

幼児が集合による数の合成・分解で使用する方略の実態

丸山良平*

(平成16年4月30日受付；平成16年7月9日受理)

要 旨

本研究の目的は幼稚園3歳クラスに入園した幼児が、園を修了するまでの3年間にわたって数の合成、分解の問題を解答する際に指と数詞を使用する実態を縦断分析により明らかにすることである。

対象児は新潟市の一幼稚園に就園している幼児85人である。この幼稚園では特別な数教育といわれる指導は行われていない。合成課題と分解課題はおはじきの集合によって示されたいくつかの問題で構成されている。これら課題を毎年度2回、計6回実施した。そのデータを分析して解答の際における指と数詞の使用の実態を検討した。

KEY WORDS

Addition and Subtraction 数の合成と分解

Number Concept 数概念

Early Childhood Education 幼児教育

Cognitive Operation 認知操作

問 題

本研究の目的は幼稚園3歳クラスに入園した幼児が、園を修了するまでの3年間にわたり数の合成、分解の解答方略として指と数詞を使用する実態を縦断分析により考察することである。

幼児は数唱を数の合成と分解に使う(Fuson, Richards & Briars, 1982)。具体的には1からある数詞まで数詞の上昇方向に数唱できる Unbreakable Chain Level (分割不能な数詞系列の水準)では、例えば3個と2個の集合の合成では3個の要素を1, 2, 3と数え、次に2個の要素を1, 2と数えた後、すべての要素を1～5と数える方法をとるという。また分解では例えば5個の集合を2つに分け、一方が2個で他方の個数を求める場合、全体の個数5を数え一方の集合2を数えて確認し、残った要素を数えあげる方法をとる。この方略は全ての要素を数えあげるので count all と呼ばれる。さらに数詞の系列を分割して意識して数唱できる Breakable Chain Level (分割可能な数詞系列の水準)ともなれば、1から特定の数詞(例えば6)まで数唱して止め、さらにその数詞(6)から別の数詞(例えば9)まで数唱するなど、数唱を途中で停止しさらにそこから数唱開始できる。そうなると先に例示した3個と2個の合成では数唱を3から始めて3, 4, 5と数えることが可能になる。この方略は最初の集合の要素数にもう1つの集合の要素数を数え続けていくので count on と呼ばれる。この水準になると下降方向の数唱も可能になり、この方略で数の分解もするという。先に示した5個の分解は5から

* 幼児教育講座

5, 4と2つ数え続けてその次の3を答えればよい。この方略はすべてを数えあげる count all に比べ、数え間違いが減るし時間も節約できる。幼児がなぜこのような方略をできるようになるのか不明だが、幼児でも認知的に経済的な方法を追い求めているからと推測されている(栗山, 1995)。

幼児はいずれにしろ数唱をして合成, 分解する, 言い換えれば数詞を使って合成, 分解するのである。すなわち数詞の使用は問題を解答する効果的な方略といえよう。

指の使用については Yoshida & Kuriyama (1986) が幼稚園5歳クラス児に「6に3を加える足し算」を与えてそのときの指の使い方を分析した。その結果、指の使い方には主に4つの方略があるという。第1は指を1本ずつ立てていくもの、第2は数詞を聞くとその数値の本数の指を立てるものである。第3は数詞を聞いても指を立てずに指を目立たないように少し動かして計算するもの、第4は指をまったく使わずに答えを出すものである。この結果をふまえて吉田(1991)は、第1のやり方は頭の中で数の処理できないため、数を表現する初期段階とした。反対に第4のやり方は指を使わず数の処理を頭の中でやってしまうので、高次の方略とした。この中間に第2と第3の方略が入るが、第3のものは指の動きが小さく、少し内的処理に移行していると思われるので進歩しているとした。

吉田によれば、幼児は初期には指を数の媒体として数えて計算する。指を使った計算に慣れると次第に数を頭の中で操作するようになり、指を数の媒体として頼らなくなるようになる。幼児の計算の仕方は指の明確な使用から不明確になる方向に発達するといえよう。そして指をまったく使わなくなれば、いわゆる暗算である。

Fuson (1992) は足し算の4つの発達水準を想定している。第1は被加数と加数を指で示し、それをすべて数える count all の水準である。第2は被加数と加数を指で示すが被加数の数詞を起点に加数の指を数え始める count on の水準である。第3は、被加数を指で示さずにその数詞を起点にして、加数を示した指を数えて count on する水準である。第4は加数と被加数を合成、分解して計算する水準で、例えば、「6+7」では $6+6+1=12+1=13$ としたり、「8+5」では $8+2+3=10+3=13$ として答えを出すのである。これによると幼児は指を使い、同時に数詞を使う。そしてこれが基本で最も初歩的な方略であるといえよう。

これまでの検討により合成、分解の解答方略には数詞と指を同時に使う方略、数詞を使う方略、指を使う方略、暗算の4つが予想される。しかし幼児がいつ頃になるとどの方略を主に使うのかはよく分からない。また幼児でも3個程度の小集合を計数せずにサビタイズ(subitizing)で個数を把握するので、問題で扱う数によっても方略は変化するとも考えられる。

そこで本研究では幼児は年齢期によってどのような解答方略を使用しているのか、また問題で扱う数の大きさによって使用する方略を変えるのかを縦断的に分析して検討する。

方 法

対象者 新潟市にある私立A幼稚園に1999年4月から2002年3月までの3年間、3歳クラスから5歳クラスまで継続して就園していた幼児85人(男児49人, 女児36人)である。

調査時期 1999年の7月(3歳クラス前期), 2000年の2月(3歳クラス後期)と7月(4歳クラス前期), 2001年の2月(4歳クラス後期)と7月(5歳クラス前期), 2002年の2月(5歳クラス後期)の6回にわたって実施した。なおこれ以降、各期の名称はクラスを略し、例えば

3歳クラス前期は3歳前期と示し、さらに3歳クラスの時期は3歳期と記述する。対象者の平均満年齢・月齢は3歳前期が3歳9ヶ月、3歳後期が4歳4ヶ月である。

調査課題 調査は具体物集合による数の合成と分解の課題で実施する。3歳前期から5歳前期まではそれぞれ以下に示す①～⑤の5問題を与え、5歳後期はそれらに⑥を加えた6問題を与える。xの数値が求める答である。今後、各問題は以下の()内の表記で示す。

(1)合成課題 ① $2+1 \rightarrow x$ (2合1), ② $2+4 \rightarrow x$ (2合4), ③ $5+2 \rightarrow x$ (5合2),

④ $3+5 \rightarrow x$ (3合5), ⑤ $4+3 \rightarrow x$ (4合3), ⑥ $5+6 \rightarrow x$ (5合6)。

(2)分解課題 ① $3 \rightarrow 1+x$ (3分1), ② $6 \rightarrow 2+x$ (6分2), ③ $7 \rightarrow 5+x$ (7分5),

④ $8 \rightarrow 3+x$ (8分3), ⑤ $7 \rightarrow 4+x$ (7分4), ⑥ $11 \rightarrow 6+x$ (11分6)。

材料 市販の青いおはじき(直径18mm)11個。これを使って集合を示し問題を与える。

手続き 調査は調査者と対象者が2人になれる園内の部屋にて個別に行う。調査者は対象者と並列して座り、手の中に問題を示しながら教示する。対象者の行為、口答を記録用紙に記述し、その様子をVTRに収録する。この課題は総合的な数能力調査の一部として実施する。

(1)合成課題 調査者は対象者に右手の集合と左手の集合をみせた後、両手を合わせて閉じながら「これとこれを合わせるといくつでしょう」と問う。質問後、5秒経過しても応答しない場合、無答とする。誤答、無答の場合は再度問い、それで誤答、無答の場合は誤答、無答と評価し次の問題に移る。2問題連続して、誤答、無答の場合はそこで課題を終了する。

(2)分解課題 調査者は対象者に左手の集合をみせ「ここにいくつありますか」と確認を促す。「ここから取ります」といいながら左手から右手でおはじきを何個か取り、開いた左手と閉じた右手を示す。閉じた右手をみせ「ここに何個あるでしょうか」と問う。無答の判定と誤答、無答の際の手続きは合成課題と同じである。

評価と解答方略 各問題において、問題提示の1度目で正答した場合、2度目で正答した場合、どちらも「正答」と評価する。2度目でも誤答した場合、「誤答」と評価する。2度目で無答、もしくは課題を途中で終了し未解答の問題は「不能」と評価する。

解答方略は以下の5項目に分類する。「暗算」は数唱と指の使用が観察できないもの、「声」は数詞を声に出して数唱するもの、「指」は指を使うもの、「指声」は指と数唱を同時に使うものである。「乱」は観察で明らかに数操作せずランダムに適当な数詞を答えたと判断できたものである。不能以外は乱を含め解答可能とする。

結 果

観察された幼児の解答方略の件数を集計し、不能を含めた対象者85人における比率によって検討を進めたところ、「声」、「指」、「指声」の人数に偏りがあった。そこで「暗算」に対して数詞や指を使用した方略を検討するために「声」、「指」、「指声」を併合した「声・指」も使用する。さらに数操作できない解答という意味で「乱」と不能を併合した「乱不」も使用する。

また解答方略を正答、誤答に区別して検討する場合、正答の方略は正暗算、正声、正指、正指声とし、誤答の方略では乱の他は誤暗算、誤声、誤指、誤指声と記述する。

合成課題における解答方略の分析

3歳前期 解答方略の分析結果をFigure 1に示した。解答可能が少なく、最多の2合1でさえ25.9%である。3合5と4合3はすべて不能である。声・指の使用はごく少なく統計分析でき

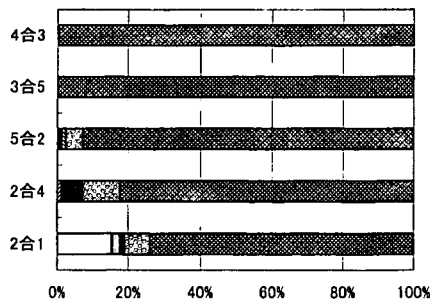


Figure1 3歳前期の合成の解答方略

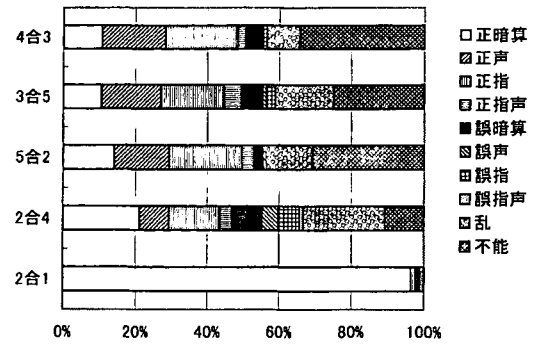


Figure4 4歳後期の合成の解答方略

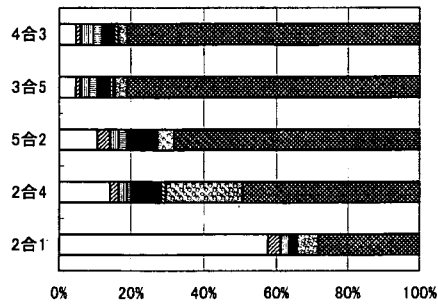


Figure2 3歳後期の合成の解答方略

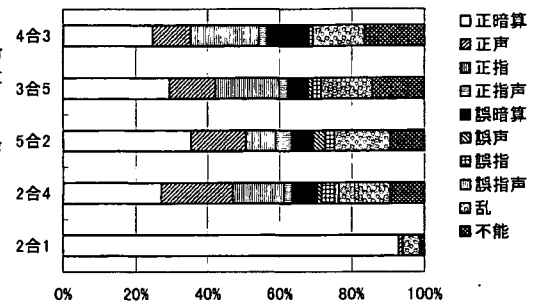


Figure5 5歳前期の合成の解答方略

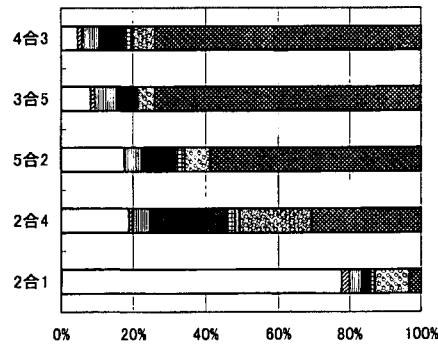


Figure3 4歳前期の合成の解答方略

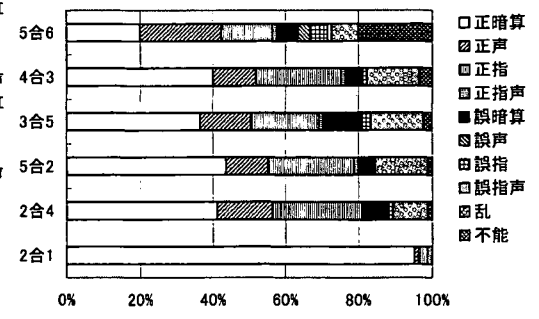


Figure6 5歳後期の合成の解答方略

ない。各問題における暗算の比率は2合1で16.5%と最も高く、2合4の5.9%と有意差(.01 < p < .05)がある。正誤別にみると正答では正暗算が2合1のみで15.3%である。正指も2合1のみで2.4%である。正声は2合4のみで1.2%である。他の問題では正答はない。誤答では誤暗算が2合4で最多でも5.9%とわずかで、乱が2合4で最多で10.6%である。

この期では3の合成の解答者は少数だがほとんどが暗算で正答する。しかしそれが6以上では暗算で正答できず、適当な数詞を答える乱か不能が多い。ほとんどが数唱や指を使用しない。
3歳後期 解答方略の分析結果を Figure 2 に示した。解答可能が増え始め、最多の2合1では

71.8%である。7以上の合成では不能が多い。すべての問題で解答可能となり正答する。5問題で暗算、声・指、乱不の人数を χ^2 検定した結果は有意で($\chi^2=87.04$, $df=8$, $p<.01$)、人数に偏りがあった。残差分析によると (Table 1), 2合1では暗算が多くて乱不が少なく、3合5と4合3では暗算が少なくて乱不が多い。どの問題でも声・指は5~7人と一定である。集合が大きくなると暗算が減り乱不が増加する。正誤別にみると正答では正暗算は2合1が最多で57.6%, 次点の

Table 1 3歳後期の合成5問題の残差

問題		2合1	2合4	5合2	3合5	4合3
暗算	人数	51	19	16	7	7
	残差	8.86**	-0.29	-1.14	-3.72**	-3.72**
声・指	人数	5	6	7	6	7
	残差	-0.56	-0.09	0.37	-0.09	0.37
乱不	人数	29	60	62	72	71
	残差	-7.83**	0.32	0.84	3.47**	3.20**

注. **: $p<.01$

Table 2 4歳前期の合成5問題の残差

問題		2合1	2合4	5合2	3合5	4合3
暗算	人数	68	34	23	12	10
	残差	9.84**	1.17	-1.63	-4.44**	-4.95**
声・指	人数	6	8	6	6	7
	残差	-0.27	0.63	-0.27	-0.27	0.18
乱不	人数	11	43	56	67	68
	残差	-9.33**	-1.47	1.72+	4.42**	4.66**

注. **: $p<.01$ +: $05<p<.10$

2合4は14.1%である。正声と正指、正指声はわずかである。誤答では誤暗算と誤声、誤指は少数で、乱は2合4が最多で21.2%, その他は5.9%以下である。

この期において3の合成は解答者のほとんどが暗算で正答する。6以上の合成における暗算では正答の方が誤答より多い。声と指をそれぞれ単独でも、同時に用いてもほとんどが正答し、誤答するものはわずかである。しかし数唱や指を使用する幼児は少ない。

4歳前期 解答方略の分析結果を Figure 3 に示した。解答可能が増加し最多の2合1は96.5%, 次点の2合4は69.4%である。7以上の合成では不能が多数である。5問題で暗算、声・指、乱不の人数を χ^2 検定した結果、人数の偏りは有意であった ($\chi^2=121.55$, $df=8$, $p<.01$)。残差分析によると (Table 2), 2合1では暗算が多くて乱不が少なく、3合5と4合3では暗算が少なくて乱不が多い。どの問題でも声・指は6~8人と一定である。集合が大きくなると暗算が減り乱不が増加する。正誤別にみると正答では正暗算は2合1で77.6%, 2合4と5合2で17%前後である。正声と正指はわずか正指声は皆無である。誤答では誤暗算は最少が2合1で2.4%, 2合4で最多の21.2%, 他は9.4%以下である。誤声は皆無、誤指と誤指声は少数である。乱は2合4が最多で20.0%, その他は4.7~9.4%である。

この期では6以上の合成において暗算での正答もいるが誤答も多く、特に2合4では誤答の方が正答より多い。声や指を使用するとほとんどが正答する。

4歳後期 解答方略の分析結果を Figure 4 に示した。セルの人数が5未満の2合1を除く4問題で暗算、声・指、乱不の人数を χ^2 検定した結果、有意差はない ($\chi^2=7.94$, $df=6$, ns)。暗算は2合4で25人、7以上の合成では13~14人、声・指は32人~36人と共にほぼ一定である。正誤別にみると正答では正暗算は最多の2合1が96.5%, 次点の2合4が21.2%, その他は10%

代である。6以上の合成では正声は8.2~17.6%で、正指は14.1~20.0%とすべてで正声を上回る。正指声は少ない。正声と正指、正指声の合計はすべての問題で正暗算を超える。誤答では誤暗算と誤声、誤指は8.2%以下である。乱は最少の2合1が1.2%、最多の2合4が22.4%であり、その他は15%前後である。

この期では6以上の合成の場合、暗算より声や指を使用した正答が多い。暗算よる誤答は8.2%以下である。声や指を使用した誤答は6の合成で10.6%、それ以外ではわずかである。

5歳前期 解答方略の分析結果をFigure 5に示した。解答可能は全問題で80%を超える。セルの人数が5未満の2合1を除く4問題で暗算、声・指、乱不の人数を χ^2 検定した結果、有意差はない($\chi^2=2.88$, $df=6$, ns)。暗算は29~35人であり、声・指は28~36人と共にほぼ一定である。正誤別にみると正答では正暗算は最多の2合1が92.9%、次点の5合2が35.3%、その他は20%代である。6以上の合成では正声は10.6~20.0%、正指は8.2~18.8%、正指声は4.7%以下である。正声と正指、正指声の合計比率は正暗算より2合4、3合5、4合3で高いが5合2では低い。誤答では2合1は乱のみ、6以上の合成では誤暗算は最多の4合3が11.8%、それ以外は5.9~7.1%である。誤声、誤指は共に3.5%以下である。乱は最少の2合1が4.7%、それ以外は15%前後と一定である。

この期では5合2を除く6以上の合成において声や指を使用した正答は暗算より多い。暗算の誤答は12%未満である。さらに声や指を使用した誤答はきわめて少ない。

5歳後期 解答方略の分析結果をFigure 6に示した。解答可能は8以下の合成で96%を超え、11の合成でさえ80%となる。セルの人数が5未満の2合1を除く5問題で暗算、声・指、乱不の人数を χ^2 検定した結果、人数の偏りは有意であった($\chi^2=16.10$, $df=8$, $.01 < p < .05$)。残差分析によると(Table 3)、5合6で暗算が少なく乱不が多い。6以上8以下の合成では暗算の人数は38人~41人、声・指は31人~35人とほぼ一定である。11の合成では暗算が22人と減少し、乱不が増加する。声・指は40人と増加するものの有意差はない。Figure 6によると7と8の合成では不能は少なく乱が多い。11の合成では乱が少なく不能が多く、答えること自体が困難な幼児が多くなる。正誤別にみると正答では正暗算は最多の2合1が95.3%、最少の5合6が20.0%、その他が40%前後である。6~8の合成で正声は11.8~15.3%、正指は18.8~24.7%、正指の比率はすべてで正声を上回る。11の合成では正声の方が高くなり、正指声はごく低い。正声と正指、正指声の合計比率は6~8の合成では正暗算より低いが11の合成では高い。誤答では2合1は乱のみ、6~8の合成では誤暗算は10.6%以下である。誤声と誤指声は皆無、誤指はわずかである。11の合成はどの方略も5%以下と低い。

この期になると6以上8以下の合成ではすべて暗算の方が声や指を使う方略より多い。11の合成だけは声や指を使う方略の方が多。暗算よる誤答はすべて11%以下である。声や指を使った誤答は11の合成で9.4%、8以下の合成ではわずか

Table 3 5歳後期の合成5問題の残差

問題		2合4	5合2	3合5	4合3	5合6
暗算	人数	41	41	40	38	22
	残差	1.13	1.13	0.88	0.39	-3.53**
声・指	人数	35	31	31	32	40
	残差	0.30	-0.69	-0.69	-0.45	1.54
乱不	人数	9	13	14	15	23
	残差	-1.85+	-0.58	-0.26	0.06	2.62**

注. ** : $p < .01$ + : $.05 < p < .10$

ある。

縦断分析 3歳前期は5問題でセルの人数が5未満となり、他の5期でも2合1はセルの人数が5未満となるので、これらはここでの分析から除く。5期に共通する4問題での暗算、声・指、乱不の人数を χ^2 検定した。その結果人数の偏りは2合4が有意($\chi^2=98.14$, $df=8$, $p<.01$)であり、5合2も有意($\chi^2=103.77$, $df=8$, $p<.01$)、3合5も有意($\chi^2=140.02$, $df=8$, $p<.01$)であり、4合3も有意($\chi^2=131.14$, $df=8$, $p<.01$)であった。4問題の残差分析の結果をTable 4にまとめて示した。

Table 4をみると2合4では暗算は3歳後期では19人と少ないが、4歳前期から5歳前期まで25~34人とほぼ一定で、5歳後期に41人と急増する。指・声は4歳後期にそれまでの8人程から32人に急増し、その後は35人前後と一定になる。乱不の人数は3歳後期は60人、4歳前期は43人と多いが加齢と共に次第に減少し、5歳前期では20人となり5歳後期では9人まで減る。5合2では暗算は3歳後期16人、4歳後期14人と少ないが、5歳前期以降は35人以上に増加す

Table 4 合成4問題の縦断分析における残差

			3歳後期	4歳前期	4歳後期	5歳後期	5歳後期
2合4	暗算	人数	19	34	25	29	41
		残差	-2.70**	1.12	-1.17	-0.15	2.90**
	声・指	人数	6	8	32	36	35
		残差	-4.72**	-4.18**	2.33*	3.42**	3.15**
	乱不	人数	60	43	28	20	9
		残差	7.01**	2.75**	-1.00	-3.00**	-5.76**
5合2	暗算	人数	16	23	14	35	41
		残差	-2.58**	-0.74	-3.11**	2.43*	4.01**
	声・指	人数	7	6	33	29	31
		残差	-3.98**	-4.26**	3.31**	2.19*	2.75**
	乱不	人数	62	56	38	21	13
		残差	5.85**	4.39**	0.00	-4.15**	-6.10**
3合5	暗算	人数	7	12	14	30	40
		残差	-3.85**	-2.43*	-1.87+	2.66**	5.49**
	声・指	人数	6	6	36	31	31
		残差	-4.43**	-4.43**	3.88**	2.49*	2.49*
	乱不	人数	72	67	35	24	14
		残差	7.18**	5.97**	-1.79+	-4.46**	-6.89**
4合3	暗算	人数	7	10	13	31	38
		残差	-3.67**	-2.81**	-1.95+	3.214**	5.22**
	声・指	人数	7	7	35	28	32
		残差	-4.11**	-4.11**	3.67**	1.72+	2.83**
	乱不	人数	71	68	37	26	15
		残差	6.70**	5.97**	-1.55	-4.22**	-6.89**

注. **: $p<0.1$ * : $.01p<p<.05$ + : $.05<p<.10$

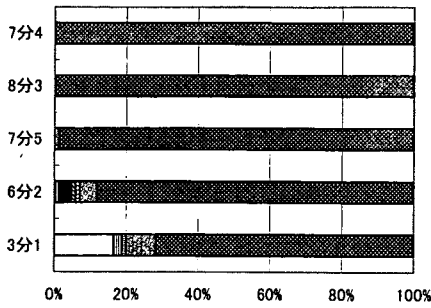


Figure7 3歳前期の分解の解答方略

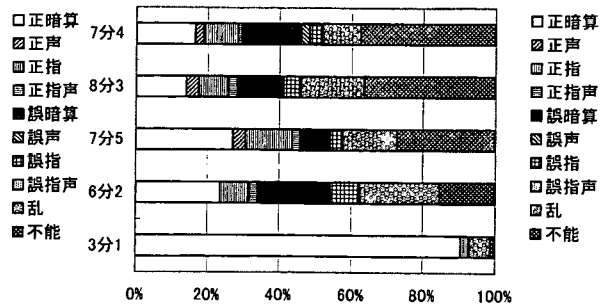


Figure10 4歳後期の分解の解答方略

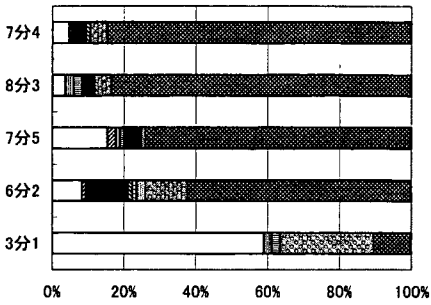


Figure8 3歳後期の分解の解答方略

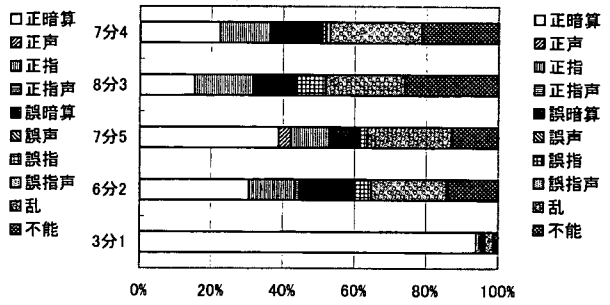


Figure11 5歳前期の分解の解答方略

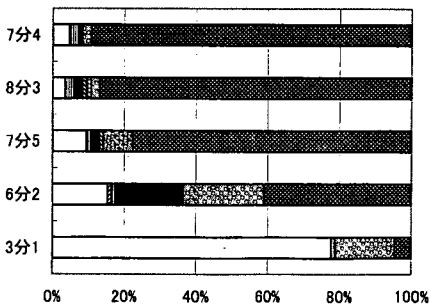


Figure9 4歳前期の分解の解答方略

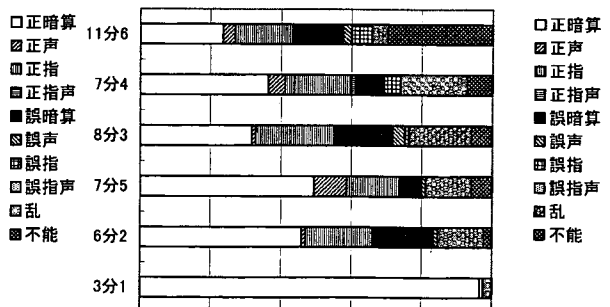


Figure12 5歳後期の分解の解答方略

る。声・指は4歳後期にそれまでの7人程から33人に急増し、その後は30人前後で一定になる。乱不は3歳後期62人、4歳前期56人と多いが、加齢と共に次第に減少し5歳前期21人、5歳後期で13人となる。3合5では暗算は3歳後期と4歳前期では12人以下であるが5歳前期で30人に急増し、5歳後期ではさらに40人に増える。声・指は4歳後期にそれまでの6人から36人に急増し、その後は31人で一定になる。乱不は3歳後期72人、4歳前期67人と多いが加齢と共に次第に減少し、5歳前期では24人、5歳後期で14人となる。4合3では暗算は3歳後期と4歳前期では10人以下であるが5歳前期で31人に急増し5歳後期では38人に増える。指・声は4歳後期にそれまでの7人から35人に急増し5歳前期で28人と若干減少するものの5歳後期では32

人に増える。乱不は3歳後期は71人、4歳前期は68人と多いが加齢と共に次第に減少して5歳前期で26人、5歳後期で15人となる。

分解課題における解答方略の分析

3歳前期 解答方略の分析結果を Figure 7 に示した。解答可能が少なく最多の3分1で28.2%と、多くが3の分解さえ不能である。声・指の使用は少なく統計分析ができない。暗算は3分1のみで16.5%、そのすべてが正答である。この期では3の分解はほとんどが暗算で正答する。しかし6以上の分解は暗算では全員が正答しない。不能がほとんどである。

3歳後期 解答方略の分析結果を Figure 8 に示した。解答可能が増えて最多の3分1で89.4%である。すべての問題が解答可能になり正答するが6以上の分解では不能が多い。声・指は少なく統計分析できない。暗算は3分1が最多で58.8%、6分2と7分5の20.0%と有意差 ($p < .01$) があり、さらに6分2と7分5は8分3の7.1%と有意差 ($.01 < p < .05$) が、7分4の9.4%との差は有意傾向 ($.05 < p < .10$) である。集合の大きさに暗算の比率は大きく変わる。正誤別みると正答では正暗算は最多が3分1で58.8%、次点が7分5で15.3%、他は10%未満である。誤答では3分1は乱のみで、誤暗算は最多が6分2で11.8%、他は5%未満である。乱は3分1で25.9%、他は11.8%以下である。

この期では暗算による3の分解では全員が正答し、7分5でも正答は誤答より多いが、その他は正答も誤答も同じ程度である。

4歳前期 解答方略の分析結果を Figure 9 に示した。解答可能が多くなり3分1は95.3%に達するが、次点の6分2は58.8%である。7以上の分解では不能が多い。声・指は少なく統計分析できない。暗算は3分1の77.6%と6分2の34.1%とで有意差 ($p < .01$) があり、6分2は7分5の11.8%と有意差 ($p < .01$) がある。しかし7分5は8分3と7分4の5.9%と有意差はない。集合の大きさに暗算の比率は大きく変化する。正誤別にみると正答では正暗算は最多が3分1で77.6%、次点が6分2で15.3%、その他は10%以下である。誤答では3分1は乱のみである。誤暗算は最多が6分2で18.8%、その他では2.4%以下である。

この期では6以上の分解では暗算での正答もあるが誤答も多く、特に6分2では誤答の方が正答より多い。

4歳後期 解答方略の分析結果を Figure 10 に示した。解答可能は最低でも65%以上となる。セルの人数が5未満の3分1を除く4問題での暗算、声・指、乱不の人数を χ^2 検定した結果、有意差はない ($\chi^2 = 6.68$, $df = 6$, ns)。暗算は23~37人と若干変動するが、声・指は16~19人と一定である。正誤別にみると正答では正暗算は3分1が90.6%、6分2が23.5%、7分5が27.1%、他は15%前後である。正声は2.4~3.5%で、正指は2.4~12.9%ですべての問題で正声より高い。正指声はわずかである。正暗算の比率は6以上の分解のすべてで正声と正指、正指声の合計比率より高い。誤答では3分1は乱のみで、誤暗算は最多の6分2でさえ20.0%となる。誤声、誤指、誤指声は皆無かわずかである。乱は最多が6分2で22.4%である。

この期では暗算での正答が声や指を使用した正答より多い。暗算の誤答は3分1で皆無、7分5で8.2%、その他では12.9~20.0%である。声や指を使用した方略では誤答は少ない。

5歳前期 解答方略の分析結果を Figure 11 に示した。セルの人数が5未満の3分1を除く4問題での暗算、声・指、乱不の人数を χ^2 検定した結果、有意差はない ($\chi^2 = 10.53$, $df = 6$, ns)。暗算は23人~39人、声・指は14人~21人で変動は小さい。正誤別にみると正答では正暗算は3

分1で94.1%，6分2と7分5は30%代，他は15.3~22.4%である。正指は3分1で1.2%，6以上の分解で10~16%である。正声と正指声は少ない。正指は8分3のみで正暗算を上回る。誤答では誤暗算は3分1で1.2%，それ以外は8~15%である。誤指は8分3で8.2%，それ以外では少ない。乱は最少が3分1で1.2%，それ以外は13~26%である。

この期では暗算の正答の方が声や指の正答より4問題で多い。声や指の誤答は8.2%以下で，暗算の誤答よりすべてで低い。

5歳後期 解答方略の分析結果を Figure 12に示

した。解答可能は8以下の分解で92%を超え，11の分解でも80%となる。セルの人数が5未満の3分1を除く5問題で暗算，声・指，乱不の人数を χ^2 検定した結果，有意差があった($\chi^2=15.60$, $df=8$, $.01 < p < .05$)。残差分析による(Table 5)と6分2では暗算が多くて乱不が少ない。11分6では暗算が少なくして乱不が多い。7以上の分解では暗算は38~47人，乱不16人~29人と一定で，6の分解では暗算54人と多く，乱不13人と少ない。11の分解では暗算32人と少なく，乱不29人と多い。声・指は5問題で18~25人と変動が小さい。正誤別にみると正答では正暗算は3分1が96.5%，6~8の分解が30~50%，11の分解が23.5%である。正声と正指声は少ない。正指は6以上の分解で15.3~22.4%で，正声を上回る。正声と正指，正指声の合計比率はすべてで正暗算より低い。誤答では誤暗算は6分2で17.6%，8分3と11分6共に15%前後，その他は8.2%以下である。誤声と誤指はわずかで誤指声はない。乱は3分1と

Table 5 5歳後期の分解5問題の残差

問題	6分2	7分5	8分3	7分4	11分6	
暗算	人数	54	47	41	38	32
	残差	2.81**	1.12	-0.34	-1.07	-2.52**
声・指	人数	18	22	24	25	24
	残差	-1.26	-0.16	0.38	0.66	0.38
乱不	人数	13	16	20	22	29
	残差	-2.00*	-1.14	0.00	0.57	2.57**

注. **: $p < .01$ * : $.01 < p < .05$

Table 6 分解4問題の縦断分析における残差

			4歳後期	5歳前期	5歳後期
6分2	暗算	人数	37	39	54
		残差	-1.68+	-1.15	2.83**
	声・指	人数	16	16	18
		残差	-0.22	-0.22	0.45
	乱不	人数	32	30	13
		残差	2.04*	1.46	-3.50**
7分5	暗算	人数	30	40	47
		残差	-3.08**	0.66	2.51*
	声・指	人数	19	14	22
		残差	-0.23	-1.18	1.41
	乱不	人数	46	31	16
		残差	3.40**	0.32	-3.81**
8分3	暗算	人数	23	23	41
		残差	-1.68+	-1.68+	3.36**
	声・指	人数	16	21	24
		残差	-1.35	0.21	1.14
	乱不	人数	46	41	20
		残差	2.78**	1.44	-4.22**
7分4	暗算	人数	28	31	38
		残差	-1.19	-0.36	1.55
	声・指	人数	16	14	25
		残差	-0.75	-1.40	2.15*
	乱不	人数	41	40	22
		残差	1.80+	1.53	-3.34**

注. **: $p < .01$ * : $.01 < p < .05$ + : $.05 < p < .10$

11分6で少なく、その他で12.9～18.8%である。

この期ではすべてで暗算の正答の方が声や指による正答より多い。暗算による誤答は正答より多くても半分程度である。声や指を使う場合、正答が誤答より圧倒的に多い。

縦断分析 3歳前期から4歳前期まで多くの問題でセルの人数が5以下となり、他の3期でも3分1はセルの人数が5未満となるので、これらはここでの分析から除く。3期に共通する4問題での暗算、声・指、乱不の人数を χ^2 検定した。その結果、6分2が有意($\chi^2=12.86$, $df=4$, $.01 < p < .05$)で、7分5も有意($\chi^2=19.07$, $df=4$, $p < .01$)、8分3も有意($\chi^2=19.72$, $df=4$, $p < .01$)、7分4も有意($\chi^2=12.03$, $df=4$, $.01 < p < .05$)であった。4問題の残差分析の結果をTable 6にまとめて示した。

Table 6をみると6分2では暗算は5歳後期でそれまでの39人以下から54人に増える。声・指は16～18人と一定で、乱不は5歳後期でそれまでの30人以上から13人に減る。7分5では暗算は4歳後期で30人だが5歳前期に40人と漸増し、5歳後期に47人になる。声・指は14～22人と変動が少く、乱不は4歳後期で46人が5歳前期で31人、5歳後期で16人と減る。8分3では暗算は5歳後期でそれまでの23人から41人に増加し、声・指は16人～24人と変動せず、乱不は4歳後期で46人が5歳前期で41人に減り5歳後期で20人に急減する。7分4では暗算は28人～38人と変動せず、声・指は5歳後期でそれまでの16人以下から25人に急増する。乱不は5歳後期でそれまでの40人以上から22人に急減する。

考 察

幼児の年齢と解答方略

合成課題 合成の結果が3の小集合の問題の場合、3歳前期では幼児の大半が不能で1/4程度しか解答できず合成操作を理解する以前といえる。その時期でさえ解答した幼児のほとんどが暗算で正答した。それ以降の時期における暗算の比率は年齢が増すと共に上昇した。その一方で、数唱と指を用いる方略の比率は3歳前期ではごくわずかであったし、さらに3歳後期、4歳前期と幼児の年齢が増しても10%にも満たない。4歳後期になるとその比率は35%前後まで急増し、その後5歳後期までほとんど変動しない。またランダムな解答と不能の合計比率は問題によって若干変動するものの年齢が増すと共に減少する。内訳をみるとランダムは3歳後期から4歳後期まで6の合成が最も高く、7以上の合成では3歳後期と4歳前期で10%未満、4歳後期で9.4～16.5%である。5歳期では6～8の合成では大差はなくいずれも14～15%である。ランダムは加齢と共に増える傾向があり、反対に不能は単純に減少する。

暗算、数唱や指を用いる方略の比率は加齢と共に上昇する。その方略を使う幼児が増加する4歳後期以降における内訳では、どの年齢期においても数唱と指を単独に用いる方略の比率はほぼ半分ずつで、それを同時に用いる方略はごくわずかであった。

正誤別にみると暗算では4歳前期の6の合成を除き、どの年齢期の問題でも正答者の方が多い。特に5歳期になればどの問題でも正答の方が誤答より圧倒的に多くなる。数唱と指を使う方略が増加する4歳後期以降では3年齢期ともにどの問題でも正答が誤答より圧倒的に多い。

分解課題 3の分解において、3歳前期では幼児の大半が不能で3割弱しか解答できず分解操作を理解する以前と推測できる。しかしそれでさえ解答したほとんどが暗算で正答した。それ以降の時期における暗算の比率は年齢が増すと共に上昇した。数唱や指を用いる方略の比率は

3歳前期から4歳前期までごくわずかであった。4歳後期では18.8~22.4%と上昇はじめ、5歳前期で16.5~24.7%、5歳後期では21.2~29.4%までになる。また、ランダムな解答と不能の合計比率は年齢が増すと共に減少する。内訳ではランダムは3歳後期から4歳後期まで6の分解が最多で、7以上の分解では3歳後期と4歳前期では10%未満、4歳後期では10.6~17.6%である。5歳期では6~8の分解では大差なく前期で21.2~25.9%、後期で12.9~18.8%である。ランダムは加齢と共に増える傾向があり、不能はその逆に単調に減少する。

暗算、数唱や指を用いる方略は加齢と共に上昇する。数唱や指を使う方略が増える4歳後期以降の内訳をみると、どの年齢期においても指を単独に用いる方略が圧倒的に多く、数唱単独や数唱と指を同時に用いる方略はごくわずかであった。

正誤別にみると暗算による正答は3歳後期と4歳前期、4歳後期の6の分解を除き、どの年齢期の問題でも誤答より多い。特に5歳期では正答の方が誤答より多い。数唱や指を用いる方略が増える4歳後期以降では3年齢期ともどの問題でも正答が誤答より圧倒的に多い。

集合の大きさと解答方略

合成でも分解でも3歳前期ではどの問題でも数唱や指を使う方略の比率はきわめて低い。3を扱う問題ではほとんどが暗算である。6以上を扱う問題では圧倒的に不能が多く、数操作せずに適当に解答するランダムは少ない。ランダムは質問をされると数操作しないが、一応数に関連して解答しており、不能よりは進んだ水準と考える。3歳後期以降の5期でも3の問題は暗算による解答がほとんどである。ここではそれらを除いて検討する。

3歳後期と4歳前期では数唱や指を使う方略の比率は問題で扱う集合の大きさに関係なく、合成と分解ともに低く数%で一定である。それ以降の4歳後期以降の3年齢期では合成と分解で比率に差があるものの、問題で扱う集合の大きさに関係なくほとんど等しい。6から8までを扱う問題では数唱や指を使う方略の比率に大きな変化はないことが示された。

次に暗算の比率であるが、合成、分解ともに6を扱う問題で高く、7、8の問題で低くなる傾向があった。そして暗算の増減はランダムではなく不能の増減と関係する。数唱、指を使う方略を幼児の大半は知らないので暗算かランダムで答えるしかないが、問題で扱う集合が大きくなるとそれさえできなくなる。幼児の多くが数唱や指を使う方略を用いるようになった4歳後期以降でも、6から8までの問題では合成、分解ともに暗算の比率に変化はない。5歳後期の11の問題では数唱や指を使う方略の比率は8以下の問題と変わらず、暗算が減少し、不能が増加した。11でも数唱や指を使う方略の比率は変化しない。両者の内訳も8以下の問題と変わらない。

幼児は合成、分解では数操作して解答する場合、集合の大きさによって数唱や指を使う方略を変えることはほとんどないといえよう。

まとめ

本研究が示した事実を踏まえると、幼児は合成と分解の操作を数唱や指を使う以前に、暗算でしはじめると推測される。まず小さな集合で合成と分解を意味する言葉表現と解答を求められているのに気づき、数詞を答えればよいことを知るのだろう。そのために初期はサビタイズできる程度の小集合でなければならない。次第に大きな集合でも数操作を確実にやる方法とし

て数唱、指の使用に気づき、それを使うようになるのであろう。そしてそうした操作に慣れてくると暗算でも確実にできることに気づき、また暗算での解答が増加すると推測する。

Wynn (1992,1993) は4, 5ヵ月児が集合による合成と分解で正答の集合を予想し誤答の集合と区別できることを示し、この月齢で計算結果の集合イメージを表象できるとした。乳児は生後4ヵ月で集合イメージを表象し操作できる能力を持つのである。幼児期に入って数詞を覚えれば、集合イメージを表象し操作できる程度の小集合の合成と分解なら、いわゆる暗算で解答できるのは当然であり、本研究の結果はWynnの主張を支持するものである。

最も初歩的な方略と思われた数唱と指を同時に用いる方略の使用は、合成と分解を習得し始める3歳前期から幼児期の終わりまで少なかった。そのような労力の要することをせずとも数唱か指のどちらか一方で数を確実に操作するのに十分との認識を幼児は持っているのであろう。

合成、分解をできるようになってから幼児の多くがサビタイズできない大きな集合を把握するために数唱や指を使い始める。それまでに約1年から1年半の長い期間を要することが示された。数唱と指を使う技能は数操作の理解した後に、その便利さに気づくか必要を感じてから習得し始めると推測する。

幼児の多くが解答の際に数唱や指を使うようになる4歳後期以降において、分解では合成と異なり、幼児のほとんどは数唱よりも指を用いていた。合成では2つの集合イメージを表象できれば、数唱を用いてcount allやcount onで容易に計数できるからであろう。分解でも1つの集合を2つの集合に分けるのを表象したイメージで操作できれば数唱で解答できる。しかしそうしないのは集合イメージを頭の中で動かすのが難しいからであろう。それで外部装置としての指を使い、実際に2つの集合に分けてその本数を把握すると推測できる。

※本研究は、平成15年度日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究(C)(2)、課題番号14580274の援助を受けてなされた研究の一部である。

引用文献

- Fuson, K. C. 1992 Research on learning and teaching addition and subtraction of whole numbers. In G. Leinhardt, R. T. Patnam, & R. Hatrup (Ed.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 53-187). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J. 1982 The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C. Brainerd (Ed.), *Progress in cognitive development research: Vol 1. Children's logical and mathematical cognition*: (pp. 33-92). New York: Springer-Verlag.
- 栗山和宏. 1995 数概念. 吉田甫・多鹿秀継 (編), *認知心理学からみた数の理解* (pp. 9-32). 北大路書房
- Wynn, K. 1992 Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750.
- Wynn, K. 1993 Addition and subtraction by human infants: Erratum. *Nature*, 361, 374.
- 吉田甫. 1991 子どもは数をどのように理解しているのか:数えることから分数まで. 新曜社
- Yoshida, H. & Kuriyama, K. 1986 The numbers 1 to 5 in development of children's number concepts. *Journal of Experimental Child Psychology*, 41, 251-266.

Children's Strategies of Addition and Subtraction Tasks of sets

Ryohei MARUYAMA*

ABSTRACT

The purpose of this study is to make longitudinal investigations into features of children's use of their fingers and numerals of addition and subtraction tasks of sets over three years after the children enrolled in kindergarten.

Eighty-Five children from one kindergarten in Niigata participated in this project. They did not have any special arithmetic instruction at the kindergarten. Addition and subtraction tasks included several problems respectively using a set of some marbles. The data obtained from these tasks were collected twice every school year for three years and thus amount to six samples as a whole. We analyzed these data and elucidated children's using their fingers and numerals.

* Division of Early Childhood Education