ、面積の方も同じように $\times 3$ や矢印をかいた方がよい。」といった意見が出された。

こうした児童の考えを、教師が介入しながら図に表し、どの部分が式を意味しているのかを押さえて、3パターンの図と立式の仕方をまとめた（図2）。

## ② 考察

これまであまり着目してこなかった図について、比較的分かりやすい数値でじっくりと学び直すことで、立式の根拠となることや、自分の立式に自信をもてることなど、図のよさや、自分なりの活用の仕方について再考している様子が伺えた。以下は、学習後の児童の主な振り返りである。

2数直線型	表型	関係図型

＜図2 対象学級における図の基本型の3パターン及び立式のための見方＞

- ・はじめは図をうまくかけなかったけれど、意外と簡単にかけるのだと思った。 [かき方の理解]
- ・今まであまり図を見ていなかったで、これからはちゃんと見たいです。 [よさの理解]
- ・図をかけば式が出せることが分った。 [よさの理解・図の活用の技能]

## (2) 分数のかけ算Ⅱ（指導内容③） 「分数倍の意味の再理解」

### ① 実践

1 dLあたり  $4/5$  m<sup>2</sup>ぬれるペンキは、 $1/3$  dLでは何m<sup>2</sup>ぬれるでしょうか。

前時の問題から、ペンキの量だけが変わっている。しかし、この問題文を2数直線型の図に変換させたところ、「数値を書く位置」と「比例関係の表現方法」の2点を明確にする必要が出てきた。そこで、3つの図（図3）を取り上げ、この2点について話し合った。

まず、図アに対してA男が、「この図は数字が逆だね。」と発言した。数直線であるからには、右側の数値が大きくなければならないのだという。A男と同様の考えである児童は多く、図アは適切でないと結論づけられた。

その後、図イと図ウを比較し、 $\times 1/3$ と $\div 3$ のどちらが適切であるか話し合った。どちらも計算の意味は同じであることを確認したが、

中には $\times 1/3$ の考え方に納得しない児童もいた。その理由は、「矢印が左に向かうということは減るという意味なのに、かけ算をするのはおかしい。」というものであった。乗法は答えが増加する場合のみ用いられるのだという。そこで、 $1/3$ が1より小さい分数であることを改めて確認し、「分数以外で、1より小さい数をかける計算をしたことはなかったか。」と問うた。すると、児童らは「小数のかけ算」の学習を思い出し、分数と小数が同様の意味をもっていること、答えが減少する場合にもかけ算を用いていたことに気付き、先の児童らも矢印が左に向かうことに納得するこ

図ア	図イ	図ウ

＜図3 筆者が取り上げた3つの図＞



とができた。これは表型においても同様であるとされた。ただし、この時点では $\times 1/3$ と $\div 3$ のどちらも適切であるとし、ペンキの量が $2/3$  dLになる問題において、分数倍の方が分かりやすく簡潔であることを確認し、先の問題も「矢印は左に向かい、 $\times 1/3$ とする方が適切である。」と結論づけられた。

## ② 考察

図があることで、児童の中で議論すべきことが焦点化された。これは、自分の考えと他者の考えとの共通点や相違点が、図によって明確になったことが要因であろう。「自由に席を立てて確認してもよい」と指示を出したところ、児童は意欲的に話し合った。図が、児童の発話及び主体的に学び合う意欲を促進したのである。その中で、数直線や分数倍について話し合う必然性が生まれ、数量の相互関係に留意して問題文を読む意識や、分数倍の意味を再獲得する場が与えられた。また、ペンキの量が $2/3$  dLになった場合も、児童は「 $4/5 \times 2/3$ になるだろう」と見通しをもって問題文を図に変換し、やはり同様の式が導かれたことから、図が立式のたしかめとしても機能することを実感することができたと考える。

## (3) 分数のかけ算Ⅲ（指導内容④） 「図を活用した算数的活動の工夫」

### ① 実践

乗法の図に関する児童の習熟が図られてきた段階で、自分にとって最も分かりやすいと思う図を1つ選択させ、同じ方法を選択した児童とペアを組ませて、以下のような学習を行った。

1 m<sup>2</sup>あたり $4/7$  kgの米がとれる田があります。この田 $5/8$  m<sup>2</sup>から何kgの米がとれるでしょうか。

ペアで1枚の紙に、自分たちが選択した図を問題文に合わせてかかせた。これを提出させた後、他グループの図をもたせ、その図の意味や、立式の仕方を正しく説明できているかを評価し合った。その中で、多くの児童は、「1 m<sup>2</sup>が $5/6$  m<sup>2</sup>になったから」と、問題文の条件変化に合わせて説明をしていたのに対し、B男とC子のペアは、右のように「まず1のある方を見ると」という言葉から説明を始めた。

B男：まず1のある方を見ると、1が $5/8$ になったから、こっちは $5/8$ 倍になります。  
 C子：だから、こっち（米の量）も $5/8$ 倍になります。  
 B男： $4/7$ を $5/8$ 倍するから、式は $4/7 \times 5/8$ になります。  
 C子：どうですか。  
 D子・E男：いいです。

この発言を学級で共有し、なぜそのような説明をしたのかを児童らに考えさせた。その後、B男とC子のペアにも説明を求めると、「図を見て何倍かを考えるときに、いつも1のある方から先に見ている。」と説明した。さらにB男は、「 $4/7$ が1でもとになって、それが $5/8$ になるのだから、こっち（米の量・ $4/7$ ）も同じだけ数字をかければよい。」と続けた。

## ② 考察

これまで3種類の図について偏りなく学習してきたため、他グループの図にも戸惑いを感じることなく説明を行う児童が多く、図の意味や見方についての理解が確実に高まっていることが感じられた。また、B男とC子の「まず1のある方を見る」という発言が、学級の児童らに「1に着目する」という見方を気付かせた。全員が図をかく中で、無意識に行っていたことが意味付けられ、実感を伴う理解が得られたのである。この見方は、後の除法の学習でも生かされる重要なキーワードとなった。

また、B男の「 $4/7$ が1でもとになって」という発言は、1 m<sup>2</sup>を、 $4/7$  kgの基準量を表す「1」と見ればよいことに気づいた発言である。これは、児童が苦手とする「割合」の概念にも結び付く重要な考え方であり、図による学習が、既習事項の再獲得と結び付くことが明らかになった。

## (4) 分数のわり算Ⅰ（指導内容⑥） 「1に向かう見方と1にする計算」の感覚

「分数で割る」という概念は、生活場面において一般的ではなく、児童にとっては難易度が高い。白石<sup>5)</sup>は、「児童らは、ある数をその数自身でわると1になるという感覚を十分に経験してきていない。」と述べている。山口<sup>6)</sup>も、割合の第3用法で必要とされる1へ向かう横の見方の難しさと、重点的な指導について言及している。このことから、図を用いることで、こうした見方について十分に思考させ、技能の習熟を図る。

### ① 実践

$2/5$  m<sup>2</sup>のへいをぬるのに、黄色いペンキを3 dL使います。このペンキでは1 dLあたり何m<sup>2</sup>ぬれるでしょうか。

文章題から立式するよう求めると、図をかいて途中で手が止まる児童、「 $3 \times 2/5$ 」や「 $3 \div 2/5$ 」等の立式を

する児童が数名出現した。正しく立式した児童に説明を求めると、「ペンキの量が1 dLになるから、3で割ればよい。」と答えた。しかし、正しく立式できなかった児童の反応はいまひとつであった。

そこで、「 $2/5 \div 3$ 」という式が本当に正しいか、その根拠はどうすれば説明できるかを話し合い、「図で考えてみる」という結論に至った。そこで、分かりやすいと感じた児童が最も多かった2数直線を用いたアプローチによって、解決の方法を探ることとした。その中で、図に矢印を引く段階で1つ目の問題点が明らかになった。それは「矢印を引く方向」である。ペンキの量の変化に注目させることで、3 dLから1 dLへ向かった矢印が適切であることを確認するとともに、「1に向かう見方」があることを共通理解した。

その後は、3から1へ向かう矢印の意味をどう表すかが問題になった。乗法の場合は、その意味が〇倍と容易に考えることができるが、この問題の場合は「 $\div 3$ 」だとすぐに考えられない児童も少なくなかった。そこで、 $2/5$  mを6 mとして思考させたり、3 dLあるペンキを1 dL分にするにはどういう計算が必要か等の助言をしたりすることで、ようやく全員が「 $\div 3$ 」とすればよいことに気付いた。その後は、「分数のかけ算」の学習と同様に、問題文を図に変換して立式したり、図を根拠として演算決定の理由を説明したりする活動を継続的に行った。

## ② 考察

図を完成させるという活動の中で、3を1にするという「見方と方法」について考える必然性が生まれた。そして、3 dLを別の数値に置き換えて再思考させることで、「同じ数で割れば1になる」という共通性に気付いた。ペンキの量を $3/4$  dLにしても、「 $3/4$ を1にするから $\div 3/4$ だ」と考えて図を完成させ、正しく立式することができたことから、1に向かう見方と計算の感覚が理解されたと考える。

## (5) 分数のわり算Ⅱ（指導内容⑦）「Xに向かう見方とXにする計算」の感覚

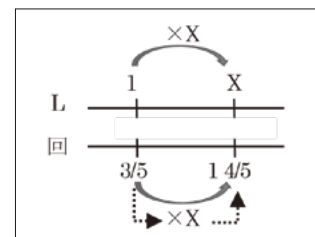
除法の学習において、文字を用いた乗法の式を考える学習がある。問題文と児童の様子は以下の通りである。

### ① 実践

- ㉞ 1と $4/5$  Lの牛乳があります。この牛乳を、家族で1回に $3/5$  Lずつ飲むと、何回飲めるでしょうか。  
 ㉟ 針金があります。1 mの重さは4と $1/2$  gです。針金全体の重さは24gです。長さは何mあるでしょうか。

まず、㉞の問題を立式して答えを求めるよう指示した。除法の学習中であるため、児童は除法の問題だと見通しを持っていると考えたからである。予想通り、除法の式を立てる児童がほとんどであったが、除数と被除数が適切でない式を考える児童、立式そのものが難しい児童も少なくなかった。また、倍の見方を用いて、何倍であるかをXで表した文字式を立式する児童は確認されなかった。

そこで、図をかかせて考えさせた。この場合の図は、矢印が1からXに向かい、文字式ができる仕組みになる（図4）。形は乗法のパターンであるが、児童には迷いが生じると予測した。すると、除法の導入と同様に、数値を書きこんだところで手が止まり、周囲の児童と相談を始める児童が現れた。話を聞いてみると、「矢印を1からXに向かって引くのは分かるが、その先が分からない。」というのである。



＜図4 文字式を導く図の例＞

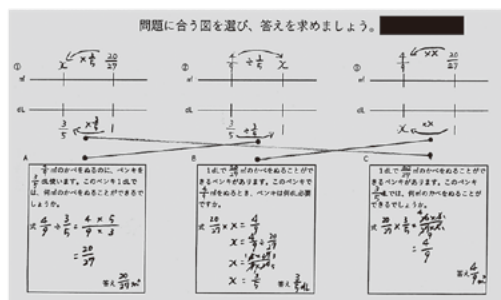
この問題の解決に向けて話し合いが続く中、「Xは数字ではない。」という発言が解決の糸口となった。そこから、「Xは数字の代わりをするもの」であり、「数字と同様に扱ってよい」と結論づけられた。児童らは、仮に「 $\times X$ 」として図を完成させることにした。そこから、これまでの見方で式を導き、「 $3/5 \times X$ 」と立式したが、その先をどうすればよいのかについて、多くの児童が悩んでいた。すると、児童Cが「何回か飲んだら全部飲むのだから、 $3/5 \times X$ は1と $4/5$ になるってことじゃないの。」と発言し、多くの児童が「 $= 1と4/5$ 」という文字式の続きに気付くことができた。その後、この場合の式は図のどの部分から導かれるのかを、全員で確認した。

## ② 考察

教科書においては、「分数のわり算」の導入問題から数量関係をまとめた図、矢印と「 $\times X$ 」があらかじめ明記されている。これらを用いれば、もっとスムーズに式を導くことはできる。しかし、本時のように図を完成させるというプロセスがあったからこそ、「文字の意味」や「文字式」について再考し、話し合う必然性が生まれた。また、文中の数量に分数が1つ増えるだけで、除法の問題が困難になる児童が増加することが明らかになった。図で問題場面を「イメージ」に変換し、問題場面を正しく捉えて立式する技能を身に付ける必要性を再確認した。

その後、これまでの学習のまとめとして、3つの2数直線と問題文を提示したワークシートを作成し、対応する図と

問題文を線で結んで立式し答えを求める「対応付け学習」(図5)や、3つの2数直線図をワークシートに提示し、それに合う文章題を作成させる「問題づくり学習」を行った。図と問題文の提示の仕方を工夫したことで、児童はこれまでの学習を生かして、図に矢印を引いたり、表型や関係図型の図を用いたりしながら、その整合性について活発に話し合い、主体的に学習に取り組んで理解を深めた。



＜図5 「対応付け学習」におけるワークシート例＞

## 5 成果と課題

### (1) 立式能力の向上について（調査問題・ワークテストの結果から）

調査問題における立式の正答率の比較では、乗法問題が70%から83%に、除法問題は60%から80%に増加したことから、特に除法における問題で図を用いた学習による効果が認められた。一方で、倍の計算については、優位な差は見られなかった。ワークテストでは、「分数のかけ算」が、文章題の立式配点25点で平均点21.7点、到達率が87%であった。また、「分数のわり算」では、立式配点20点で平均点14.2点、到達率は71%であった。

本実践だけでは、倍の見方や割合の概念についての学び直しとしての機能は十分に果たされないことが明らかになり、「倍の計算」の単元における学び直しが必要である。また、「分数のわり算」のワークテストでは、「分数のかけ算」に比べて到達率は下がると予想していたが、予想以上に低い数値となり、分数同士の除法を用いる文章題の立式能力の向上という点についても課題が残った。

### (2) 既習事項の学び直しと話し合いの活性化について（児童の発言・図に関する意識アンケートの結果から）

「割合」の概念に結び付く児童の発言や、分数倍の意味、算数科における文字の扱いなど、各単元で既習事項について確認する話し合いがなされた。教師の発問には改善の余地があるものの、図を用いることが「既習事項の学び直し」に結び付くことが証明された。

また、図の活用に関する意識アンケートでは、全ての項目において肯定的な評価（4～3）をした児童の割合が上昇した。特に、5番の「図や表は、考えを伝えたり話し合ったりするのに役に立つ。」という項目に関しては、肯定的回答が53%から76%へと大幅に増加した。この結果から、児童は文章題の解決における図の活用の有効性を実感させることができるとともに、図を通して他の児童と主体的に学び合うことができたと考えられる。

図があることで、児童の発話は確実に促進され、1つの図を通して活発な話し合いがなされた。文章題学習全般に対する意欲の向上にも効果が期待できる。

「図」とは本来、立式や問題場面の簡易化のためだけにあるのではない。例えば面積図のように、分数×(÷)分数の計算の仕方を考えたり、その意味の説明を補完したりするものである。図の果たす役割や目的を見失わず、今後も図を活用し、主体的に課題解決に取り組むことのできる児童の育成について考えていきたい。

## 6 参考・引用文献

- 1) 花形恵美子, 「文章題の解決過程における絵の役割」, 日本数学教育会誌, 1990年, pp.28-36
- 2) 吉田甫・河野康男, 「インフォーマルな知識を基にした授業介入：割合の概念の場合」, 科学教育研究, 2003年, pp.111-119
- 3) 中村享史, 「数学的な思考力・表現力を伸ばす算数授業－教材の本質を問い、学び合いを通して－」, 明治図書, 2008年
- 4) 大野桂, 『「あたりまえ」って、何のため？だれのため？』, 『算数授業づくりの“あたりまえ”を問い直す』, 東洋館出版, 2014年, pp.62-65
- 5) 白石信子, 「小数のわり算における子どもの学習過程に関する研究：数直線への比例的な見方の操作に基づく授業を通して」, 上越数学教育研究, 2006年
- 6) 山口潤, 「割合における児童の学習過程に関する研究」, 上越数学教育研究, 2007年, pp.101-112