

モルの次元の教材化と物質量の釣り合いについて

森 川 鐵 朗*・田 口 哲**

(平成12年11月27日受理)

要 旨

モル（と物質量）の教材化の要点は、その次元の導入法にある。まず化学量論にみられる「一対一対応」などの比較の方法を採用し、次にその方法を用いて化学物質に附随して釣り合わせられる（等置できる）量をさがし、最後にそのようにして同一視できる量を集めて類をつくることで、物質量の次元は構成される。本論文では、この流れに沿って、物理量としての物質量の次元を考察し、その教材化を試みた。この方向は、SIにおけるモルをめぐる誤解を取り除く道にも通じている。化学教育で扱われる各種の法則を物質量間の等式（釣り合い）として記述することで、化学物質の世界から原子・分子の世界が垣間見られる。化学における物質量の役割を上述の視点から論じることで、生徒・学生の質問「化学では、モルがなぜ必要なのか」に答えることができる。最後の節で、モルの次元指導の骨子をまとめた。

KEY WORDS

amount of substance	物質量	amount balance	物質量釣合（均衡）
elementary entity	要素粒子	dimension	次元
one-to-one correspondence	一対一対応	entity sheet	粒子シート
chemical substance	化学物質	mole	モル
physical quantity	物理量	stoichiometry	化学量論
identification	同一視	chemistry education	化学教育

1 序 論

モルの役割を鳥瞰する概念地図¹⁾が示唆するように、物質量とその単位であるモルの導入は、化学教育における重要事項の一つである。しかしながら、モルの教授は難しい²⁾と各国の教育雑誌で報告され、克服のための工夫³⁾も数多く提案されている。ここでの困難の主な起因はすでに指摘^{5,6)}されている — モルの定義は縷々説明されてきたけれども、モルを含む物質量の次元の作り方や物理量としてのモルの性質およびモルを用いる測定方法などが明示されてこなかったのである。物理量を初学者に教えるよい方法は、かれらにそれを具体的に描いて見せて、さらに実際の使い方（測定法など）を示すことである。どの物理量も（同種の）別の物理量と比較することで測定⁷⁻⁹⁾される。物質同士を比較する典型的な方法は、化学量論における「一対一

* 上越教育大学自然系教育講座 〒943-8512 上越市山屋敷町 1

** 北海道教育大学札幌校理科教育講座 〒002-8502 札幌市北区あいの里5-3-1

対応」であり、この操作は粒子シート⁶⁾として表現できる。そこで本論文では、化学量論式を中心にすえて、モルの属する次元の構成法の教材化を検討する。

化学量論¹⁰⁾は初等中等化学教育において、定比例則など¹¹⁾として化学物質の変化を定量的に扱う時、大切な基礎理論となる。化学量論においては誰も、化学物質中の全ての要素粒子を実際に数え上げはしないし、それはできないことである。化学物質の要素粒子数は、有限だが膨大だからである。要素粒子⁷⁾とは、原子、分子、イオン、電子、その他の粒子またはそれらの組み合わせで、粒子として物理的に実在しなくてもよい。化学者は、反応の前後における少数個の要素粒子の間で釣り合い（釣合、均衡）関係を考察し、その均衡関係を多数の要素粒子の集合体である化学物質へと推論する。例として、化学量論式 $C + O_2 = CO_2$ を考える。この式は、炭素原子と酸素分子が1個づつ反応して、二酸化炭素分子1個が生成する（ただし、素反応ではない）と述べている。化学者は、この反応の前後における均衡関係が固体炭素や気体酸素などの化学物質（巨視的な系）の反応¹²⁾においても成立する、とみなす。つまり、この式は、原子・分子的（微視的）世界の釣り合い（microscopic balance）であると同時に、肉眼でみえる化学物質の（巨視的）世界の釣り合い（macroscopic balance）でもある。ここでの推論のための操作が、後述の「一対一対応」である。物質量の次元の構成法は、文献にはほとんどみあたらない。この論文では、化学物質間の均衡関係を等式として表現し、物質量の次元を組み立てる。

モル^{8,13,14)}は、国際単位系（SI）の基本単位の一つ^{7,9)}である。「SIのモルは物理量であって、counting unitではない」という指摘は、英語圏の教育雑誌^{13,15,16)}でくり返されている。日本の高等学校教科書や教育誌や参考書などでも、モルを counting unit とする解釈は多数¹⁷⁾みられ、それはSIの定義からは正しくないとの報告⁵⁾もある。また、モルをグラム（質量の単位）と同等とする「グラム原子」や「グラム分子」のなごり¹⁸⁾は現在も消えていない。このような誤解がくり返し生まれ、誤解だとする指摘がくり返される原因は前述⁵⁾のように、物質量とモルの次元の構成法や測定方法についての理解があいまいな点にある。本論文では、モルは次元の中の一つの物理量と考えるべき根拠を説明し、モルを counting unit とみなす誤解を再び取り上げる。

生徒・学生の質問「化学では、どうしてモルを使うのか、グラムだけではなぜいけないか」は、モル（そして、物質量）授業の不十分さを如実に示している。このような発問は、モル化学計算を充分にこなしている学生にもみられる。この質問に答えることは、化学の世界の特徴を理解すること、さらに、化学を学ぶ意義にも通じている。以下の節で詳しく説明するが、物質量を使えば、化学物質の質量からでは判明しない原子・分子の世界の法則性が定量的にみえるのである。化学教育における物質量の重要性を議論した後、最後の節でモルの次元の導入法をまとめる。

2 次元と単位と比較の方法

まず、一般的な次元と単位について¹⁹⁾準備する。ここに、ある長さの紐（ひも）がある。それを机（の幅）や人の背（の高さ）にあててみれば、その幅や高さは紐の長さの何倍かがわかる。例えば、幅 = 2 × 紐の長さ、高さ = 4 × 紐の長さ、と等式で書ける。そこで、長さや幅と高さの三者を共に「長さ」とよぶのである。みかけは違う三種類の物理量、紐の長さや机の幅や人の背の高さ、を取り上げ、「あてる」という操作を比較の方法として採用し、比較でき釣り合わせられるもの（の量）同士を集めて、共通の名称として「長さ」を与えている。このよ

うな操作をくり返して「長さ」という類 (class) を大きくしていく。類とは、同一視できるものの集合をいう。自然科学では、物理量の類を次元とよぶ。長さの他に、面積、体積、質量、時間、電流、温度、力、圧力などが、科学で使われる典型的な次元である。次元とその中の個々の物理量は、同一の名称でよばれることに注意しよう。

次元の注意点は、比較の方法(原理)の選び方で次元は変わる²⁰⁾こと、一つの次元に対して比較の方法は一つとは限らないこと、などにある。光速度(定数として)と時間の積は距離に等しい(釣り合う)ので、もし、この関係式を比較の方法に採用すれば、時間と長さ(距離)は同一視できて同一の次元となる。SI では、長さの単位を光の進む時間で定めているが、これは上述の「あてる」操作でつくられた「長さ」という次元と矛盾しない。次元は便利のように選ばれるのである。ある次元の中から人為的に選ばれた特別な物理量を、その次元の単位とよぶ。逆に、単位を使って測定する時には、その単位の属する次元の比較の方法を使うことになる。つまり、比較の方法を知らなければ、単位を使って測定できないのである。

物質量という次元も、上で説明した次元のように、いくつかの比較方法を採用して、同一視できる(一方が他方の何倍かと置ける)物理量の類のことである。物質量を比較する(化学量論的な)方法は、要素粒子間の一対一対応^{5,6)}である。この一対一対応はごく日常的にみられる。ある児童が帰宅した時の一場面を想定してみよう。居間には誰もいないが、使用済みの紅茶カップがテーブル上に3個残っていたとする。すると、この児童は(居間に人が)3人いたはずと推定するであろう。ここで使った方法はまさに、人とカップの間の一対一対応である。この例のような小さな数では、児童は数えたかもしれない。そこで、一対一対応をもっとはっきりと示す例を取り上げる。一対一対応では「数え上げ number counting」を使わない²¹⁾ことに注意しよう。

ナットとボルトの例²²⁾で、物質量の考え方を説明する。多数のナットが袋に入っている。この袋をNとよぶ。同様に、多数のボルトの入っている袋をBとよぶ。いま、Nから一つ、Bからも一つ取り出して、くるくる回してはめて、そのまま別の袋に入れる。この別の袋をBNとよぶ。この操作を $B + N = BN$ のように書くと化学反応式にそっくりとなる。さて、ここでの操作を人(あるいはロボット)の手で、BあるいはNの袋が空になるまでくり返すとしよう。そして、操作の回数は(化学反応の回数は数えられないので)記録しないことにしよう。仮に、BとNの袋が同時に空になったとすると、三種類の袋BとNとBNは互いに等しい量とみなせる、というのが物質量の考え方である。この時の物質の量の間の関係を $n(N) = n(B) = n(BN)$ と書く。後でも説明するが、同じ袋Nにおいて、2個のNを一つの要素粒子とみなせば、物質の量は半分になり、 $n(2N) = n(N)/2$ となる。ここまでの説明で、袋の名前と袋の中身を別の記号にすれば、さらに分かりやすいとの意見もでるかもしれない。化学では、物質の名前(例えば、炭素)と要素粒子の名前(例えば、炭素)を区別しないで述べることが多い。そこで、この「ナットとボルトの例」でもそうしたのである。

3 化学量論による物質量の次元構成

上述の「ナットとボルトの例」では人の手で一対一対応をした。一方、化学物質では炭素 12 g で原子 10^{23} 個程度であり、一対一対応という操作は人の手では不可能である。化学物質間の一対一対応は、化学反応において自然現象として起こる。この節では袋のかわりに、抽象的な集

合を使って一対一対応を説明する。

序論で述べた化学量論式 $C + O_2 = CO_2$ を振り返る。この式は、原子・分子と化学物質の両世界の均衡を表現していた。化学物質の世界において、消費あるいは生成される化学物質三種を、それぞれの要素粒子を明示して展開すると次のようになる。

$$\begin{array}{cccc} \{C & C & \dots & C\} \\ \{O_2 & O_2 & \dots & O_2\} \\ \{CO_2 & CO_2 & \dots & CO_2\} \end{array}$$

このような図を以後、粒子シート⁹⁾とよぶ。どの $\{\dots\}$ も化学物質一種を表し、化学記号は要素粒子一つに対応している。縦の列でみると、どの列も要素粒子間で一対一対応していて、原子・分子レベルでの量的均衡関係を反映している。そこで、これら三種類の化学物質では、物質の量は互いに等しいので、 $n(C) = n(O_2) = n(CO_2)$ と書く。この等式によって、化学量論的な物質量の均衡²³⁾が表されている。一対一対応という操作から判断すれば(別々の化学物質に附随する「量」でも)等しく置けるので、同量だとみなしているのである。このことは同時に、物質量という次元を定めていることにもなる。つまり、この等式(均衡関係)によって、異種の化学物質に属する物理量が類となるのである。ここまでの説明は「長さ」の次元の場合とよく似ている。

化学量論係数が1ではない場合、 $2H_2 + O_2 = 2H_2O$ を考える。この式(素反応ではない)では、2水素分子と1酸素分子とが反応して、2水分子が生成される。つまり、三種の要素粒子として $2H_2$ 、 O_2 、 $2H_2O$ を(化学量論係数を含めて)選べば、1:1:1の割合で釣り合っている。故に、物質量の等式 $n(2H_2) = n(O_2) = n(2H_2O)$ を得る。気体水素の要素粒子を $2H_2$ から H_2 に展開すれば、粒子シートにおける気体水素の行の長さは2倍になる。そこで、物質量の等式 $n(H_2)/2 = n(O_2) = n(H_2O)/2$ を得る。水素 H_2 と水 H_2O という化学物質(集合 $\{\}$ のこと)の半分は、気体酸素 O_2 という化学物質(集合 $\{\}$ のこと)と一対一対応させることができるからである。化学量論式をより一般的な形で $aA + bB = cC + dD$ と書く。ここで、小文字の a 、 b 、 c 、 d は化学量論係数で、大文字の A 、 B 、 C 、 D は化学物質の要素粒子を表している。そこで、

$$\begin{aligned} n(aA) &= n(bB) = n(cC) = n(dD) \text{ あるいは} \\ n(A)/a &= n(B)/b = n(C)/c = n(D)/d \end{aligned}$$

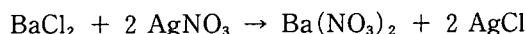
と証明できる。粒子シートは、もう不要であろう。一般的に述べれば、二種の化学物質(同種でも異種でもよい、要素粒子はそれぞれ B と C)において、 B と C との間で一対一対応させて、化学物質に附随する「量」を釣り合わせて似たもの同士とみなす(同一視する)ことで、物質量という新しい物理量と新しい次元が得られたのである。「物質量」は次元の名称でもあり、各化学物質の任意の分量の物質量を意味する時もある。生徒が日常生活の体験を基に「長さ」を獲得して便利になっているように、「物質量」は化学の世界では極めて有力である。

4 物質量の測定法と釣り合い

学習者が物質量とその次元を理解できたとしよう。すると逆に、多様な化学物質間の物質量の釣り合い(均衡関係、等式)を基に、個々の化学物質の特性に依存しない法則性の読み取り

に、学習が進む。物質量という物理量は、要素粒子間の「一対一対応」によって、別々の物質の量を同一視することで得られているからである。以下では、この逆の道筋を説明する。

化学滴定法による濃度の決定も、その背景に物質量の均衡関係（等式）がみえる。塩化バリウムと硝酸銀の反応は、



と表せる。したがって、 $n(\text{BaCl}_2) = n(2\text{AgNO}_3) = n(\text{AgNO}_3)/2$ と釣り合うのである。溶液のモル濃度を c とし、体積を V とすれば、 $n = cV$ の関係にある。故に、濃度を決定する物質量の等式を得る。

$$c(\text{BaCl}_2) V(\text{BaCl}_2) = c(\text{AgNO}_3) V(\text{AgNO}_3)/2$$

前節の操作「一対一対応」に習熟すれば、反応に関与する物質量の等式を導く際に、化学量論式全体は不要になることもある。Nash¹⁰⁾の例題、硫化鉄 100 g から（いろいろな反応を経て最終的に）生成される硫酸アルミニウムの最大量を求めよ、を取り上げる。ここでの要素粒子は FeS と $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ なので、 3FeS から $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ が生成される反応と考えれば、硫黄原子のみが要素粒子間で釣り合う。故に、物質量均衡は $n(3\text{FeS}) = n(\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3)$ となり、これで例題が解ける。

物質量の比の物理化学的測定方法^{8,9)}として、以下の3例を取り上げる。

$$\text{(理想気体)} \quad n(\text{B})/(pV/T)_{\text{B}} = n(\text{C})/(pV/T)_{\text{C}}$$

$$\text{(電解セル)} \quad n(\text{B})|z(\text{B})| = n(\text{C})|z(\text{C})|$$

$$\text{(凝固点降下)} \quad c(\text{B})/\Delta T(\text{B}) = c(\text{C})/\Delta T(\text{C})$$

十分に希薄な気体は、理想気体に近くふるまう。二種類の気体を考え、それぞれの気体粒子を B と C とすれば、第一式（理想気体）となる。そこで、実在気体から $p \rightarrow 0$ の極限を求めればよい。電気分解において、イオン B が電極（カソードあるいはアノード）で析出する時、流れた電気量は $n(\text{B})|z(\text{B})|F$ で与えられる。ここで、 $z(\text{B})$ はイオンの電荷数 ($|z(\text{Ag}^+)| = |z(\text{Cl}^-)| = 1$ など) で、 F はファラデー定数である。一つのあるいは直列の電解セルの電極では、流れる電気量は等しいので、第二式（電解セル）を得る。希薄溶液については、古典的な物理化学の6法則²⁴⁾が知られている。この条件下では、モル分率や容積モル濃度や重量モル濃度は互いに比例する。凝固点降下の法則は、溶質粒子を B とする溶液の濃度を $c(\text{B})$ 、その時の凝固点降下度が $\Delta T(\text{B})$ ならば、 $c(\text{B})/\Delta T(\text{B})$ は一定と書いて、溶媒の種類が同じならば、溶質の種類にかかわらず成立している。そこで、第三式（凝固点降下）となる。等式でよりはっきりと物質量均衡をみせるには、標準物理量を使えばよい。例えば、理想気体では両辺の pV/T を標準物理量で割算すれば、等式中には物質量の次元のみが残る。以上の3式はいずれも、比 $n(\text{B})/n(\text{C})$ を左辺に集めその残りを右辺に集め測定すれば、物質量比が求められる。物質量を使うと、どの法則も要素粒子の種類に依存しないで成立する点が明瞭になっている。

物質量を扱う際に注意すべき点は、化学物質の要素粒子（とみなすもの）を必ず特定しなければならない^{7,8)}ことである。そこで、S を化学物質の名称として、ある化学物質 S の物質量を $n(\text{S})$ とする、という言い回しは不正確になる。要素粒子の指定がないからである。要素粒子 B

からなる化学物質 S の物質量を $n(B)$ とする、ならば正確である。化学でみかける簡略化された句は「気体酸素 O_2 の物質量」とか「 O_2 の物質量」とかで、要素粒子の化学記号をそのまま化学物質の名前にあてている。要素粒子の特定はモルを用いる時の注意でもある。これだけでは、つぎのような誤解をまねくかもしれない。ある辞典²⁵⁾ではモルの説明で「厳密に言えば、モルという語は分子が実在することがわかっている物質に対してのみ用いるべきである」とある。現在の SI では間違いで、物質量では物理的に実在しない要素粒子を選んでもよい⁷⁾のである。塩化ナトリウムという化学物質のある量（ひとさじとか）をイメージする。この物質の物質量を、NaCl を要素粒子とみなして $n(\text{NaCl})$ と表す。すると、 Na^+ と Cl^- は NaCl と一対一対応しているので、 $n(\text{NaCl}) = n(\text{Na}^+) = n(\text{Cl}^-)$ となる。さらに一対一対応を使えば、 2NaCl を要素粒子とみなす物質量は、 $n(2\text{NaCl}) = n(\text{NaCl})/2$ となる。一般に、要素粒子 B の物質において、 x を正整数または正分数とすれば、 $n(B) = x n(xB)$ となる。ここで、 xB は x 個の B からなる要素粒子である。これらの等式は、同一の化学物質中の物質量の均衡（と要素粒子間の対応）を示している。

5 モルの導入法と釣り合い

前節まででは、次元を構成するための物質量均衡あるいは物質量の比の測定法いずれも、物質量の単位であるモル（記号では mol）を使わなかった。物質量の次元の導入には、モルも相対原子質量（原子量、相対分子質量、分子量、記号は A_r ）も不要なのである。以下で示すように、 A_r はモルの導入にも不必要である。本節では、モルをめぐるいくつかの物質量均衡を検討する。

中等化学教科書や参考書では通常、モルの定義と説明のあとで、単位の記号 mol を含む計算の習得を訓練する。この流れでは、気体酸素を例えば、なぜ $n(O_2) = 2 \text{ mol}$ と表すかはあいまいである。単位を用いる測定方法があいまいなままだからである。物理量の測定^{7,26)}とは、同種の物理量を比較して、両者の比を数値として求めることである。SI では、炭素-12 とよぶ化学物質の 0.012 kg の物質量を mol と定めている。モルは人為的に選ばれた基準⁷⁾で、物質量という次元に属するのである。そこで、この物質を粒子シートとして表せば、12 g 分の $\{^{12}\text{C} \quad ^{12}\text{C} \quad \dots \quad ^{12}\text{C}\}$ が mol を表現する。原理的には、このシートを物差のように、他の物質（のシート）にあてて、要素粒子間で一対一対応させて、何倍かを知ることが測定となる。必要に応じて、1000 分の 1（12 mg のシート）にあたる mmol や 1000 倍（12 kg のシート）にあたる kmol を用意する。気体酸素の例でいえば、 $n(O_2)$ と mol とを一対一対応で比較し、前者が後者の 2 倍の時、 $n(O_2)/\text{mol} = 2$ すなわち $n(O_2) = 2 \text{ mol}$ と記すのである。物質量 n の測定とは、 n と mol とが釣り合う数値を求めること、ともいえる。

酸素分子 O_2 の分子量を $A_r(O_2)$ とする。粒子シートの列において、 $n(O_2) = n(^{12}\text{C})$ ならば、一対一対応によってモル質量の比は $M(O_2)/M(^{12}\text{C}) = A_r(O_2)/A_r(^{12}\text{C})$ となる。SI モルの定義はモル質量⁷⁾ $M(^{12}\text{C}) = 12 \text{ g/mol}$ （正確に）を意味する。したがって、IUPAC の定義 $A_r(^{12}\text{C}) = 12$ （正確に）と組み合わせれば、 $M(O_2) = A_r(O_2) \text{ g/mol}$ を得る。この式の O_2 は一般に要素粒子 B と置き換えられる。要素粒子をそれぞれ、B と C とする二種類の化学物質を用意し、質量を（天秤などで）測定し、 $m(B)$ と $m(C)$ であったとする。 $M(B)$ は $m(B)/n(B)$ に等しいので、物質量と原子量と質量の関係式⁸⁾

$$n(\text{B})/n(\text{C}) = \{A_r(\text{C})/A_r(\text{B})\} \{m(\text{B})/m(\text{C})\}$$

を得る。つまり、化学物質の質量を測定し、さらに質量分析法などで $A_r(\text{C})/A_r(\text{B})$ を求めれば、物質量の比が定まることになる。先に述べた Nash¹⁰⁾の例題において、 $A_r(3\text{FeS}) = 3 \times 87.8$ と $A_r(\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3) = 342$ を使えば、未知の質量を m として、

$$100 \text{ g} / (3 \times 87.8 \text{ g/mol}) = m / (342 \text{ g/mol})$$

なので、 $m = 130 \text{ g}$ と求められる。上式では、両辺を物質量で釣り合わせ²⁷⁾である。

古くは 1977 年に McGlashan¹⁵⁾が「SI におけるモルは counting unit ではない」と強調している。以下では、Nelson¹³⁾とその引用例を取り上げる。卵の数について第一式は正しいが、要素粒子の数についての第二式は間違いである。ダース (doz) やグロスは数であり、counting unit も数¹⁷⁾である。一方、一対一対応の操作や物質量の測定方法で説明したように、物質量もモルも数ではないし、counting unit でもない。第二式のモルは、まさにダースのように数を束ねたもの (counting unit) である。第三式と第四式は正しい。

卵の数 = 2 doz = 24

要素粒子の数 = 2 mol = 12.0×10^{23}

要素粒子の数 = 12.0×10^{23}

物質量 = 2 mol

だが、Nelson は、化学物質 S が $N(X)$ 個の要素粒子 X を含むとして、この物質量を $n(X) = K N(X) = N(X)/L$ としている。ここで、 K あるいは L は一定値である。同様に、化学量論式 $aA + bB \rightarrow \text{products}$ から $n(\text{B})/n(\text{A}) = b/a$ を求める際にも、要素粒子の数、 $N(\text{A})$ と $N(\text{B})$ 、を媒介させている。彼は例題、気体水素の 5.0 g における物質量はいかほどか、その分子数はいかほどか、を数や Dalton という単位を媒介させて解答している。以下に示すように、それらは全く不要である。水素分子の相対分子量は、 $A_r(\text{H}_2) = 2.0$ なので、気体水素のモル質量は、 $M(\text{H}_2) = 2.0 \text{ g/mol}$ となる。そこで、 $2.0 \text{ g/mol} = 5.0 \text{ g}/n(\text{H}_2)$ のようにモル質量を釣り合わせればよい。さらに、分子数 $N(\text{H}_2)$ を決定するには、 $n(\text{H}_2) = N(\text{H}_2)/L$ と釣り合わせればよい。ここで、 $L = 6.0 \times 10^{23}/\text{mol}$ は、アボガドロ定数である。その他⁴⁾にも、 $N(\text{B})$ などの数を媒介させて物質量を説明する例は多い。「モルは物理量であり、数ではない (counting unit でもない)」と生徒に誤解なく示すには、やはり、数を媒介しないほうがよい。数を束ねても物理量とはならないし、数を媒介すると、物質量の次元と物理量としての性質があいまいになるからである。

6 化学教育における物質量の重要性

「化学では、どうしてモルを使うのか、グラムやミリリットルだけではなぜいけないか」と生徒・学生に問われることがある。この質問の背景には、モルに出会った時から (化学がわからなくなり) 化学嫌いになったという体験や、記号 mol を使う化学計算の (機械的な繰り返しによる) 苦しみがある。辞典²⁸⁾などでは、原子や分子の個々の質量は「実際に扱うには小さすぎるので」モルを使うのだ、と述べられている。モルにもグラムにもあてはまる利便性の一面 (単位を使うと物理化学系のサイズを現実化できる) の説明なので、それだけでは両者の違いがはっ

きりしない。学生の質問で注目すべきは、単位（モル）については意識していても、物理量としての物質質量（とその次元）はほとんど教えられていない点²⁹⁾である。モルは物質質量の単位であるので、学生の質問のモルを物質質量に改めて、化学における物質質量の意義を論じることにする。

「長さ」の次元の説明では、いろいろな物理量の中から長さとして等置できる（同一視できる）量を集めて、その類を「長さ」の次元とよぶとした。この意味での次元を、生徒・学生は言葉を教えられていなくても、日常的に駆使している。次元は日常的に馴染んでしまっているので、また意識的に教えられてこなかったのが、生徒・学生にはっきりと把握されていないだけである。そこで、新体験となる「物質質量」という物理量とその次元を教えることは、なじみの長さや面積や体積などの物理量とそれらの次元の扱い方（比較の方法と均衡）を考えなおすよい機会ともなるであろう。

水の反応式 $2\text{H}_2 + \text{O}_2 = 2\text{H}_2\text{O}$ は、水素分子などの微視的世界の釣り合いであり、気体水素などの巨視的世界の釣り合いでもあった。前出の物質質量の等式において、 $n(\text{H}_2)/2 = n(\text{O}_2) = n(\text{H}_2\text{O})/2$ は巨視的世界の量であるが、同時にそこに現れる整数（化学量論係数由来の分母の2）は微視的世界の量と読めた。同様な例は、すでに説明した希薄溶液の実験にもみられた。例えば、凝固点降下の法則では、溶質の粒子に注目すると、その粒子の種類に依存しないで（独立して）成立していることがわかる。物質質量（と物質質量を含む示強性物理量、モル濃度など）を使えば、希薄溶液における溶質の粒子的な性質（束一的性質 colligative property）がはっきりと現れるのである。現行の高校化学でのいわゆるアボガドロの法則では「気体は同温同圧同体積では同数の分子を含む」という。この法則（前出の理想気体の式）は「どの気体も同温同圧同体積では同物質質量である」と言い換えられる。後の言い回しのほうが、物質の要素粒子の種類に依存しない理想気体の性質がよく現れている。化学物質の世界で、化学物質に対して直接的に測定できる典型的な示量性物理量は質量であるが、その物理量間の関係では、原子・分子的世界の特徴が見えにくいのである。ところが物質質量を使えば、原子・分子的世界の振る舞い（法則性）が、化学物質の世界から垣間見られるようになる。初等中等化学教育での大きな目標の一つは、学習者を（肉眼でみえる）化学物質の世界から（肉眼ではみえない）粒子的世界へと導くことにある。とするならば、化学教育で物質質量を教える第一の意義はこの振る舞いをみせることにある、といえるであろう。

化学の基本法則¹⁴⁾が、基本に値するか否かの議論は別にして、現代初等化学教育においても、化学入門時におけるこれらの法則の役割は失われていないと思われる。基本法則は、原子・分子の世界への導入に使われたり、逆に原子・分子の世界の粒子性を仮定して、化学（物質の世界）の基本法則が説明される。基本法則を質量または体積で述べながら、物質質量ではどうなるか、を考えてみる。化学反応の前後で総質量は保存される（質量保存則）が無論、物質質量の保存則は成立しない。物質 A と物質 B とが反応する時、質量の割合は一定（定比例則）であり、それらの物質の要素粒子を指定すれば、定比例則は物質質量についても成立している。三種類の化学物質、亜酸化窒素 N_2O 、酸化窒素 NO 、三酸化二窒素 N_2O_3 、において、酸素と窒素の質量比を計算すると、 $1:2:3$ となる（倍数比例則）ので、物質質量についても同様に計算してみる。亜酸化窒素では $n(\text{N})/2 = n(\text{O})$ 、酸化窒素では $n(\text{N}) = n(\text{O})$ 、三酸化二窒素では $n(\text{N})/2 = n(\text{O})/3$ 、である。この順序で物質ごとの $n(\text{O})/n(\text{N})$ を求めると、 $1/2:1:3/2 = 1:2:3$ となり、倍数比例則は物質質量比でも成立している。気体の化学反応では成分気体（定温定圧）の体積は互いに整数比をなす（気体反応の法則）のだから、体積のか

わりに、物質量を選んでも成立する。こうして、化学の基本法則でも粒子性が顕著になれば、物質量が威力を発揮することがわかる。基本法則を原子・分子の世界への導入に使うならば、物質量を導入して後、物質量を基に基本法則を見直すのがよいであろう。物質量は、要素粒子の存在を前提に定められる物理量だからである。

7 モル次元の導入法の骨子

- a. (次元の意識化) 生徒は次元(長さや面積など)を無意識に使っている。そこで、長さや面積などを例として、次元の意識化をはかる。比較の方法を使つての物理量(長さや幅など)の釣り合せ、等置できる物理量の同一視(幅も長さで表せることなど)、一つの類としての集合などを説明する。類と類の要素のどちらも、同一の名前でよばれることに注意する。モルの理解は結局、メートルなどと同じように、その次元の獲得にかかっている。
- b. (一対一対応の例示) 要素間で一対一対応する二つの集合を同じ「量」とみなす(みなせる)ことが要点となる。身の回りにみられるいくつかの例、飴玉とその包紙など、を取り上げる。教具として、ナットとボルト入りの袋を使い、化学物質と要素粒子と一対一対応とを例えてもよい。この段階で、量の記号 n を導入する。
- c. (化学物質中の対応) 化学物質中の一対一対応は、比較の方法としてみやすい。例えば、塩化ナトリウムの $n(\text{NaCl}) = n(\text{Na}^+) = n(\text{Cl}^-)$ を使う。要素粒子 NaCl が要素粒子 Na^+ と Cl^- を含むことは、それらの三者間で一対一対応していることを意味する。袋 NB の $n(\text{NB}) = n(\text{N}) = n(\text{B})$ との類似性を喚起してもよい。
- d. (化学量論と釣り合わせ) この段階では、化学反応式を既習とする。化学物質の反応では、原子・分子間の一対一対応は自然現象として起こる。この時、SI モルの導入を予定して二酸化炭素の生成反応式を使うとか、1でない化学量論係数の現れる水の生成反応式などを取り上げる。要素粒子間の一対一対応の結果として、 n の間での均衡関係(等式)を導入する。その量 n が物質量とよばれること、 n は(化学物質に附随していて実在するので)物理量と考えてよいこと、特に、 n は質量、体積、数のいずれでもないと説明する。教具として、粒子シートを用いてもよい。
- e. (要素粒子の特定) 多くの例を取り上げ、丁寧に説明する。物質量は同一の化学物質であっても要素粒子の選び方で違ってくる例 $n(\text{H}_2\text{O}) = 3n(3\text{H}_2\text{O})$ 、要素粒子は分子として物理的に実在しなくてもよい例 $n(\text{CH}_3\text{OH}) = 2n(8\text{H})$ の 8H など。物質量は要素粒子(の化学記号)で指示しても、原子・分子の量ではなくて、化学物質の世界の量だと注意する。この段階の終了までに、物質量間の等式を扱えるようにする。
- f. (物質量の次元の導入) 以上の物理量 n を集めて「物質量」の次元とよぶ。等置できる量なので類として集められること。ここでも「長さ」の次元との類似性を思い出す。
- g. (モルの導入) 炭素-12を要素粒子とする化学物質とそのシート(SIの定義そのままに 12 g 分の物質量)を導入する。この mol を「物質量」の次元に加える。物質量 n の測定では、次元の中で比較の方法を使い、 n と mol との比を数値 a として求める。そこで、 $n = a \times \text{mol} = a \text{ mol}$ と書く。
- h. (モル質量と原子量) 以上までの導入法では、 A_r の知識は全く不要である。もし A_r が

既習ならばこの段階で、モル質量との関係式 $M(B) = A_r(B) \text{ g/mol}$ を導入できる。この関係式の説明にも、粒子シートが使える。

- i. (モル化学計算) 物質量の比を直接測定することは実際的ではない。モルの化学計算問題でよく利用されている前項の関係式を使う。要素粒子 B の化学物質の質量 $m(B)$ を測定し、 $M(B) = m(B)/n(B)$ を使い、 $A_r(B)$ を既知とする。物質量 $n(B)$ は両辺を数値で釣り合わせて、 $\{m(B)/\text{g}\}/A_r(B) = n(B)/\text{mol}$ で換算する。
- j. (補足のための例) 気体の酸素とオゾンにおいて、物質量 n と質量 m とモル質量 M を比べる。同じ質量 $m(\text{O}_2) = m(\text{O}_3) = 96 \text{ g}$ の時、物質量は $n(\text{O}_2) = 3 \text{ mol}$ と $n(\text{O}_3) = 2 \text{ mol}$ と違う。同じ物質量 $n(\text{O}_2) = n(\text{O}_3) = 1 \text{ mol}$ の時、質量は $m(\text{O}_2) = 32 \text{ g}$, $m(\text{O}_3) = 48 \text{ g}$ と違う。どちらの場合もモル質量は、 $M(\text{O}_2) = 32 \text{ g/mol}$ と $M(\text{O}_3) = 48 \text{ g/mol}$ となる。要素粒子を変えれば、同じ物質量 $n(3\text{O}_2) = n(2\text{O}_3) = 1 \text{ mol}$ の時、質量は $m(3\text{O}_2) = m(2\text{O}_3) = 96 \text{ g}$ と同じで、モル質量でも、 $M(3\text{O}_2) = M(2\text{O}_3) = 96 \text{ g/mol}$ と同じ。この例を使って前項の換算式を確かめる。以上の項目は、ほぼ高校化学で扱えるが、さらに簡略化もできる。
- k. (モル学習の意義) 化学量論と古典的物理化学の法則 (のいくつか) は、物質量均衡関係 (等式) とみなせる。物質量 (とモル) を通してみれば、巨視的・化学物質の世界から微視的原子・分子の世界の法則性が垣間見られる。モルを使えば、グラムと同じような単位の利便性が得られるが、さらに (同一視によって) 異種化学物質間の粒子性をきわだてられる。そこに物質量 (モル) を学習する第一の意義がある。

註 と 文 献

1. 例えば, D. M. Gower, D. J. Daniels and G. Lloyd, "The Mole Concept," *School Science Review*, **58**(No. 205), 658-676 (1977) や S. R. Krishnan and A. C. Howe, "The Mole Concept," *Journal of Chemical Education*, **71**(8), 653-655 (1994) など。
2. モル学習の困難については例えば, 文献^{1,4)}に引用されている。
3. 工夫については例えば, 以下の文献^{4,5,6)}に引用されている。
4. D. Ainley, "Mole Catchers?," *Education in Chemistry*, **28**(1), 18-19 (1991) や M. J. ten Hoor, "The Heart of Chemical Quantity Calculus," *Chem NZ*, **79**, 33-38 (2000) など。
5. 物質量 (化学量) の次元や物理量としてのモル, さらに, モル質量と原子量あるいは分子量との関係式 $M(B) = A_r(B) \text{ g/mol}$ については, 森川鉄朗・西山保子, 物理量としての単位モルの導入法について「上越教育大学研究紀要」**16**(2), 651-659 (1997) と, 以下の文献⁶⁾を参照のこと。
6. このような一対一対応を表示する図を, 文献⁵⁾では「物質展開図 sheet of substance」と命名したが, さらに論文, T. Morikawa and B. T. Newbold, "A Tool for Teaching Amount of Substance as a Physical Quantity," *KHIMIYA: Bulgarian Journal of Chemical Education* (ブルガリア), **8**(5-6), 285-290 (1999) では, 「化学粒子シート chemical entity sheet」簡略化して「粒子シート entity sheet」と整理した。なお, この論文では, モルを counting unit として扱う多くの英文文献を紹介している。
7. I. Mills, T. Cvitaš, K. Homann, N. Kallay and K. Kuchitsu, *Quantities, Units and*

Symbols in Physical Chemistry, IUPAC, Blackwell Scientific Publications, Oxford, second ed. (1993) とその第 1 版の和訳は、日本化学会標準化専門委員会監修／朽津耕三訳「物理化学で用いられる量・単位・記号」講談社(1991)である。この和訳書では, elementary entity を要素粒子としている。なお、本書に準拠して科学記号を用いた。

8. 物質量とモルとの測定に関する最近の文献は, M. L. McGlashan, "Amount of Substance and the Mole," *Metrologia*, **31**, 447-455 (1994/95) である。
9. 工業技術院計量研究所訳・監修「国際単位系(SI): グローバル化社会の共通ルール」国際文書第 7 版日本語版(1998)／日本規格協会(1999) の, pp. 19-20, 64-65 などではモルの定義に, pp. 102-104 では物質量の測定法に, 言及している。
10. L. K. Nash, *Stoichiometry: Atomic Weights, Molecular Formulas, Microcosmic Magnitudes*, Addison-Wesley, Reading (1966, Addison-Wesley Series in the Principles of Chemistry)で, 硫化鉄の例題は第 1 章にあり, 解答方法としてグラム分子数などを用いている。和訳は, 慶伊富長・大倉一郎訳「化学量論」東京化学同人(1970, 現代化学シリーズ49) である。
11. 定比例の法則などの化学の基本法則は, 森川鐵朗・鐸木啓三, グラフからみた化学の基本法則 — 特に原子・分子説との関連において — 「化学教育」**27**(1), 64-67 (1979) に詳しく議論されている。
12. 化学反応式は, もともと物質についての表現であった。日本化学会編「化学史／常識を見直す — 教科書の誤りはなぜ生まれたか」講談社 B747 (1988) の第 2 章によれば, 最初の化学反応式は, ぶどうのしぼり汁 = 炭酸 + アルコール, とされている。ラボアジェ「化学のはじめ」田中豊助・原田紀子共訳, 内田老鶴圃新社(1979, 古典化学シリーズ4) p. 81 を参照のこと。炭酸は, 現在の二酸化炭素のこと。
13. P. G. Nelson, "The Exclusive Mole," *Education in Chemistry*, **28**(4), 103-104 (1991) .
14. McGlashan⁹⁾によれば「Mol」は, W. Ostwald (1900) によって最初に使われ, A. Findlay (1902) によって mole と英訳されたとある。Nelson¹³⁾でも, さらに和文の文献, 例えば, 佐藤弦「化学と教育」**36**(3), 303 (1988) でも, 同様な説明をみかける。だが, L. Cerruti, "The Mole, Amedeo Avogadro and Others," *Metrologia*, **31**, 159-166 (1994) は, 「用語の Mol は Ostwald による」はたぶん伝統的なテキストブックエラーである, という。要するに, モルはグラムモルの便宜的な省略語として, 前世紀末にすでに, 化学者間で使われていたものらしい。
15. M. L. McGlashan, "The Mole," *Education in Chemistry*, **14**, 189 (1977) や M. L. McGlashan, "Amount of Substance and the Mole," *Physics Education*, **12**(5), 276-278 (1977) など。
16. G. Gorin, "Mole and Chemical Amount," *Journal of Chemical Education*, **71**(2), 114-116 (1994) など。
17. モルを counting unit とする見方は, 日本でも広く流布した。例えば, 大木道則訳「バリー・新ケムス化学 — 実験に基づく科学 —」丸善(1973) の第 2 章「薬品をモル単位で扱うのは, 八百屋さんが卵を 1 ダースで扱うのと同じ」や, 米山正信「第 3・化学のドレミファ — モルに強くなる本」黎明書房(昭和45年初版, 昭和56年20刷) の第 4 章「モルの一山・・・ダース」や, アルケミストの会編著「化学と教育 — その実践」地歴社(1982) p. 82では, 「ミクロの粒子 6×10^{23} 個の集まりのことを 1 モルという。・・・ T: サイダー 12 本の集まりを何という? S: 1 ダース。T: それと同じだよ。」とある。その他, 文献 5 の引用

- など。この見方は現在の英語圏でも根強い。例えば, L. J. Malone, *Basic Concepts of Chemistry*, 5th ed., John Wiley & Sons, New York (1997), Chap. 8, sec. 2 など。
18. グラム分子をモルとよぶなごりは最近の出版物, 浦田哲男他「基礎化学の計算法」東京電機大学出版局 (1996) などにもみられる。
 19. 物理量一般の次元と単位系については, 森川鉄朗・西山保子, 初等中等科学教育における物理量と単位系について「上越教育大学研究紀要」16(1), 279-288 (1996) とその引用文献など。
 20. E. A. Guggenheim, "Units and Dimensions," *Philosophical Magazine*, 33, 479-496 (1942) を参照のこと。
 21. E. B. Golos, *Patterns in Mathematics*, Prindle, Weber & Schmidt, Boston (1981), Chap. 5, sec. 1 など。
 22. この段落は, 山梨県立吉田高等学校の広瀬庄一氏との議論に感謝する。(本論文の校正中に追加) 広瀬庄一・森川鉄朗, 化学教育における物質量の測定法と生徒の学習上のつまづきについて「化学と教育」48(11), 752-755 (2000) では, 高校生における一対一対応を検討している。
 23. 「物質量釣合あるいは物質量均衡あるいは物質量バランス amount balance」は, 本稿の造語である。Oxford English Dictionary, Clarendon Press, Oxford (1989) によれば, amount では「1. The sum total to which anything mounts up or reaches: a. in quantity ... b. in number ... 3. A quantity or sum viewed as total」とあり, entity では「1. Being, existence, as opposed to non-existence; the existence, as distinguished from the qualities or relations, of anything ... 2. That which constitutes the being of a thing; essence, essential nature.」と説明されている。
 24. 希薄溶液の法則の説明は, 篠田耕三「溶液と溶解度」改訂増補版, 丸善 (1974) の第6章による。ここでの6法則, Henryの法則, Raoultの法則, 分配の法則, 沸点上昇の法則, 凝固点降下の法則 (van't Hoffの法則), 浸透圧の法則において, 法則の一つを仮定すれば, 残りの法則を熱力学的に導出できる。全ての法則が異種の溶質粒子に対して, 物質量バランスとして表現できないことに注意しよう。例えば, ヘンリーの法則, 希薄溶液では溶質の蒸気圧は溶液中の溶質のモル分率に比例する, が成立する。溶質粒子を B とする溶液の濃度を $c(B)$, その時の溶質の蒸気圧 (溶液と平衡状態にある気相中の溶質蒸気の分圧) が $p(B)$ ならば, $c(B)/p(B)$ は一定と書ける。この時の比例定数は, 溶媒や溶質の種類に依存しているので, $c(B)/p(B)$ と別の溶質粒子 C に対する $c(C)/p(C)$ とを等しいと置けない。ヘンリーの法則のように, 同種の溶質についてのみ成立する比例式は, 溶質の質量についても成立するので, 物質量を用いる利点をはっきりと現れない。
 25. モルは物理的に実在する分子にのみ適用できるとする考え方は「化学大辞典」共立出版 (昭和55年第24刷, 1964) などにあるが, 現在もみかける。この辞典にあるその頃の解釈で(モルは)「物質の質量を測る単位の一つ。物質の分子量に等しいグラム数の物質の量を1モルという」は, 記録されておいてよい。
 26. 日本工業規格 (JIS) の計測用語 (Z 8103-1990) によれば, 測定とは「ある量を, 基準として用いる量と比較し, 数値又は符号を用いて表すこと」で, 量とは「現象, 物体又は物質のもつ属性で, 定性的に区別でき, かつ定量的に決定できるもの」で, 物理量とは「物理学における一定の理論体系の下で次元が確定し, 定められた単位の倍数として表すことができる量」で, 単位とは「量を測定するために, 基準として用いる一定の大きさの量」

である。国際単位系 (SI) 及びその使い方 (Z 8203-1985) では、長さや質量などの項目名として (物理量ではなくて) 「量」と記している。「計量法における単位の規制 (p.9)」で、SI 単位の分類では、(物理量といわずに) 「物象の状態の量」としている。以上は、JIS ハンドブック35「標準化」日本規格協会 (1999) による。なお、前出の文献⁷⁾では、量ではなくて「物理量」と分類している。ISO Standards HandBook, *Quantities and Units*, ISO, Geneva, third ed. (1993, ISBN 92-67-10185-4) も参照のこと。

27. モルの計算問題においても、化学教科書や参考書での物理量の扱い方は重要となる。日本では数の間の比例式を、英語圏では物理量同士の比例式を使う。これらとは違う、物理量を釣り合わせる方法については、T. Morikawa and B. T. Newbold, "A Listing and Equating Method for Solving Chemistry/Physics Problems," *Bulletin of the Joetsu University of Education*, 18(2), 667-672 (1999) で論じられている。問題解法の表現の議論は、森川鉄朗・室谷利夫, 中等物理化学教育における物理量の表現とその導入法について「上越教育大学研究紀要」19(1), 67-81 (1999) にある。
28. 玉虫伶太他編「エッセンシャル化学辞典」東京化学同人 (1999) の「モル」の項目では「実際に取扱う物質の量を、その物質をつくっている要素粒子の数で表すしたのでは数値が大きすぎて不便である。そこで、質量数12の炭素 0.012 kg 中に含まれる ^{12}C の数と同じ数の要素粒子を1モルと定義」とある。
29. 大日本図書「化学 I B 教授資料 (化 B 614)」では「粒子の数を表すために mol という単位をもつ物質量を導入する」とある。この表現では、mol は counting unit を表すことになる。東京書籍「指導資料 高等学校化学 I B (化 B 612)」では、原子量や物質量は「約束事でありツールである」と説明している。数研出版「教授資料 化学 I B (化 B 621)」では「物質量の物質とは原子、分子・・・の粒子のこと・・・粒子の量を表す単位」とある。高校や大学水準の教科書も、モルと粒子数の関係を強調しているが、モルの物理量としての性質や化学における物質量の役割にはあまり触れていないようである。

(原稿受付 平成12年10月10日)

Teaching the Dimension of the Mole and Balancing Amounts of Substance

Tetsuo MORIKAWA* and Satoshi TAGUCHI**

ABSTRACT

The essential point in teaching amount of substance and the mole is how to introduce students to the dimension. One can construct the dimension by first adopting methods of comparison such as one-to-one correspondence in stoichiometry, secondly equating between quantities with relation to chemical substance by means of one of the methods, and lastly collecting such quantities as a class. This paper shows the dimension as a class of amounts of chemical substance as well as a teaching material. Balancing amounts of substances makes it possible for students to appreciate the atomic/molecular world through the substance world. From the above-mentioned point of view the teachers can show students why chemistry needs the mole. The outline of teaching the dimension is summarized in the last section.

* Joetsu University of Education, Division of Science

** Hokkaido University of Education, Division of Science Education