

屈折率の波長依存性の簡易測定

西山保子*・上田淳一**

(平成5年4月30日受理)

要 旨

白色光源(キセノンランプ)と干渉フィルターを用いて、赤、緑、紫の単色光をつくり、それぞれの単色光を透明な測定物質に照射して、物質の真の厚さと見かけの厚さを読取り顕微鏡を用いて測定し、両者の比から屈折率を求めた(以下、簡易法とよぶ)。簡易法の測定精度の評価のため、既知試料であるフリントガラス(F2)製ブロックを用いた。また、プリズムの材質の屈折率測定によく用いられている最小偏角法との比較のため、3種のプリズムの上面と下面を研磨して、簡易法と最小偏角法の両方で屈折率の測定を行なった。測定値の精度や測定方法などについて比較検討を行なった結果、簡易法は読取り顕微鏡の焦点深度のため、屈折率の測定値の有効桁数は3桁であるが、測定原理の理解が容易であること、測定の操作が簡単であること、試料の形に制限が少ないことなどの点で、最小偏角法に比して優れていることが判った。また、この方法で測定したアクリル樹脂の屈折率の波長依存性についても報告する。

KEY WORDS

refractive index 屈折率

wavelength dependence 波長依存性

interference filter 干渉フィルター

acrylic resin

アクリル樹脂

1. はじめに

物質の屈折率が波長に依存することはよく知られている。基礎的な物理学実験に関する多くの書物では、波長に依存した屈折率の測定は、試料をプリズムとし、プリズムの頂角 α と最小のふれの角 δ を分光計を用いて測定して、次式より屈折率 n を求めることが記されている⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\alpha + \delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (1)$$

しかし、上式で示される測定理論の導出や最小のふれの角 δ の理解が困難であること、試料がプリズムのような三角柱に限られること、測定の手順が分光計の調整、望遠鏡とコリメーターの調整、頂角の測定、最小のふれの角の測定と繁雑であることなど欠点が多い。

* 自然系教育講座

** 現在の勤務先：群馬県嬭恋村立西中学校

そこで、本研究では、測定理論が単純で理解し易く、試料の形に制限が少なく、測定の手順や操作も簡単である方法を検討した。単色光を試料に照射し、真の厚さと見かけの厚さを読取り顕微鏡を用いて測定し、その比から屈折率を求める方法（以下、簡易法とよぶ）を採用し、アクリル樹脂、クラウンガラス、およびフリントガラスの屈折率を3つの波長にたいして求めた。この方法および分光計を用いて最小偏角法で求めた屈折率の測定精度について比較検討を行った。

2. 実験方法

実験装置の概略を図1に示す。単色光は白色光源であるキセノンランプの放出光を干渉フィルターを通して作る。使用した干渉フィルターは赤(透過中心波長 $\lambda=633.5\text{nm}$, 半値幅 $\Delta\lambda=7\text{nm}$, 透過率 $T=36\%$), 緑($\lambda=517.5\text{nm}$, $\Delta\lambda=11.5\text{nm}$, $T=43\%$ と $\lambda=511.5\text{nm}$, $\Delta\lambda=13\text{nm}$, $T=46.5\%$), 紫($\lambda=442\text{nm}$, $\Delta\lambda=12\text{nm}$, $T=42.5\%$)の3色である。この光源下で図2の各位置に照準を合わせた時の読取り顕微鏡(島津理化学器械製)の位置を表す垂直尺の値 Z_o , Z_a , Z_b をそれぞれ10回ずつ読取って、平均値と二乗平均誤差を求める。求めた平均値を次式の Z_o , Z_a , Z_b に代入して屈折率の平均値 n を求める。

$$n = \frac{\sin \theta}{\sin \phi} = \frac{d}{d'} = \frac{Z_a - Z_o}{Z_a - Z_b} \quad (2)$$

また、 n の測定誤差 Δn は二乗平均誤差を次式の ΔZ_o , ΔZ_a , ΔZ_b に代入して求める。

$$\Delta n = \frac{n}{d} \sqrt{(n-1)^2 (\Delta Z_a)^2 + n^2 (\Delta Z_b)^2 + (\Delta Z_o)^2} \quad (3)$$

測定試料はアクリル樹脂(高さ18mm)のほか、測定精度の評価のため、組成が既知のフリントガラス製ブロック(厚さ10mm, F2)を2枚用意した。また、直角プリズム(島津理化学器械製, 高さ21mm, クラウンガラス製)と60°プリズム(島津理化学器械製, 高さ26mm, クラウンガラス製およびフリントガラス製)の上面と下面を研磨して簡易法で測定を行ない、分光計(島津理化学器械製, V-6型)を用いた最小偏角法による測定結果との比較を行なう。

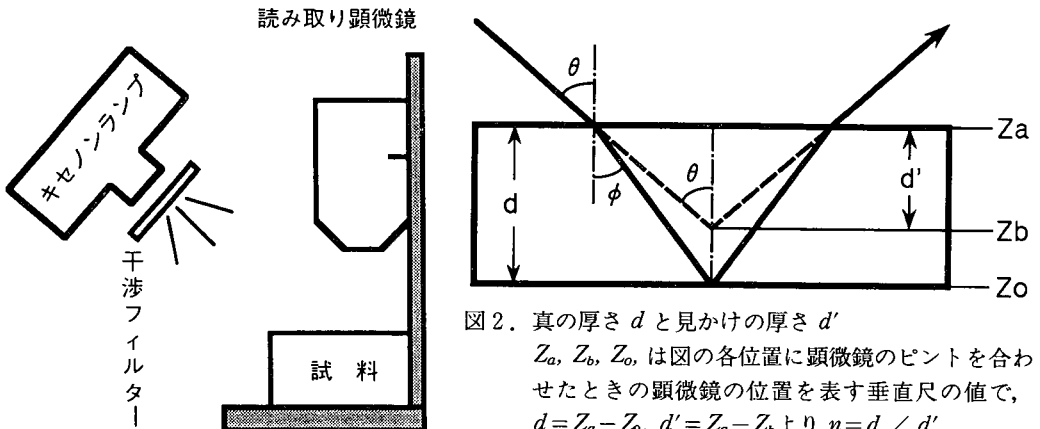


図2. 真の厚さ d と見かけの厚さ d'

Z_a , Z_b , Z_o は図の各位置に顕微鏡のピントを合わせたときの顕微鏡の位置を表す垂直尺の値で、 $d = Z_a - Z_o$, $d' = Z_a - Z_b$ より $n = d / d'$

図1. 実験装置の概略図

3. 実験結果と考察

種々の物質の屈折率の測定結果を図3に示す。図中、エラーバーは簡易法による値で、エラーバーの長さは測定値の平均誤差から式(3)によって計算される値のみを示しており、すべて0.004より小さい。また、△と▲は最小偏角法による60度プリズムの値、□は直角プリズムの値である。屈折率の大きい順に、フリントガラス、アクリル樹脂2、クラウンガラス、アクリル樹脂1となっている。比較のため、代表的な光学ガラス(F2, K3)の屈折率の値⁵⁾を内挿して実線で示した。測定値の精度および測定方法の比較について以下に述べる。

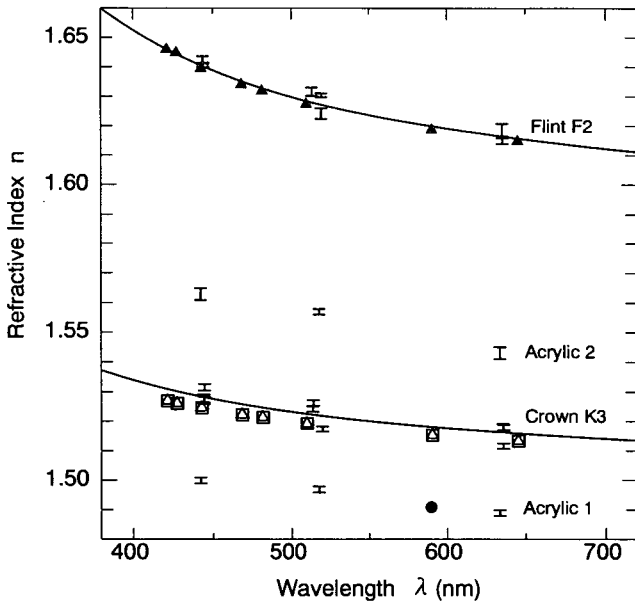


図3. 種々の物質の屈折率の波長依存性
 簡易法による値(エラーバー), 最小偏角法による値(▲, △: 60°プリズム, □: 直角プリズム)と文献値(●: メタクリル酸, 実線: フリントガラスF2およびクラウンガラスK3の値⁵⁾を内挿したもの)

(a) 簡易法による測定値の精度

厚さの異なる試料, 厚さ10mmのフリントガラス製ブロック1枚のとき(ブロック1A, 1B)と2枚積み重ねた厚さ20mmのブロック(ブロック2)の測定を行い, その結果を表1と図4に示した。図中の△は表中のブロック1Aに, □はブロック1Bに, エラーバーの表示はブロック2に対応している。(3)式から計算される誤差 Δn は表1よりブロック1枚のとき0.001~0.002で, ブロック2枚のときの誤差0.0006~0.0010のほぼ2倍になっている。これは, 式(3)における測定誤差 Δn が試料の厚さ d に反比例し, d が大きいほど誤差は少なくなることと一致している。しかし, 屈折率 n の平均値は図4からわかるように, ブロックの厚さが10mm(1枚)でも20mm(2枚)でもほぼ同じ値を示している。また, 各波長における3つの測定値はF2の屈折率曲線の付近にあり, その曲線からのずれは0.005以下である。この値に対応する顕微鏡の位置の測定誤差を考察するため, (3)式において $\Delta Z_a = \Delta Z_b = \Delta Z_c = \Delta Z$ とおくと

$$\Delta n = \Delta Z \frac{n}{d} \sqrt{2(n^2 - n + 1)} \tag{4}$$

となり, Δn は顕微鏡の位置の読取り誤差 ΔZ に比例し, 試料の厚さ d に反比例する。 ΔZ は焦

表1 フリントガラス製ブロックの屈折率の波長依存性

	$\lambda=633.5\text{nm}$	$\lambda=517.5\text{nm}$	$\lambda=442.0\text{nm}$
ブロック 1 A	1.621 ± 0.001	1.625 ± 0.001	1.639 ± 0.002
ブロック 1 B	1.618 ± 0.002	1.628 ± 0.001	1.637 ± 0.002
ブロック 2	1.6148 ± 0.0010	1.6305 ± 0.0006	1.6408 ± 0.0007

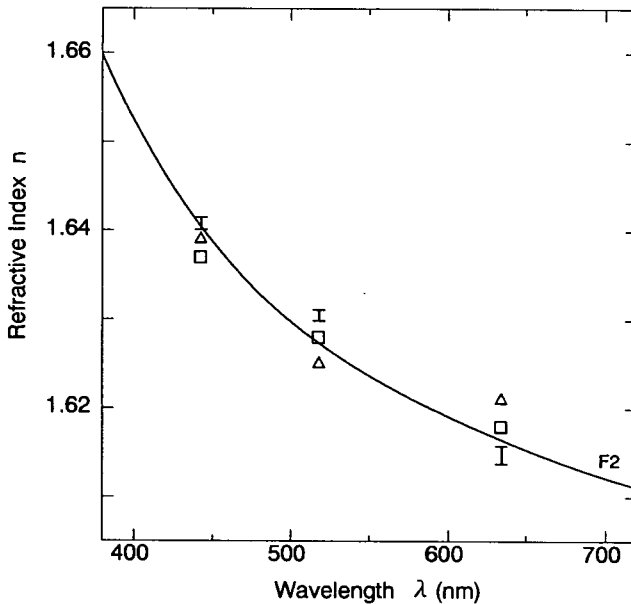


図4. 簡易法による測定精度
 Δ , \square : フリントブロック
 1枚 (10mm), エラー
 バー: フリントブロックを
 2枚積み重ねたもの (20
 mm)

点深度の影響を受けるので、鏡筒の上下動によりピントをずらせて、焦点深度の程度を調べた結果、深度は0.05mm以下*であることがわかった。 $n=1.62$, $d=20\text{mm}$ のとき、 $\Delta Z=0.05\text{mm}$ を仮定すると、 $\Delta n=0.008$ となる。図の各波長における測定値の差はこの値以下になっているので、焦点深度以下で測定されていることが判る。このことは5人の測定者による屈折率の違いから考察した n の有効数字が2桁ないしは3桁であるとの議論⁶⁾より、本研究における測定精度はよい。また、図3～図6における各組の測定結果についてみれば、波長が短くなるにつれて屈折率が大きくなるという特徴を明確に示している。さらに、(6)式からは屈折率 n が大きいほど、誤差 Δn が大きくなるが、実際の測定では Z_0 の測定が容易になり、測定精度がよくなるようである。

(b) 最小偏角法による測定値の精度

頂角 α および最小のふれの角 δ の測定誤差をそれぞれ $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ とすると、 n の測定誤差 Δn は次式で与えられる。

* 文献(6)では読取り(遊動)顕微鏡の焦点深度は1.5~2.0mmと記されている。

$$\Delta n = \frac{1}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\sin^2 \frac{\delta}{2} (\Delta \alpha)^2 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \left(\frac{\alpha + \delta}{2} \right) (\Delta \delta)^2} \quad (5)$$

α, δ の測定において同一量の誤差があると仮定し、 $\Delta \alpha = \Delta \delta$ とすると、上式は

$$\Delta n = \frac{\Delta \alpha}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\sin^2 \frac{\delta}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \left(\frac{\alpha + \delta}{2} \right)} \quad (6)$$

と変形でき、角度の測定誤差 $\Delta \alpha$ に比例する。 $\Delta \alpha$ の大きさを見積もるため、同一の 60° プリズムの頂角 α を日差、個人差や器械誤差も現れるように注意をはらって3回測定した。毎回、前回の影響が出ないように、分光計の調整を完全に狂わせてから再調整して、1回につき左右20回ずつ測定して以下の値を得た。

$$2\alpha = 120^\circ 4.9' \pm 0.6', \quad 2\alpha = 120^\circ 6.1' \pm 0.1', \quad 2\alpha = 120^\circ 7.6' \pm 0.2'$$

これらの値から1回毎の測定誤差は $1'$ 以下であるが、頂角の測定誤差としては $\Delta \alpha = 3'$ を仮定しなければならないことがわかる。 $\alpha = 60^\circ, \delta = 39^\circ$ のとき、上式より $\Delta n = 8 \times 10^{-4}$ を得る。クラウンガラスの場合の拡大図を図5に示す。最小偏角法による Δ (60° プリズム) と \square (直角プリズム) の値の差は $6 \times 10^{-4} \sim 9 \times 10^{-4}$ で、これは上述の頂角の測定誤差 $\Delta \alpha$ にほぼ等しい。したがって、図5における 60° プリズムと直角プリズムの材質は同じものである可能性が高い。また、同図におけるエラーバーは簡易法によるもので、実線は 60° プリズム (厚さ26mm) の値を、点線は直角プリズム (厚さ21mm) の値である。これらの場合にたいする Δn の値はフリントブロックの場合同様(6)式から $0.006 \sim 0.007$ と計算される。これにたいして、波長500nm付近にある3つの測定値に注目してみると、エラーバーの長さは 0.004 以下であるが、平均値の差は約 0.01 である。図6はフリントガラスの場合の拡大図で、目盛は図5のクラウンガラスの場合と同じにしてある。簡易法による 60° プリズムの値 (エラーバー実線) およびフリントブロック2

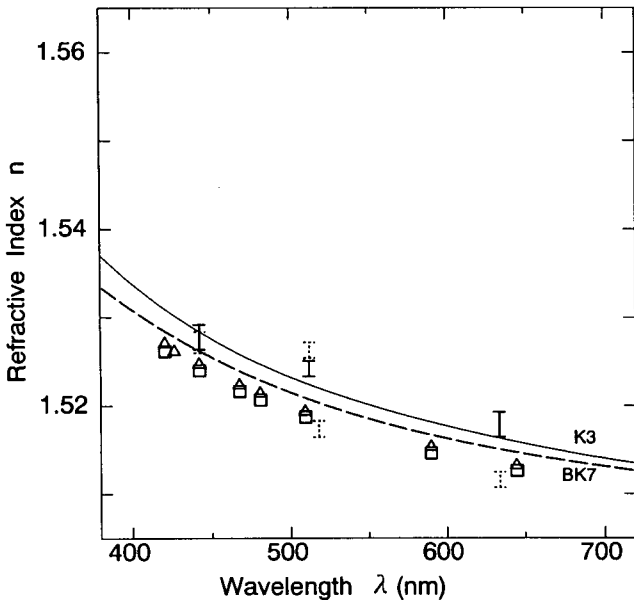


図5. クラウンガラスの屈折率の波長依存性
簡易法による値 (エラーバー実線: 60° プリズム, エラーバー点線: 直角プリズム) と最小偏角法による値 (Δ : 60° プリズム, \square : 直角プリズム)

の値（エラーバー点線）の平均値は、最小偏角法による値（ Δ ）よりわずかに上にある。そして、2つの測定方法による値の差は0.005以内であり、2つの方法による値はともに波長が短くなるにつれて大きくなり、曲線で示したF2の屈折率の値⁵⁾に近いことを示している。

また、試料プリズムの詳しい組成は定かではないので、一般によく使用されている光学ガラスのなから得られた値に近い屈折率をもつものを探すと、フリントガラス製のは簡易法および最小偏角法ともフリントF2（実線）を予想させる。一方、クラウンガラス製のは最小偏角法からはBK7（破線）であると予想できるが、簡易法からはK3（実線）かBK7かの判定は困難である。さらに、アクリル樹脂1の屈折率はポリメタクリル酸メチル（●印）の値に近く、樹脂1がポリメタクリル酸メチルである可能性が大きい。

(c) 測定方法の比較

簡易法と最小偏角法の特徴を表2に示す。上述したように、測定値の有効桁数が簡易法では、3桁、最小偏角法では4桁であるが、その他の点では簡易法が最小偏角法より優れている。特に、簡易法の測定原理は図2に示したように単純明解であり、測定の手順や操作も読取顕微鏡

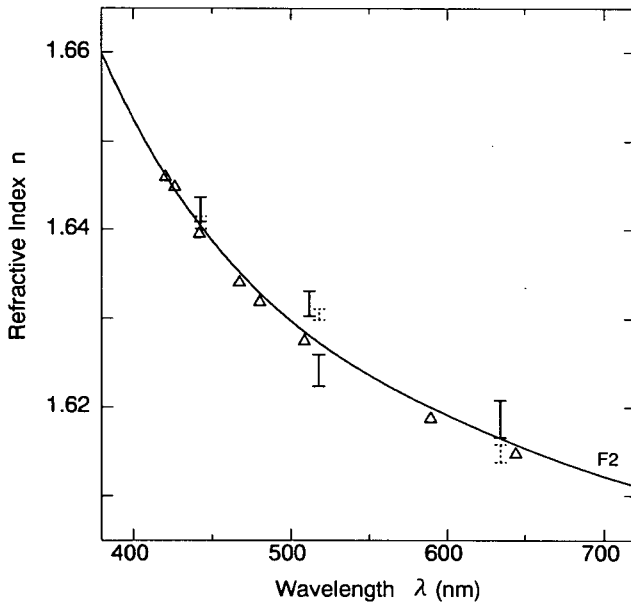


図6. フリントガラスの屈折率の波長依存性

簡易法による値（エラーバー実線：60°プリズム，エラーバー点線：フリントブロック2枚を積み重ねたもの）と最小偏角法による値（ Δ ：60°プリズム）

の照準をあわせて、 Z_a , Z_b , Z_o の値を副尺を使って読取るだけである。一方、最小偏角法の手順は、①分光計の調整、②望遠鏡とコリメーターの調整、③プリズムの頂角の測定、④最小のふれの角の測定である。①および②は分光計の原理を知らなければ、調整は困難であり、そのうえ、この調整が十分に行なわれていなければ、③および④の測定中にスペクトルの位置がずれて測定不能になる。また、①～④の操作のために約3時間が必要である。これにたいして、簡易法では、準備を含めて約40分で測定できる。さらに、測定装置および器具は、簡易法では読取り顕微鏡、キセノンランプ（または白色光源）と干渉フィルター3種が、最小偏角法では分光計と線スペクトル装置が必要であり、簡易法の装置にかかる経費は最小偏角法の経費に比して半分以下になる。

以上のように、読取り顕微鏡を用いて屈折率を求める簡易法は、焦点深度の影響によりその

表2 簡易法と最小偏角法の比較

	簡易法	最小偏角法
必要な装置と器具	白色光源 (キセノンランプ等) 干渉フィルター 読取り顕微鏡	線スペクトル光源装置 (ナトリウム管, カドミウム管等) 分光計
測定原理	理解しやすい	非常に理解し難い
手順および操作	簡単	非常に複雑
測定精度 (有効桁数)	3桁	4桁
所要時間	約40分	約3時間
試料の形など	透明な固体または液体	三角柱に限る

測定精度はやや落ちるが、簡単な実験操作で屈折率が物質によって異なることや波長に依存することなどを確かめることができる便利な方法である。

4. おわりに

本研究では、試料として固体を用いたが、この方法は角度測定が困難である液体の屈折率を測定するにも有効である。また、単色光を得るのに、干渉フィルターとキセノンランプを用いたが、キセノンランプのかわりに電灯や蛍光灯などの白色光源を用いてもよい。干渉フィルターと白色光源の組み合わせはナトリウムやカドミウムなどの線スペクトルの光源装置に比較して廉価であり、しかも測定時間が40分程度と短いので、中学校や高等学校などでの使用にも適すると思われる。

最後に、測定資料であるプリズムの研磨に際して便宜をはかっていただいた上越教育大学地学教室の大場孝信博士に感謝する。

引用文献

- (1) 物理学実験指導書編集委員会：「新物理学実験」学術図書 (1991) p. 78-85.
- (2) 吉田卯三郎, 武居文助, 橘芳實, 武居文雄：「物理学実験」六訂版 三省堂 (1979) p. 162-174.
- (3) C. H. Bernard and C. D. Epp: *LABORATORY EXPERIMENTS IN COLLEGE PHYSICS*, (JOHN WILEY & SONS, New York, 1987) p. 305-309.
- (4) 原留美吉, 武田義章：「物理実験法—実験のポイントとレポート処理」工業調査会 (1982) p. 213-224.
- (5) 東京天文台編纂：「理科年表」丸善 (1979) 物99.
- (6) 上掲書(4)p. 201-204.

Simple Measurement of Refractive Index depending on Wavelength

Yasuko NISHIYAMA* and Jun-ichi UEDA**

ABSTRACT

Red, green, or violet monochromatic lights were used for measurement of actual and apparent depths of transparent materials, and each refractive index was determined from the ratio of the depths (simple method). To evaluate the precision of measurement, flint glass (F2) blocks were used as a standard specimen. And the refractive indices obtained for three kinds of prism were compared with those obtained by the minimum deviation method. Consequently, it became clear that the depth of focus of the travelling microscope used reduced the measured values to three significant figures, and that the simple method was superior to the minimum deviation method in the respects of easily understandable principle of measurement, simple experimental procedure and operation, the short necessary time, and so on. And the refractive indices of acrylic resin obtained by the simple method are also reported.

* Division of Science, Department of Physics, Joetsu University of Education

** Present address: Nishi Junior High School, Tumagoi, Gunma