

科学教育における物理量の処理方法と モル演習の方略について

森 川 鐵 朗*・一 色 健 司**

(平成13年7月19日受理)

要 旨

自然科学の記号表現, 例えば物理量や数値とか法則の等式あるいは計算式には, 科学の考え方や理解の仕方が端的に現れる。この論文では, これらの表現を取り上げ, 科学演習全般の方略を検討した。第2節ではまず, 二つの物理量の商が新しい物理量となる場合, 量商とよび, これを科学教育的な視点から議論した。科学教育における問題演習は, 科学の理解を深めるために課すものだから, 問題の表現と解法は, 科学の考え方と方法に基づいて組み立てられることになる。第3節では, 物理量の記号処理でまず必要となる「物理量の表記法」「物理量間の演算法」「表とグラフの表現法」の試案をまとめた。「物質質量とモル」は, 生徒・学生にとって化学学習における隘路である。そこで第4節では「物質質量とモル」演習問題を新規に作成しあるいは文献から採録し, 学習者の理解を促すための検討を試みた。第5節では, 高校教育にみられる典型的な, モル化学計算問題を取り上げた。各種の問題を整理し, 問題の本質と形式とを見通せるように, 相互に変換される問題群として定めた。本論文で採用する「物理量バランス法」は, 日本の現行中等教育での「数の比例計算法」とは全く違っている。等式の物理的な意味をはっきりさせ, 物理量間でバランスをとることで, 方程式を立てるのである。最後の節で初等数学と「物理量バランス法」の立式法を比較し, 両者の連携を論じた。

KEY WORDS

physical quantity	物理量	quantity calculus	量の計算法
quantity quotient	量商	exercise	演習
physical quantity for equating, PQE	等置物理量		
method of balancing of physical quantities	物理量バランス法		
amount of substance	物質質量	problem solving	問題解法
elementary entity	要素粒子	symbolic expression	記号表現
mole	モル	language for science	科学言語
SI	国際単位系	science education	科学教育

1 序 論

科学教育におけるコミュニケーションでは多くの場合, 記号表現が使われる。記号表現とは科学的内容を記述するための, 物理量や数値の記号とか法則の等式あるいは計算式のことである。

* 上越教育大学自然系 〒943-8512 上越市山屋敷町1

** 高知女子大学生生活科学部 〒780-8515 高知市永国寺5-15

る。コミュニケーションとしての発問、特に科学計算は学習者の理解の程度をテストするためだけではなくて、関連する学習事項も含めて、かれらにより明確に考えさせ、より深く理解を促すためのものでもある。科学教育の発問は、授業中に個々の学習者に問いかけるだけではなくて、解法を問う演習として出題されることもある。問題解法とは一般的に言えば、既に知られているデータから新しい情報を導くこと¹⁾と、考えられる。そこで、科学のある学習事項を教授する際には、よく練られた発問を数多く準備しておくことが必要となる。

多くの教師は化学量論にともなう化学計算の教授に失敗していると、Packer²⁾は述べている。その原因は二つあって学習者に、測定の原理を理解させていないこと、計算に必要な「科学言語」を与えていないこと、としている。ここでいう原理（の理解）とは、量とは何か、単位とは何か、両者の関係は如何、を指している。記号表現を含む「科学言語」には以下で述べるように、科学の考え方や理解の仕方のエッセンスが端的に現れる。特に、演習形式における記号表現の特徴は、物理量の扱い方に現れる。したがって、科学教育の実践場面では「量の処理法」を慎重に選択しなければならない。この論文では、いろいろな物理量を取り上げながら、特に「物質質量とモル」を中心とする科学演習全般の方略を検討する。

日本の中等科学教育で使われている「量の処理法」の問題点は、既に議論⁴⁻⁶⁾してある。その特徴は、物理量である「数値 × 単位」を分解して数値のみを取り出し、それらの数値を数学的な計算方法、例えば数の比例計算、で処理する点にあった。物理量の商が新しい物理量となる場合、それを以下では量商⁹⁾とよぶ。例えば、均一な溶液において、溶質の質量と溶液の体積との量商は濃度という物理量となり、溶質と溶媒の質量の商は質量分率になる。このように量商は、分母子の物理量が異種か同種かで、度と率とに使い分けられ⁹⁾ている。いずれも科学教育において、物理量の概念形成や量的な関係を把握するための重要な量であり、科学計算においても極めて大切な役割を果たしている。数学教育における度と率との検討¹⁰⁾と比べてみると、中等科学教育でも、科学教育にみあう度・率を導入するべきであると思われる。第2節ではまず、量商に焦点をあて、科学教育的な視点から議論する。

科学教育における問題演習は、科学の理解を深めるために課せられるものだから、問題の表現と解法は、科学の考え方と方法に基づいて一貫している形に組み立てられることになる。物理量の基本的な表現である「物理量 = 数値 × 単位」の概略史¹¹⁾は、自然科学における物理量の理解の仕方の歴史でもある。第3節では、物理量の記号処理でまず必要となる「物理量の表記法」「物理量間の演算法」「表とグラフの表現法」の試案をまとめる。

以上のような物理量全般にわたる検討をふまえて、第4節には「物質質量とモル」に関連する発問を多数、新規に作成しあるいは文献から採録する。この「物質質量とモル」は、生徒・学生にとって化学学習における隘路¹²⁾である。そこで「物質質量とモル」に関する基礎的な化学演習問題を用意し、学習者の理解を促すための検討を試みる。第5節では、高校教育にみられる典型的な、モル化学計算問題を取り上げる。各種の問題を整理し、問題の本質と形式とを見通せるように、相互に変換される問題群として定める。ここで採用する解法^{4-6,12)}は、日本の現行中等教育でのそれ、すなわち「数の比例計算法」とは全く違っている。等式の物理的な意味をはっきりさせ、物理量間でバランスをとることで、方程式を立てていく。このように等しく置くための物理量を、等置物理量 PQE^{5,6)}とよぶ。さらに、モルに関わる演習問題を文献から採録し、それらに「物理量バランス法」による考え方を添付する。最後の節で、初等数学と物理量バランスの両方式による立式方法を比べながら、数学と科学における「量の処理法」の連携を論じる。

2 物理量の商をめぐる問題点について

科学計算で数の比例式を用いる問題点は、比例の数学的性質そのものにある。数学の比例式では、二つの数の比、 $a:b$ と $x:y$ 、が等しいとき $a:b = x:y$ と書き、形式的に $a/b = x/y$ と同等とみなす。数学では、この与えられた比例式が正しければ、分子と分母を入れ替えた逆比についての比例式 $b/a = y/x$ や内外項の積 $a \times y = b \times x$ も正しい。ところが、 a, b, x, y がいずれも物理量のとき、形式的変換後の表現の意味は自明ではない。例えば、2.0 g の塩を 0.50 dm³ (= 0.50 L) にあるいは 1.0 g の塩を 0.25 dm³ に完全に溶かせば、溶液の濃度として $(2.0 \text{ g})/(0.50 \text{ dm}^3) = 4.0 \text{ g/dm}^3 = (1.0 \text{ g})/(0.25 \text{ dm}^3)$ と自然に考えるのであり、 $(0.50 \text{ dm}^3)/(2.0 \text{ g})$ とか $2.0 \text{ g} \times 0.25 \text{ dm}^3 = 0.50 \text{ dm}^3 \times 1.0 \text{ g}$ は極めて考えにくい。距離 25 km を 5 時間で歩くとき、 $(25 \text{ km})/(5 \text{ h}) = 5 \text{ km/h}$ はその平均の速さであり、 $(5 \text{ h})/(25 \text{ km})$ は別の物理量、ある距離の所用時間、を考えていることになる。ではこの条件下で、20 km 歩くときの所用時間を問われて、 $x:5 = 20:25$ と式を立て、次いで数学の公式「内項の積は外項の積に等しい」を使って解いたとしよう。この公式は数の計算法として正しくても、物理的な意味は考えにくい。物理量の積と商は、どれでも物理量となるわけではない。数の比例計算を用いる演習過程では、計算方法と計算の中途に物理的な意味がない、あるいは、あいまいになりがちだから、そのような演習は答をだすことに矮小化されがちである。等式のどの項も物理量として意識しなくては、物理的に考えているとはいえない。

上記の簡単な議論は、科学演習のめざすものと量商（物理量の積も含めて）との両者を、科学教育的な側面から検討することの必要性を示唆している。科学計算演習の目標は、3 点に要約されるであろう。i) 問題の表現：科学の問題解法において、量的関係を物理的に理解して、記号を用いて数理的に表現できるようにすること。ここには、物理量や単位の表し方、自然法則の使い方、方程式の立て方などが含まれる。ii) 問題の変換：量的関係の表現を、物理的・化学的に有意味のまま変形し見通せるようにすること。変換後の表現においても、物理的・化学的な意味を見失わないことが大切である。ここでは、演算方法などが必要となる。iii) 結果の解釈：得られた結果を物理的・化学的に意味づけられること。この最終結果は、簡略化された「問題の表現」となるはずである。数間の比を使う計算方法はそのままでは、これら 3 点の目標に照らし合わせてみれば、科学教育としては明らかに採用できない。

科学教育では、量商を如何に導入したらよいか、いろいろと検討するべき課題がある。ここでは簡単に、密度、濃度、速度などについて考察する。濃度は密度に似ているが、ここでの質量（その他、物質質量など）は溶質のことで、全体の質量（その他、物質質量など）ではない。密度¹³⁾はいわば、体積質量 (volumetric mass) であり、濃度は体積溶質質量 (volumetric solute-mass) であり、溶解度は、溶質質量と溶媒質量の比では質量分率である。密度に類似の量は日常的にも、たとえば、人工密度（人数/平方キロメートル）などによく見かける。科学ではその他に、線密度とか面密度とかもある。生徒・学生にとって物理量の理解が難しいのは、各種の物理量を科学学習の初期段階から物理量として教えられてこなかった点にも原因があらう。

学習者に密度を単位体積当たりの量、例えば 1 cm³ 当たりに何グラムの量、として説明する仕方をよくみかける。このような説明は、示量性の物理量同士の量商に対して使われる。当たりの量とは、速さでいえば、 $\Delta x/\Delta t$ という平均量を指している。ここで、 Δx と Δt はそれぞ

れ、距離と時間の変化量である。速さ（方向をつければ速度）という物理量は、この平均量の極限量 dx/dt として得られる新しい物理量（平均量があっても極限量が存在するとは限らない）である。同様に、密度は局所的な小体積におけるその質量の平均量 $\Delta m/\Delta v$ の極限量のことである。平均量と極限量は同一の単位をもち、単位付きの当たりの量では区別できない。均一な物体（や溶液）では、そのどの部分も大小にかかわらず定まる物理量があること、すなわち、示強性という性質が密度の学習には欠かせない。当たりの量という説明では、この示強性を意識できていないことになる。自然科学教育では以下の統一案が示すように、どの物理量も物理量間のどの関係式も、特別な単位系に依存しないように選ばれるべき（単位の選択からの独立性 independent of the choice of units¹¹⁾）である。この物理量の選び方からみても「単位付きの当たりの量」は、物理量の真の理解とは遠い導入法といえる。

密度は、以下で述べるように、広範囲に応用され発展する概念としての「分布」として扱う¹⁰⁾のがよい。ただし、ここでいう分布は、物理量の分布であり、分布そのものも物理量として扱うことになる。長い銅線を思い浮べる。そのある位置で一様とみなせるある長さを ds とし、その質量を dm とし、 dm/ds を線密度とよぶ。同じように、面積を a とし、面密度は dm/da であり、体積密度つまりいわゆる密度は dm/dv と表せて、溶液でいえば、濃度（無限希釈では、その極限值が物理量として存在することが必要となる）に対応する。密度や濃度などの示強性物理量は次のように、数学でいう連比の表現を次元とみなす¹⁴⁾とよい。このことを、濃度を例にとり説明する。ある溶液 0.50 dm^3 に溶質 2.0 g が溶けているとする。ここで、濃度 $c = 2.0 \text{ g}/(0.50 \text{ dm}^3) = 4.0 \text{ g/dm}^3$ が与えられていると述べることは、濃度の次元を暗黙に思い浮べているのである。濃度が示強性であることを問題にするときは、例えば、均一な溶液を2等分して、各区画が等しい濃度であることを想定しているのである。つまり、いろいろなサイズの系に対して、同種の物理量の集合を思い浮べて、それらのどれも互いに等しいとして、それら全体を次元とよぶのである。溶液全体もどの小さな区画も、 4.0 g/dm^3 と思い浮べられること、つまり、次元のどの要素も同じものとみなせる（同一視できる）こと、さらに局所的に定まる物理量としての濃度の理解に進めば、濃度の概念獲得ができた、といえる。そこでは、系のサイズに依存しない分布としての濃度のことである。濃度は、個々の溶液の物理量と次元との両者の呼称に使われていることに注意しよう。

3 物理量を処理する一般的方法について

前節の「演習の目標」で述べた3要点を順次、明確化する。以下ではまず、各種の文書・解説^{9,15-17)}などを参考にして、「物理量の表記法」を統一試案としてまとめている。「物理量間の演算法」統一試案の各項目は、「物理量の表記法」ほどには国際的な取り決めあるいは推奨を受けてはいない。表は、物理量の数値とそれらの間の対応関係を含めて表記する方法として、欠かせないものである。また、グラフは物理量間のあるいは数値間の量的な関係を描いたもので、データ全体の傾向を鳥瞰するには極めて有効である。Le Vent¹⁸⁾はボイルの法則などを例にとり、グラフの不当な使い方が広まっていて、学習者に混乱をもたらしていると述べている。科学の表現法として「表とグラフの表現法」の統一案も欠かせない。

科学計算は無論「量の計算法」に基づく。そこでの基本式は、「物理量は数値と単位との積」であり、これを以後、 $q = a \times u$ と表す。この式の含意¹¹⁾は3点ある：どの物理量 q も単位

系に無関係に選択されるべきこと、 $q = a \times u$ の全体で測定の原理を表していること、右辺の $a \times u$ をまとめて物理量と考えること。そこで本稿では、物理量 $a \times u$ から数値だけを取り出して計算する方法¹⁹⁾を採用しない。ただし、電卓やコンピュータを使って実際に数値計算をするには、少し注意^{5,6)}が必要である。数値を含む簡単な計算では例えば、力 2 N で(力の作用点の)移動距離 10 m のときの仕事 w は、 $w = 2 \text{ N} \times 10 \text{ m} = 20 \text{ J}$ と求める。つまり、物理量のまま演算するのである。一方、等式中に括弧付きで単位を含める習慣は、高校教科書や工学系の参考書などで極めて根強く、単位系に依存しない物理量間の関係式、例えば $pV = nRT$ においても [atm] などを添付する。そこで以下では、この理想気体の状態式を例に取り上げ、単位を物理量として式の中に入れる表現法を提案する。状態式に、例えば hPa を加えて表現するには、両辺を hPa で割って、 $(p/\text{hPa})V = n(R/\text{hPa})T$ とすればよい。あるいは $q u^{-1} = a$ とみれば、 $(p \text{ hPa}^{-1})V = n(R \text{ hPa}^{-1})T$ となる。括弧(...)の部分は、物理量と単位が同次元に属するならば、数値となる。さらに、単位の選択を続ければ例えば、

$$(p/\text{hPa})(V/\text{dm}^3) = (n/\text{mol})(R \text{ hPa}^{-1} \text{ dm}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1})(T/\text{K})$$

となる。このように、必要な単位を必要なだけ順次、定めていけばよい。ここでの表現を使う数値計算では、必要な括弧に数値を代入し演算すれば、結果は自然に単位付の $q = a \times u$ の形となる。無論、ある物理量 q を $q = a \times u$ と書き下すことは、単位をそのように選んだことになるので、 $pV = nRT$ においても計算するだけならばもっと簡単にすむ。例えば、ある単位系下での R を求めたいとき、 $pV/(nT) = R$ の左辺の各物理量を、例えば $p = 1013 \text{ hPa}$ と、 $q = a \times u$ 形で代入し整理すれば、 $R = a \times u$ 形が残る。単位相互の換算は「量の計算法」の重要なテーマのひとつである²⁰⁾が、SI の枠内ではかなり楽にすむ。

「物理量の表記法」の統一試案

- 物理量の名称と単位の呼称とを区別して使うこと。例「物質質量」は物理量の名称であり、「モル」は単位の記号 mol の呼称である。ある物質に対して「モル数は 2 mol で」という言い方は正しくなくて、「物質質量は 2 mol で」という。
- どの物理量も単位の選択に無関係にして、物理量一種にイタリック体の記号ひとつのみをあてること。例「力を f とし」「物質質量濃度 c とし」など。避ける例「力を $f[\text{N}]$ とし」「物質質量濃度 $c[\text{mol}/\text{dm}^3]$ は・・・」など。
- 物理量の記号 q に単位 u をつけるときは、 q/u あるいは $q u^{-1}$ の数値とすること。例「力を f とし、その数値を f/N とし」「溶液の物質質量濃度の数値を $c/(\text{mol}/\text{dm}^3)$ とし」など。避ける例「力を $f(\text{N})$ として」「物質質量濃度 $c[\text{mol dm}^{-3}]$ は・・・」など。
- 物理量を数値と単位との積で表すときは、数値と単位の間には「 \times 」または「 \cdot 」または「スペース」を入れること。例「力を 10 N として」「物質質量濃度 0.20 mol/dm³ とし」など。避ける例「力を 10[N] として」「物質質量濃度 0.20(mol/dm³) とし」など。

「物理量間の演算法」の統一試案

- 物理量は表記 q や $a \times u$ そのままで演算すること。例「力を f とし、質量を m とし、加速度を α とすれば、 $f = m \times \alpha$ となる」「溶液の物質質量濃度を 0.20 mol/dm³ とし、体積を 0.50 dm³ とすれば、そのときの物質質量 n は n

- = $0.20 \text{ mol/dm}^3 \times 0.50 \text{ dm}^3 = 1.0 \text{ mol}$ となる」など。避ける例「力を $f[\text{N}]$ とし、質量を $m[\text{kg}]$ とし、加速度を $\alpha[\text{m/s}^2]$ とすれば、 $f[\text{N}] = m[\text{kg}] \times \alpha[\text{m/s}^2]$ となる」「力 2 N で移動距離 10 m のときの仕事 w は、 $w = 2 \times 10 = 20[\text{J}]$ 」など。
- b. 物理量の関係式に単位を含めるとき、 q/u あるいは $q u^{-1}$ と数値を使うこと。例「物質濃度の数値を $c/(\text{mol dm}^{-3})$ とし、体積の数値を V/dm^3 とし、物質質量 n とすれば、 $n/\text{mol} = (c \text{ mol}^{-1} \text{ dm}^3)(V \text{ dm}^3)$ である」など。避ける例「 $c[\text{mol/dm}^3] V[\text{dm}^3] = n[\text{mol}]$ である」など。

「表とグラフの表現法」の統一試案

- a. グラフの座標軸には、数値 a のみを目盛り、 q/u を軸脇に書き添えて数値の所以を示すこと。例「ケルビン単位の熱力学的温度 T/K の逆数」では、 T/K の数値の逆数を軸に書き入れて、 $1/(T/\text{K})$ すなわち K/T あるいは $(1/T)/\text{K}^{-1}$ を書き添える。さらに、数値を千倍して、 $10^3 T/\text{K}$ を書き込むこともできる。例「 kPa 単位の圧力 p の自然対数」では、 $\ln(p/\text{kPa})$ の数値を軸に書き入れて、 $\ln(p/\text{kPa})$ を軸に書き添える。
- b. 物理量を表す日本語を混ぜるときは、日本語/単位記号とすること。例「体積/ cm^3 」「圧力/ kPa 」など。
- c. グラフに単位が不必要のとき、物理量をそのまま座標軸に書き込むこと。例「圧力」「 p 」など。

4 「物質質量とモル」に関する演習について

前節までの「量の処理法」を基に、この節では授業で利用する「物質質量とモル」の演習問題を準備する。モルに対する生徒・学生の理解を深めるためには、モルに関して教えるべき目標と順序に沿って、演習問題を揃える必要がある。そして、中等科学教育においても等式や方程式では常に、物理的な意味を持たせておくのである。この考え方に沿って物質質量とモルの学習の理解を深めるため、基礎的な演習問題²¹⁾を作成した。

ある物質の物質質量¹²⁾は、その質量を与えるだけでは決まらない。そこで「液体の水 18 g の物質質量を述べなさい」では、解が確定しない。物質質量は $n(\text{B})$ のように、化学記号 B を用いて物質の要素粒子（原子、分子、イオン、電子などやそれらの組み合わせ）を指定する。要素粒子 B （1個）の相対粒子質量（相対原子質量、原子量、相対分子質量、分子量など）を $A_r(\text{B})$ とする。この B を要素粒子とする物質（ B の集合体）のモル質量を $M(\text{B})$ とする。両者は、モル化学計算演習で使われる関係式 $M(\text{B}) = A_r(\text{B}) \text{ g/mol}$ あるいは $M(\text{B})/(\text{g/mol}) = A_r(\text{B})$ で結ばれている。この式は、IUPAC（国際純正応用化学連合）の規約 $A_r(^{12}\text{C}) = 12$ （厳密に）と SI モルの定義から導出される $M(^{12}\text{C}) = 12 \text{ g/mol}$ （厳密に）とに基づいている。

ある要素粒子がいくつかの別の要素粒子から成っているならば当然、 A_r もやはり、総和をとればよい。例えば、ある要素粒子を $(\text{B}_x\text{C}_y \dots)$ とすれば、以下の第1の例のように総和となる。モル質量の和では、第2の例となる。物質質量の関係式¹²⁾も第3例として掲げた。通常、物質 $(\text{B}_x\text{C}_y \dots)$ の構成物質質量の比で、 $n(\text{B}) : n(\text{C}) : \dots = x : y : \dots$ 、と書かれる式は、物質質量バランスでは第3例の関係式となる。

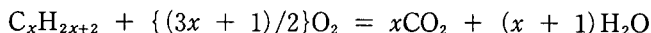
- a. $A_r(B_xC_y \dots) = A_r(B_x) + A_r(C_y) + \dots = xA_r(B) + yA_r(C) + \dots$
 b. $M(B_xC_y \dots) = M(B_x) + M(C_y) + \dots = xM(B) + yM(C) + \dots$
 c. $n(B_xC_y \dots) = n(B_x) = n(C_y) = \dots = n(B)/x = n(C)/y = \dots$

「物質質量とモル」に関する基礎的な発問

- a. 水を例にとり、要素粒子と物質質量を説明せよ。検討：通常、水の要素粒子として分子式 H_2O だけを考えがちだが、その他、 $2H_2O$, $2H$, H , OH , $2O$, O などのどれでも選べて、 $n(H_2O) = 2n(2H_2O) = n(2H) = n(H)/2 = n(OH) = 2n(2O) = n(O)$ などとなる。ここまでは、単位に無関係に説明できることに注意する。要素粒子を H_2O とする水 1.0 mol ($= 18 \text{ g}$) は、要素粒子を $2H_2O$ に変更すれば 0.50 mol ($= 18 \text{ g}$) であり、そこには、 $2H$ が 1.0 mol ($= 2.0 \text{ g}$)、 H が 2.0 mol ($= 2.0 \text{ g}$) 含まれている。このように、実際の物理量は単位が選ばれた後で、確定する。
- b. 固体炭素と気体酸素とが反応して、気体二酸化炭素が生成された。要素粒子をそれぞれ、 C , O_2 , CO_2 とする。反応する固体炭素の物質質量が 10^3 (または、 10^2 , 10) 倍に変わると、必要な気体酸素の物質質量は何倍になるか。検討：要素粒子は一対一対応しているので、 $n(C) = n(O_2) = n(CO_2)$ となる。故に、 10^3 (または、 10^2 , 10) 倍になる。
- c. 要素粒子 ^{12}C の物質 12 kg (または、 12 mg) の物質質量を求めよ。検討：求める物質質量を $n(^{12}C)$ とする。モル質量を PQE とすれば、 $(12 \text{ kg})/n(^{12}C) = 12 \text{ g/mol}$ なので、 $n(^{12}C) = 1.0 \text{ kmol}$ (同様に、 1.0 mmol) を得る。ここで、質量の単位として kg と g とが混じっていても、バランスできることに注意する。なお、SI モルの定義によって、 12 g では $n(^{12}C) = \text{mol}$ であり、 $n(^{12}C) = \text{mol}/2$ となる。
- d. SI モルの定義には、 0.012 kg (厳密に) とある。仮に、この質量を千倍 (または、千分の一) に変えたとしても、アボガドロ定数 $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ はどうなるか。物質質量濃度 c ではどうか。検討：この仮定では要素粒子 ^{12}C の物質のモル質量 $M(^{12}C)$ を、 12 g/mol から 12 kg/mol (または、 12 mg/mol) へと変更したことになる。仮のアボガドロ定数を N_A' とする。要素粒子 1 個の質量を PQE として選べば、 $(12 \text{ kg/mol})/N_A' = (12 \text{ g/mol})/N_A$ と釣り合う。そこで、 $N_A' = 1000 N_A$ (同様に、 $N_A' = N_A/1000$) を得る。つまり、アボガドロ定数は千 (同様に、千分の一) 倍になる。仮の物質質量濃度を c' とする。体積を V とすれば、要素粒子数は不変なので、 $c'V \times N_A' = cV \times N_A$ となる。あるいは質量バランスでは、 $(12 \text{ kg/mol}) c'V = (12 \text{ g/mol}) cV$ となる。ここでは、溶質の要素粒子 B の代わりに ^{12}C を使っている。したがって、 $c' = c/1000$ (同様に、 $c' = 1000c$) を得る。
- e. 国際基準 (IUPAC) による相対原子質量は、元素 H で 1.008 (または、 C で 12.01 , N で 14.01 , O で 16.00) である。この物質のモル質量を記せ。検討：標準モル質量 ($= 1 \text{ g/mol}$) をかけ算して、 $M(H) = 1.008 \text{ g/mol}$ (同様に、 $M(C) = 12.01 \text{ g/mol}$, $M(N) = 14.01 \text{ g/mol}$, $M(O) = 16.00 \text{ g/mol}$) となる。
- f. 物質名とその要素粒子 B と $A_r(B)$ を並べて書くと、気体水素 H_2 2.0 (または、メタン CH_4 16.0 , 水 H_2O 18.0 , 気体窒素 N_2 28.0 , 気体酸素 O_2 32.0) である。この物質 0.0120 kg の物質質量を求めよ。検討：モル質量を PQE とすれば、

$0.0120 \text{ kg}/n(\text{H}_2) = 2.0 \text{ g/mol}$ となるので, $n(\text{H}_2) = 6.0 \text{ mol}$ (同様に, $n(\text{CH}_4) = 0.750 \text{ mol}$, $n(\text{H}_2\text{O}) = 0.667 \text{ mol}$, $n(\text{N}_2) = 0.429 \text{ mol}$, $n(\text{O}_2) = 0.375 \text{ mol}$) を得る。

- g. メタン CH_4 (あるいは, エタン C_2H_6 , プロパン C_3H_8 , ブタン C_4H_{10}) が 2 mol 燃焼するとき, 必要な気体酸素 O_2 の物質量の数値 (概数) を求めよ。検討: アルカンの炭素の数を x とすれば, 化学量論式とそれに基づく物質質量バランスは次のようになる。



$$n(\text{C}_x\text{H}_{2x+2}) = n(\{(3x + 1)/2\}\text{O}_2) = n(\text{O}_2)/\{(3x + 1)/2\}$$

そこで, $n(\text{O}_2)/\text{mol} = 3x + 1$ となる。故に, $n(\text{O}_2)/\text{mol} = 4$ (同様に, 7, 10, 13) となる。

- h. 物質 B とそのモル質量の数値 $M(\text{B})/(\text{g/mol})$ として, 水素イオン 1.00 (または, 水酸化物イオン 17.0, ナトリウムイオン 23.0, マグネシウムイオン 24.3) が与えられた。この物質 1 g のもつ電気量 $Q(\text{B})$ を求めよ。ファラデー定数 $F = 96.5 \text{ kC/mol}$ とする。検討: 物質 B の電荷を $z(\text{B})$ とすれば, $F \times z(\text{B}) = M(\text{B})Q(\text{B})$ なので, $Q(\text{H}^+) = 96.5 \text{ kC/g}$ (同様に, $Q(\text{OH}^-) = -5.68 \text{ kC/g}$, $Q(\text{Na}^+) = 4.20 \text{ kC/g}$, $Q(\text{Mg}^{2+}) = 7.94 \text{ kC/g}$) となる。水素イオンが 1 C をもつときの質量を $m(\text{H}^+)$ とすれば, $m(\text{H}^+) = 1/|Q(\text{H}^+)|$ なので, $m(\text{H}^+) = 10.4 \mu\text{g/C}$ となる。電気量 1 C をファラデー定数で割ると $10.4 \mu\text{mol}$ を得る。
- i. ある物質の成分元素の質量百分率が, C 27.3 と O 72.7 だったとする。実験式を求めよ。ただし, $A_r(\text{C}) = 12.0$, $A_r(\text{O}) = 16.0$ とする。検討: 古典的な計算問題で, 質量 100 g とすれば考えやすい。 $n(\text{C}) = 27.3 \text{ g}/(12.0 \text{ g/mol}) = 2.28 \text{ mol}$, $n(\text{O}) = 72.7 \text{ g}/(16.0 \text{ g/mol}) = 4.54 \text{ mol}$ なので, 物質質量バランスは近似的に $n(\text{C}) = n(\text{O})/2 = n(2\text{O})$ となり, 実験式 CO_2 を得る。
- j. あるグラフの横軸に, T/K と書かれていたとする。この横軸のある点の数値を 263 (または, 273, 298, 303) と読んだ。この横軸を, $10^3\text{K}/T$ に変換したときの数値を求めよ。検討: 数値で釣り合わせればよい。 $T/\text{K} = 263$ を変形すると, $10^3\text{K}/T = 3.80$ (同様に, 3.66, 3.36, 3.30) となる。

5 中等化学教育におけるモル化学計算について

この節では, 中等化学教育におけるモル化学計算を取り上げる。典型例を簡略化し, 以下に記す。要するに, 単位である mol と g と $\text{dm}^3 (= \text{L})$ とさらに, 原子や分子の個数とを含めて, 何々と問う相互の変換であり, 変換の説明図ではこれらの単位が矢印で結ばれている。このときの特徴は, 質量や体積などの物理量の名称では問わないで, 単位の呼称で問う点にある。つまり, モルからグラムやリットル (立方デシメートル) や個数へ, それらの逆, の変換をくり返すのである。これらの問題を通常, 日本では前出の比例計算法で, 英語圏では FSM²⁾ や FLM⁷⁾ で解く。本稿では「物理量バランス法」で処理する。ここで, $A_r(\text{O}_2) = 32.0$ とする。

i) 気体酸素 O_2 の 2.00 mol の質量は何グラムか?

i') 気体酸素 O_2 の 64.0 g の物質量は何モルか?

- ii) 気体酸素 O_2 (0 °C, 1 気圧) の 2.00 mol の体積は何リットルか?
- ii') 気体酸素 O_2 (0 °C, 1 気圧) の 44.8 リットル の物質質量は何モルか?
- iii) 気体酸素 O_2 の 2.00 mol には何個の分子が含まれているか?
- iii') 気体酸素分子 O_2 の 12.0×10^{23} 個の物質質量は何モルか?
- v) 気体酸素 O_2 (0 °C, 1 気圧) の 64.0 g の体積は何リットルか?

モル質量と分子量の間の関係式は、 $M(B) = A_r(B) \text{ g/mol}$ であった。そこで、i) では未知の質量を $m(O_2)$ とし、PQE としてモル質量を選べば、 $m(O_2)/(2.00 \text{ mol}) = 32.0 \text{ g/mol}$ となる。両辺に、2.00 mol をかけ算し、PQE を質量に変えて、 $m(O_2) = 64.0 \text{ g}$ を得る。同様に、i') も解ける。求める物質質量を $n(O_2)$ と置く。方程式はモル質量でバランスをとれば、 $64.0 \text{ g}/n(O_2) = 32.0 \text{ g/mol}$ と書ける。故に、 $n(O_2) = 2.00 \text{ mol}$ を得る。問題 ii) と ii') では、理想気体を仮定して、そのモル体積 V_m (理想気体) = 22.4 L/mol (0 °C, 1 気圧) を PQE とすればよい。求める体積を $V(O_2)$ とすれば、 $V(O_2)/(2.00 \text{ mol}) = 22.4 \text{ L/mol}$ と釣り合う。この式は、i) の方程式と類似の構造をしていることがわかる。つまり、左辺は与えられた化学物質において、右辺は同種の化学物質の任意の分量において、成立する示強性物理量となっている。故に、 $V(O_2) = 44.8 \text{ L}$ を得る。逆変換となる ii') では、未知の物質質量を $n(O_2)$ として、 $44.8 \text{ L}/n(O_2) = 22.4 \text{ L/mol}$ となる。そこで、 $n(O_2) = 2.00 \text{ mol}$ を得る。上記の問題 i - ii') では、モル質量とモル体積を利用した。問題 iii) と iii') では、アボガドロ定数 $N_A = 6.02 \times 10^{23}/\text{mol}$ を PQE として使えばよい。問題 iii) で、未知の個数を x とすれば、方程式は $x/(2.00 \text{ mol}) = 6.02 \times 10^{23}/\text{mol}$ となる。そこで、 $x = 12.0 \times 10^{23}$ を得る。iii') では、 $12.0 \times 10^{23}/n(O_2) = 6.02 \times 10^{23}/\text{mol}$ という方程式になる。故に、 $n(O_2) = 2.00 \text{ mol}$ を得る。最後に、複合問題 v) を解いてみる。途中で未知の物質質量 $n(O_2)$ をはさめば、二つの方程式が容易に立てられる。まずは、 $64.0 \text{ g}/n(O_2) = 32.0 \text{ g/mol}$ となる。次に、求める体積を $V(O_2)$ とすれば、 $V(O_2)/n(O_2) = 22.4 \text{ L/mol}$ となる。そこで、順次、解いていけば、 $V(O_2) = 44.8 \text{ L}$ を得る。なお、度・率の用法¹⁰⁾に習熟すれば、別の PQE を使い、解が得られる。例えば、i') では物質質量でバランスをとり直ちに、 $n(O_2) = 64.0 \text{ g}/(32.0 \text{ g/mol}) = 2.00 \text{ mol}$ と計算できる。

さらに、モル化学計算のいくつかのタイプを、文献から採録し、本論文の「物理量バランス法」で解く。

- a. 白金を電極として、塩化銅(II)の水溶液を 0.520 A で 90 s 間電気分解したとき、析出する銅の物質質量を求めよ¹⁷⁾。(解法) 電子を含む物質質量バランスを考えればよい。求める物質質量を $n(\text{Cu})$ とする。反応式で、 Cu^{++} と $2e^-$ とから Cu が析出すると考えれば、物質質量バランスは、 $n(\text{Cu}^{++}) = n(2e^-) = n(\text{Cu}) = n(e^-)/2$ となる。流れた電気量のバランスは、 $n(e^-) \times F = 0.520 \text{ A} \times 90 \text{ s}$ と書ける。故に、 $n(\text{Cu}) = 0.243 \text{ mmol}$ となる。
- b. 反応式を $\text{S(s)} + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{SO}_2(\text{g})$ であるとして、イオウ 3.0 g から得られる二酸化イオウの質量を求めよ。ただし、モル質量は $M(\text{S}) = 32 \text{ g/mol}$ と $M(\text{O}) = 16 \text{ g/mol}$ とする²²⁾。(解法) 求める質量を $m(\text{SO}_2)$ とする。物質質量バランスは $n(\text{SO}_2) = n(\text{S})$ なので、 $m(\text{SO}_2)/M(\text{SO}_2) = 3.0 \text{ g}/M(\text{S})$ を得る。ここで、 $M(\text{SO}_2) = 64 \text{ g/mol}$ である。故に、 $m(\text{SO}_2) = 6.0 \text{ g}$ となる。

- c. 窒化リチウムの化学式は Li_3N である。この化合物 60 g 中のリチウムの質量を求めよ。ただし、モル質量は $M(\text{Li}) = 7.0 \text{ g/mol}$ と $M(\text{N}) = 14 \text{ g/mol}$ とする²²⁾。(解法) 求める質量を $m(\text{Li})$ とする。物質質量バランスは $n(\text{Li}_3\text{N}) = n(3\text{Li}) = (1/3)n(\text{Li})$ なので、 $60 \text{ g}/M(\text{Li}_3\text{N}) = (1/3)m(\text{Li})/M(\text{Li})$ を得る。ここで、 $M(\text{Li}_3\text{N}) = 35 \text{ g/mol}$ である。故に、 $m(\text{Li}) = 36 \text{ g}$ となる。
- d. 有機物を燃焼して、水と二酸化炭素を得て、それらの質量を測定すれば、サンプル中の水素と炭素の質量百分率が得られる。残りは酸素とする。質量百分率が、C, H, O の順で、52.14, 13.13, 34.73 であったとして実験式を求めよ²³⁾。(解法) サンプル 100 g を考えると、 $n(\text{C}) = 52.14 \text{ g}/(12.01 \text{ g/mol}) = 4.341 \text{ mol}$, $n(\text{H}) = 13.13 \text{ g}/(1.008 \text{ g/mol}) = 13.03 \text{ mol}$, $n(\text{O}) = 34.73 \text{ g}/(16.00 \text{ g/mol}) = 2.171 \text{ mol}$ となる。そこで物質質量バランスは近似的に、 $n(\text{C})/2 = n(\text{H})/6 = n(\text{O})/1$, すなわち $n(2\text{C}) = n(6\text{H}) = n(\text{O})$ となるので、 $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ を得る。

6 科学と数学における立式法について

科学計算における物理量の扱い方には、さまざまな形式が生み出されてきた。現在の日本の中等科学教育では、物理量から数値を取り出して数学の比例計算にかける方法が最も広く採用されている。この方法では、すでに指摘したように、計算の過程が数学の比例の方法を借りているだけであり、自然科学的に意味のある関係を使っているのではない。この方法は、小学校の算数の時間で、数の導入をめざして「量」の扱いに慣れるためのものであった。古代ギリシャ数学では、比と比例は極めて重要な概念であった²⁴⁾が、現代数学ではより一般的に「線形性」などとして扱われてきている。現行の中学数学でも、比例は関数関係として教えられている。一方、科学計算では、数の比例計算法が中学高等学校でも大学水準でも、特に化学計算では圧倒的に使われている。つまり、小学校で数に慣れるために導入された方法が、導入の元である数学では現代化されると共に姿を消していくのに、借りものの科学では、そのまま生き残っているのである。この事態は驚くべきことではなからうか。科学言語の学習としての「量の処理法」演習では、数比と量商とははっきりと区別しながら、算数・数学との連携を考慮しなければならない。

例題を解きながら、中学数学の方法と物理量バランス法とを比較する。例題：ある地点までを往復する。往きは毎時 3 km で、帰りは毎時 6 km で、往復時間は 2 時間かかった。ある地点までの距離を求めよ。(数学の方程式) 片道の道程を $x \text{ km}$ とすれば、往復の所用時間を加算して、 $x/3 + x/6 = 2$ と数の方程式が立つ。この式の未知数を求めれば、 $x = 4$ となるので、単位を添付して 4 km と答える。あるいは分数を使わずに、往きの所用時間を x 時間とすれば、帰りは $(2 - x)$ 時間かかったので、 $3x = 6(2 - x)$ と方程式が立つ。そこで、 $3x = 4$ と求まるので、4 km と答える。数学では、いずれの x も数である。(物理量の方程式) 片道の距離を x とする。距離を速さで割れば所用時間なので、その物理量で釣り合わせれば、 $x/(3 \text{ km/h}) + x/(6 \text{ km/h}) = 2 \text{ h}$ となる。この両辺に 6 km/h をかけ算(速さ×時間で距離)すれば、 $2x + x = (2 \text{ h})(6 \text{ km/h}) = 12 \text{ km}$ となる。故に、 $x = 4 \text{ km}$ を得る。あるいは、往きの所要時間を x とすれば、片道の距離で釣り合わせて $(3 \text{ km/h})x = (6 \text{ km/h})(2 \text{ h} - x)$ を得る。そこで、 $3x = 4 \text{ h}$ となる。物理量の方程式では、いずれの

x も物理量である。これらの物理量の方程式から単位を取り除けば、数学の方程式となること
がわかる。物理量の方程式では、単位が統一されていなくても PQE をさがしてバランスで
きるのだが、今の問題では距離と時間の単位を揃えてあるので、単位を揃えて数で釣り合わせる
数学の方程式と一致したのである。あるいは、数値 (= 物理量 / 単位) を x とみだててバラン
スすれば、数学の方程式が得られる。このことは、科学と数学の連係では次のような便法も使
えることを示唆する。与えられた科学の問題において、出現する同種の物理量は全て単位を揃
えて、全体としては物理量で釣り合わせる。数式としては、各物理量の単位を取り除いて、未
知数を求めるが、物理量の方程式としては、単位をそのままにして解く。第2節の「20 km 歩
くときの所用時間」では、次のように指導すればよい。「平均の速さは、一方は毎時 20/ x km で
あり、他方は毎時 25/5 km である。これらの速さは等しいわけだから、 $20/x = 25/5$ と立式
すればよい」と。この立式法は、平均の速さで釣り合わせて単位を除いた、とみなせるので、
物理量バランス法にあと一歩というところである。数の比例式 $x : 5 = 20 : 25$ を立てる方式
とは明らかに違う。

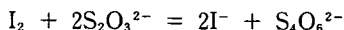
本論文で採用された「物理量バランス法」では、どの等式も (変形した後も) 必ずある物理
量を等しく置いた (バランスさせた) 結果、得られている。このときの式ごとに異なる物理量
を、等置物理量 PQE とよんだのである。さらに、どの未知の物理量も単位に無関係に与えら
れていること、使われている記号表現 (物理量の記号や数値を含む式) は常に物理的な意味を
持っていること、単位を揃えなくてもよいこと、などにも注意すべきである。等号は、数の方
程式では数が、物理量の方程式では物理量が等しいことを示している。科学計算演習は、こ
うに物理的表現を次々と作成しながら (考えながら) なされるべきものではなからうか。

註 と 文 献

- 1) M. Selvaratnam, "Students' Mistakes in Problem Solving," *Education in Chemistry*, vol. 20(4), pp. 125-132 (1983) では、問題解法における困難性を content と process とに分けて議論している。前者は、問題に関連する知識を理解して必要に応じて思い出すことであり、知識があるだけでは十分ではなくて、知識の応用や使用法を含む、とする。後者は、解を論理的に体系的に導く力量をもつこととしている。この後者の一部の議論を意識してみる。「例題 1 : 気体の五塩化リン 3.0 g を 1.00 dm³ の容器中で 30 °C に加熱した。解離度は、反応式 $\text{PCl}_5(\text{g}) \rightleftharpoons \text{PCl}_3(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g})$ に従って、0.30 である。平衡混合物の密度を求めよ。P と Cl の原子量は 31.0 と 35.5 である。この解答は非常に簡単で、密度は質量を体積で割ればよいので、 $3.0 \text{ g} / 1.00 \text{ dm}^3 = 3.0 \text{ g dm}^{-3}$ となる。この問題に対して被験者の 75 % が、必要な知識を有するにもかかわらず、解けなかった。多くの被験者が不成功に終わった理由は、問題を *define* しなかった (できなかった) ことにある。無関係なデータ、解離度や原子量、に惑わされて、如何にそしてどこから出発するべきかがわからなかったのである。」
- 2) J. E. Packer, "Difficulties with Stoichiometry," *Education in Chemistry*, vol. 25(3), pp. 92-95 (1988) では、化学量論における化学計算法として、文献 3 のいろいろなスキームの相違を検討しているが、要するに、いずれも公式を操る FSM (Formalization-and-Substitution Method) とよばれる計算法である。利用される公式は、化学量論式

$aA + bB \rightarrow cC + dD$ における物質量の関係 $n(A)/a = n(B)/b = n(C)/c = n(D)/d$, モル質量の関係 $M = m/n$, 物質濃度の関係 $c = n/V$, の3種類である。この FSM と LEM (Listing-and-Equating Method) との比較は、文献6にある。

- 3) M. J. Frazer and D. Servant, "Aspects of Stoichiometry - Titration Calculations," *Education in Chemistry*, vol. 23(2), pp. 54-56 (1986) では、化学滴定法で使われる簡単な(数学的)比例計算法を, unitary method とよぶ。この論文の調査問題を和訳する。「ある学生が、試料ヨウ素酸カリウム KIO_3 の純度を決定するため、0.9960 g を水に溶かし、その溶液を希硫酸で正確に 250 cm³ とした。この溶液の一部 25 cm³ (正確)に 1 g のヨウ化カリウム KI を加え、遊離したヨウ素をチオ硫酸ナトリウム $Na_2S_2O_3$, 0.1000 mol/dm³ で滴定した。滴定量の平均は 8.12 cm³ であった。彼の試料のヨウ素酸カリウムとしての純度を求めよ。」この問題を物理量バランス法で解いてみる。関係する化学量論式は、



したがって、物質バランスは、 $n(IO_3^-) = n(3I_2) = n(I_2)/3$ と $n(I_2) = n(2S_2O_3^{2-}) = n(S_2O_3^{2-})/2$ となり、 $n(KIO_3) = n(IO_3^-) = n(S_2O_3^{2-})/6 = n(Na_2S_2O_3)/6$ を得る。試料溶液 25 cm³ 中のヨウ素酸カリウムの質量は、

$$M(KIO_3)n(KIO_3) = M(KIO_3)n(Na_2S_2O_3)/6$$

なので、次の試料 250 cm³ 中の質量を 0.9960 g で割算して、純度 29.1 % を得る。

$$(250 \text{ cm}^3/25 \text{ cm}^3) (214 \text{ g/mol}) (0.1000 \text{ mol/dm}^3) (8.12 \text{ cm}^3)/6 = 0.2896 \text{ g}$$

- 4) 森川鉄朗・西山保子, 科学教育における量の計算法について「上越教育大学研究紀要」第17巻第1号 pp. 365-375 (1997) を参照のこと。
- 5) 物理量の表現については、森川鉄朗・室谷利夫, 中等物理化学教育における物理量の表現とその導入法について「上越教育大学研究紀要」第19巻第1号 pp. 67-81 (1999) に詳しい。
- 6) LEM と物理量バランス法と PQE とについては、T. Morikawa and B. T. Newbold, "A Listing and Equating Method for Solving Chemistry/Physics Problems," *Bulletin of the Joetsu University of Education* (ISSN 0915-8162), vol. 18(2), pp. 667-672 (1999), で論じられている。英語圏の化学教科書や参考書でよく使われる問題解法 FLM (Factor-Label Method, 文献7) と LEM との関連についても、この論文を参照のこと。
- 7) 変換係数を用いる解法 FLM は、L. J. Malone, *Basic Concepts of Chemistry*, fifth ed., John Wiley & Sons, New York (1997) に詳しい。この解法で第5節の高校化学の例題 i-v) を解いてみる。本書の第8章 (p. 215) の等式にならってまず、1 mol $O_2 = 6.02 \times 10^{23}$ 分子, 1 mol $O_2 = 22.4 \text{ L}$ (0 °C, 1 気圧), 1 mol $O_2 = 32 \text{ g}$, と書く。これらから、左右の辺の比として変換係数 {conversion factor} をつくり、かけ算する。まず、i) ではモルからグラムへの変換なので、 $2.00 \text{ mol} \times \{32.0 \text{ g/mol}\}$ であり、i') ではグラムからモルへの変換なので、逆係数を使って $64.0 \text{ g} \times \{1 \text{ mol}/32 \text{ g}\}$ となる。モルから体積の変換 ii) では、 $2.00 \text{ mol} \times \{22.4 \text{ L/mol}\}$ であり、その逆変換 ii') では $44.8 \text{ L} \times \{1 \text{ mol}/22.4 \text{ L}\}$ となる。モルから個数への変換 iii) では $2.00 \text{ mol} \times \{(6.02 \times 10^{23} \text{ 分子})/\text{mol}\}$ であり、iii') では $12.0 \times 10^{23} \times \{1 \text{ mol}/(6.02 \times 10^{23} \text{ 分子})\}$ となる。複合問題 v) では、係数変換を 2

度かけ算する。

- 8) ミルズの原文(文献9) p. 5 は第1, 2版とも「by multiplication and division」であり「乗除法によって」と翻訳すべきところを, 対応する和訳には「積または商によって」とある。「積と商」は物理量そのもの (product and quotient) を指しているはず。なお, ISO 31-0: 1992 (E), Quantities and units, Part 0: General Principles, p. 2 では, “Physical quantities are multiplied or divided by one another according to the rule of algebra; the product or the quotient of two quantities, A and B , satisfies the relations . . .” とある。本稿の「量商」は, 物理量としての商を数比と区別し強調するための, 造語である。科学教育の「量の計算法」において, さらに用語を検討する必要がある。
- 9) IUPAC の推奨などは, I. Mills, T. Cvitas, K. Homann, N. Kallay and K. Kuchitsu, *Quantities, Units and Symbols in Physical Chemistry*, IUPAC, Blackwell Scientific Publications, Oxford, second ed. (1993) とその第1版の和訳は, 日本化学会標準化専門委員会監修/朽津耕三訳「物理化学で用いられる量・単位・記号」講談社 (1991) にある。SI では単位の記号としてローマン体を使う。物質質量濃度 amount concentration は, モル濃度 (容量モル濃度) とよばれてきた物理量で, 本稿では前者を使う。なお, 本稿の科学記号は本書に準拠した。
- 10) 遠山 啓編「現代化数学指導法事典」明治図書, 第4版 1974, pp. 16-22 では, 乗除の演算の基本的意味として「度・率の3用法」を取り上げている。外延量 y が外延量 x に均等に分布しているとき, (第1用法) $y/x = k$, (第2用法) $kx = y$, (第3用法) $y/k = x$, と表される。分布の議論は, p. 22 以後にある。これらの式は, 物理量バランス法としてみれば, 全く別の意味をもつ物理的表現 (physical expression 文献6) と解釈される。例えば, y を質量, x を物質質量, k をモル質量, とする。第1用法は「質量 / 物質質量 = モル質量」となり, 第2用法は「モル質量 \times 物質質量 = 質量」で, 第3用法は「質量 / モル質量 = 物質質量」となる。この順序で, PQE はモル質量, 質量, 物質質量であり, それぞれの物理量でバランスをとっている。FSM (文献2) では, 三者の用法を形式的に相互変換するので, ますます公式的な利用になってしまう。
- 11) 「物理量は数値と単位との積」の概略史と含意については, 森川鐵朗・伊藤真人「化学と教育」第49巻第8号 pp. 523-524 (2001) を参照のこと。
- 12) 物質質量の次元や物理量としてのモル, さらに, モル質量と原子量あるいは分子量との関係式 $M(B) = A_r(B) \text{ g/mol}$ などについては, 森川鐵朗・田口 哲, モルの次元の教材化と物質質量の釣り合いについて「上越教育大学研究紀要」第20巻第2号 pp. 535-548 (2001) とその引用文献を参照のこと。
- 13) 密度は, いろいろな法則や現象に関連している。ある物理量の次元は, その物理量の測定法をたどりながら考えると受け入れやすい。体積測定の対象となる物体は, 多くの場合, 形状が一様ではない。そこで, 物理化学における精密な体積の測定では, たとえば, 粉末固体の塩化ナトリウムの密度を測定するには, 次の手順による。ハバード型の比重ビンを用いて, 液体 (問題の固体の溶解度の小さい液体) の密度を測定する。液体 (と空気との境界) の表面積を小さくするため, 比重ビンを用い, その加熱による乾燥はさける。鮫島実三郎「物理化学実験法新訂版」裳華房, 第34版 1965, 第7章や, 千原秀昭編「物理化学実験法」東京化学同人, 第2版 1980, pp. 98-107 などによる。
- 14) 物理量の商の公理化や次元の構成法については, T. Morikawa and B. T. Newbold, “Teaching Ratio, Proportion and Continued Proportion between Physical Quantities,”

- Bulletin of the Joetsu University of Education* (ISSN 0915-8162), vol. 20(1), pp. 1-6 (2000), で論じられている。
- 15) ISO Standards HandBook, *Quantities and Units*, ISO, Geneva, third ed. (1993, ISBN 92-67-10185-4) も参照のこと。ISO 31-0: 1992 (E), Quantities and units, Part 0: General Principles など。
 - 16) 日本工業規格 (JIS) の計測用語 (Z 8103-1990) などは, JIS ハンドブック 35 「標準化」日本規格協会 (1999) にまとめられている。工業技術院計量研究所訳・監修「国際単位系 (SI): グローバル化社会の共通ルール」国際文書第 7 版日本語版 (1998)/日本規格協会 (1999) も参照のこと。
 - 17) 梶野正・江口華子・佐藤藤, $mN = m N$? 「化学と教育」第39巻第 6 号 pp. 698-699 (1991); 切っても切れない縁, 同 pp. 699-700 (1991) など。
 - 18) S. Le Vent, "Common Malpractices in Using Graphs," *Education in Chemistry*, vol. 24(1), pp. 14-15 (1987) の記述を大略してみる。科学データを表現する 2 次元グラフを考える。両軸の目盛が, もし物理量ならば「量空間 quantity space」とよび, もし数ならば「数空間 number space」とよぶ。ボイルの法則でいえば, 縦軸に $p = 80 \text{ kPa}$, 横軸に $V = 313 \text{ cm}^3$ などと物理量をそのまま目盛れば, 量空間であり, p と V を書き入れる。このときの縦軸と横軸の積 (圧力かける体積) の一定値は例えば, $pV = (80 \text{ kPa})(313 \text{ cm}^3)$ である。一方, 数空間では $p/\text{kPa} = 80$ と $V/\text{cm}^3 = 313$ などと, 両軸には右辺の数値だけを目盛り, 軸の脇に p/kPa と V/cm^3 を書き入れる。一定値 (縦軸と横軸の積) は, $(p/\text{kPa})(V/\text{cm}^3) = (80)(313)$ のように数値となる。よく使われる $V (\text{cm}^3)$ とか $V (\text{in cm}^3)$ とかの表現では, 物理量が数値かあいまいである。そこで学習者は, 数空間では例えば, グラフの勾配や面積は単位なしで表されるべきなのに, 正しく読み取れなくて, 単位付きとしてしまう。
 - 19) 北村宏夫, 物理量の表記と単位の取り扱いについて「物理教育」第48巻第 4 号 pp. 299-301 (2000) など。
 - 20) J. A. Wood, "The Value of Units," *Education in Chemistry*, vol. 30(2), pp. 52-53 (1993) では例えば, 10 dm を cm に変換するには次のようにプログラム化する。まず, 問題の二つの単位の間の (どれでもよいが) 関係式を書き下す。それを例えば, $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$ とする。次に, その関係式を, $1 \times (\text{出発単位})$ の等式に変形する。今の例では, $1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$ となる。そこで, 最初に与えられた量を出発して, 得られた等式を代入し, 次いで, 簡略化する。例では, $10 \text{ cm} = 10(0.01 \text{ m}) = 0.1 \text{ m}$ となり, 完成する。SI のようによく整理されている単位系ではむしろ, そのしくみを積極的に利用する手もある。今の例では, $10 \text{ cm} = 10(0.01) \text{ m} = 0.1 \text{ m}$ と計算する。別の例では, $0.10 \text{ mol/dm}^3 = 0.10 \text{ mol}/(10 \text{ cm})^3 = 0.10 \text{ mmol/cm}^3$ など。単位の換算とは, ある物理量 q の表現 $a \times u$ を (同じ物理量で) 別の表現 $a' \times u'$ に変換することをいう。SI では, 接頭語付きのまま単位とみなすので, cm や dm や m などの相互の変換は単位間の変換となる。
 - 21) 森川鉄朗・佐野かおり, 教育的効果を期待する「選択式演習問題集」作成のためのアルゴリズムとデータ構造「化学とソフトウェア」第20巻第 4 号 pp. 163-167 (1998) を抜き書きし改良した。
 - 22) H.-J. Schmidt, "An Alternative Path to Stoichiometric Problem Solving," *Research in Science Education*, vol. 27(2), pp. 237-249 (1997) で使われている問題を少し改変した。
 - 23) L. F. Fieser and M. Fieser, *Introduction to Organic Chemistry*, D. C. Heath & Company,

Lexington, Chap. 2 (1957) を少し改変した。

- 24) H. B. Fine, "Ratio, Proportion and Measurement in the Elements of Euclid," *Annals of Mathematics*, vol. 19, pp. 70-76 (1917) など。

(原稿受付平成13年 4 月27日)

Handling of Physical Quantities and the Planning of Mole Calculation in Science Education

Tetsuo MORIKAWA* and Kenji ISSHIKI**

ABSTRACT

The essence of thinking and understanding about natural science appears directly in symbolic expressions such as physical quantities, numerical values, equations of laws, and formulations in problem solving. This paper describes the handling of such expressions and the planning of mole calculation in science education. In section 2, the quotient between physical quantities is discussed from the educational point of view. Formulating scientific problems and problem solving should be constructed on the basis of scientific principles, because every exercise in science education is given to students for deeper understanding of natural science. Three proposals are summarized in section 3; a method of expression for physical quantities, a method of calculation for physical quantities, and a method of representation for tables and graphs. Section 4 deals with a collection of many exercises with relation to amount of substance and the mole, and with their solutions. Section 5 shows a group of exercises for mole calculation in high school chemistry, between which the transformation throws light upon the essence as well as the outward form. The method of "balancing of physical quantities" in this paper makes an equation for each exercise after balancing of two physical quantities, called PQE (physical quantity for equating), on both sides of the equation.

* Department of Chemistry, Joetsu University of Education, Joetsu 943-8512, Japan

** Department of Environmental Science, Kochi Women's University, Kochi 780-8515, Japan