.上越数学教育研究, 第 18 号, 上越教育大学数学教室, 2003 年, pp.11-22

算数の授業における個々の子どもの学びの成り立ち

布川　和彦
学習臨床講座

1．はじめに

近年、算数・数学の授業の中での個々の子どもの学びに注意が向けられつつある(日野, 2000)。こうした研究で行われていることとして、一つには、ある子の授業への参加の仕方を学習スタイルや授業全体の流れとの関係で考察することが見られる（例えば、布川(2002b)の先行研究の概観を参照）。熊谷(1999)は、３年生のわり算の授業の際にある子が見せた、少し他と異なる考え方を、それ以前の授業でのその子の様子を考慮に入れて分析することで、子どもが共有の感覚を取り戻そうとする試みとして捉えている。また布川(2002b)は、１人の子どもの１時間の様子を分析することにより、その子が各自での解決の時間や話し合いの時間の間にその子独自の問題意識を徐々に持つようになり、そのことが授業への参加の仕方を決定づけていることを示している。

またこれとは少し異なり、ある子が算数・数学の内容に関わりどのような変容を見せたかを考察している研究がある。例えば日野(2002)は、単位量あたりについての単元の前後における５名の子どもの考え方の変容を示すとともに、２名の子どもについては、彼らが用いる表記が 11 時間の単元の間に変容する様子についても分析し、考え方の変容と関連させて考察しようとしている。また高橋(2000)は、小数の乗法の単元において２名の子どもの様子をビデオカメラで記録し、彼らの考え方の変容と彼らがかいた表記の変容とを考察している。

算数・数学の内容に関わる変容を捉えようとする研究では、単元の数時間の授業での変容に注意が向けられている。単元を通して新たな算数・数学的なアイデアが学ばれるのであるから、こうした研究が重要であることは言うまでもない。しかし、そうした変容はまた、１時間１時間の中での微妙な変容により支えられている面もあるとすると、個々の子どもの１時間の中での変容を考察することも、子どもたちの学びを考える上で有用であると期待される。

そこで本稿では、１時間の授業の中での子どもたちの変容に着目し、それがどのような過程を経て生じていたのかを考察し、個々の子どもの学びが成り立つ過程についての知見を得ることを目標とする。そのために、算数の１時間の授業の最初と最後において明らかな違いの見られた子どものビデオによる記録を利用し、その子どもの１時間の様子を分析することで、変容が生じる過程について考えていくことにする。

2．データの収集

本稿では 2002 年 12 月 13 日に新潟県の公立小学校において実施された５年「わり算の商と分数」の授業、および 2002 年６月５日に新潟県の別の公立小学校で行われた４年「大きな数」の授業を取り上げ、それらの授業に参

加していた５年生・慎吾君（仮名）[1)]と４年生・由美さん（仮名）の学びの様子について分析する。授業はいずれも 30 代後半の男性教諭により行われた。

授業中の彼らの様子はビデオカメラで記録されたが、いずれの子も子どもたちから見て一番左端の列に座っていたので、記録者が子どもの左横に立って録画を行った。録画に際しては、子どもが座った状態で上半身が画面におさまる程度で録画をし、彼らがプリント等に書き込みをするときは､手元をアップし、何をどのような順で書いたかが記録されるようにした。また５年生の授業については、教室左後ろに別のカメラを設置し、黒板を中心として記録をした。

これらのビデオ記録をもとにプロトコルが作成されたが､そこには授業中の公の発話(教師の発話や指名された子どもの発話）とともに､慎吾君と由美さんのつぶやき､振る舞い、プリント等への記入の様子なども併せて記入された。これらのビデオ記録とプロトコルに基づき、以下の記述、考察を行う。

３．５年「わり算の商と分数」における子どもの学び

まず「わり算の商と分数」の授業での慎吾君の学びの様相を見てみることにする。このクラスでは前時までに大きさの等しい分数と分数の加法・減法を学習してきている。また担当教諭がクラスの子どもの分数の理解状態を調べるために、1/2、1/3、1/4 を図で表現するという課題を単元当初に実施している。担当教諭からの情報によると、慎吾君は、全体の大きさをそろえてこれらを表現するのではなく、1/2、1/3、1/4 自体が同じ大きさになるような表現をしていたとのことであった。

3.1 授業前半と終わりでの慎吾君の変容

取り上げる授業では「２ℓ の牛乳を３人で分けると１人分は何ℓ になるか」という課題が扱われた。１人分について、授業の前半ではそれをうまく表せなかった慎吾君が、１時間目の最後には 2/3ℓ [2)]になることを自ら挙手して発言した。この考えが彼の中でどのように確立されたのかを以下で見ていくこととする。

3.2 話し合いまでの授業の概要と慎吾君の様子

まず２ℓ の牛乳を２人で分けると１人分は何ℓ になるかという課題を全体で解決した後、教師は「２ℓ の牛乳を３人で分けると１人分は何ℓ になるか」という課題を提示した。これを各自で考える際に、慎吾君は２÷３の式を書いてから２÷３の筆算を行った。次に右隣の尚子さんのノートを見てから式を３÷２に変え、この筆算を行った。しかし他の児童からの質問に答え教師が「３ℓ を２人で分ける」と変えることを禁じたため、慎吾君は式を２÷３に変えて筆算を再び行った。

一旦全体での話し合いになるが、そこで２÷３が割りきれない点が問題となった。話の途中で慎吾君は四捨五入をして０.67 及び０.７という商を得て、さらに０.67×３と０.７×３の筆算をしたが、それらの筆算は消した。その後全体の話し合いでも 0.7ℓ という意見が出されるが、0.７ はおよそだから正しくないとされた。ここで教師は「正しく表せる方法を考えましょう」という課題を導入した。

教師は１ℓ を表す正方形が横に２つ並んだ図（図１参照）を黒板に貼り、それを２本の横線で３等分にしてみせた。教師が「３つに分けたのはわかるかな」と問うと慎吾君も軽く肯いた。ここで図１のようなプリントが配布され、各自で考える時間となった。何人かの子が「３分の２」と発話し、また尚子さんが慎吾君に向かって「３分の２かな」と尋ねるが、慎吾君は首を傾げた。

教師は、図の１人分にあたる部分を塗るこ

と、分数で表すと何分の何になるかとその理由を書くことを求めた。慎吾君は図１の左下の長方形を塗った後、通りかかった教師を呼び止め、右下の長方形も塗るのかと尋ねた。教師がそうだと思うなら塗るように言うと、右下の長方形も色を塗った。ある子が「３分の２」と発話したのが聞こえた直後に、慎吾君はプリントに「2/3」と書くが、すぐにこれを消した。後ろの席の静香さんの方を向いた。彼女のプリントには「２ℓ を３人でわけると１マスを２つ分です。」と書いてあった。その後慎吾君は「２ℓ を３人でわけると１人は 1/3 でそれを２マス」と書いた。30 秒ほど自分のプリントを見ていたが、今の記述の一部を修正し、先を続けることにより次のように書いた：「１ℓ を３人で分けると１人は 1/3 で２ℓ にすると１人２マスぬれるということです。」その後、尚子さんの方を見ていたが、彼女のプリントには「１ℓ の牛乳を３人で分けると 1/3 になるから１ℓ［１文字不明］１マスぬった。」と書かれている。慎吾君はさらに「だから１ℓ　１マスぬれる。」と書き加えた。図１は、話し合いが始まった時点での慎吾君のプリントの様子を示している。

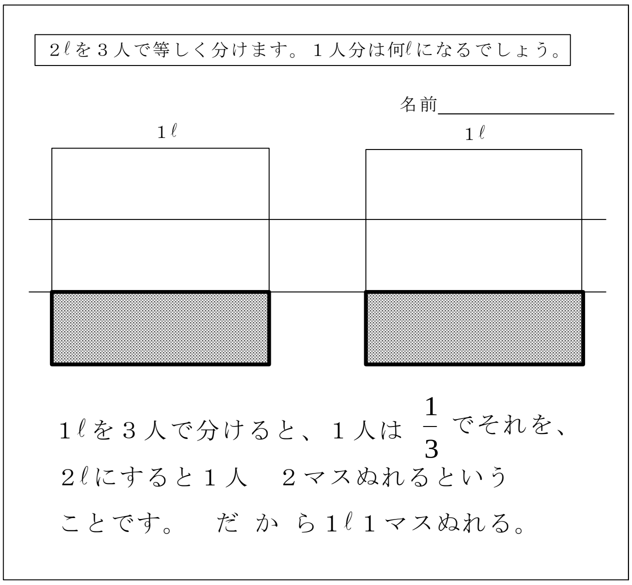

図１ 話し合い開始時の慎吾君のプリント（再現）

3.3　全体での話し合いと慎吾君の様子

11 分ほど各自で考える時間がとられた後、次のように話し合いが始まった [3)]。

授業全体の様子	慎吾君の様子
(31:19)T「出た人とそうでない人と、いろいろあるんだよねえ、	プリントに「ぬれる」と書く（図１の最後の文）。
(31:59)T「誠さんが悩んでるところがあって、みんなに聞いてもらおうかなあ、」	
誠さんが黒板の前で作業	黒板の方を見ている。
(34:44)誠「これを合わせて６つになって、それが等しく分かれているから、２つあるから１人分は６分の２、」	
(35:08)T「これと似たような人は、」	手は挙げず教室を見回す。
(35:16)T は挙手した子から１名を指名	
(35:23)C「１ℓ が３つに分かれているから、２つ合わせて６分の２,」	自分のプリントを見ているが説明の最後のあたりで顔をあげる。
(36:41)T「じゃあ式は２÷３だったんだけど、見てみたらこれは６分の２になると、」	教師の方を見ていて、最後に軽く肯く。
(36:53)T「ということでいいですね、」	２～３回肯く。
(37:01) 真人「６分の２じゃなくてもいい、答えが、」	声のする方に顔を向ける。
(37:05)T「何なったんですか、」	
(37:07)真人「３分の２」	
真人君が前に出てくる。	教師の方を見ている。
T が図を貼る。図１のような図だが、左上と右上の四角が塗られている。	
(37:55)真人「１ℓ のこれ（図の左側の正方形）を３こに分けて、でその３分の１とこっち(右側の正方形)の３分の１をたすと３分の２になるから、３分の２、」	真人君の方を見ている。
(38:13)T「これが、」	
(38:14)真人「それが３	何かつぶやいている。

分の１」Tは左上の塗られた部分に1/3と記入	
(38:16)T「これが３分の１、これが、」	
(38:21)真人「３分の１、」Tは右上の塗られた部分に1/3と記入。	シャープペンシルを手に取る。
(38:23)T「これたすんですか、」	
(38:24)真人「たすと３分の[…]、」	
(38:26)T「んん、なるほど、」	２つの四角の間に「＋」記号を書き、その上方に「2/3」と書く（図２）。
Tは1/3+1/3=2/3と板書	自分のプリントを見る。
(38:37)T「こうなった、ほう、」	
(38:52)数名の子「どっちも肩もちそう」「どっちもわかる」	
(38:55)T「じゃあ答えが２つあるんだ、」	
(39:00)健也「そこ分かれてる、だから６になる、たぶん６分の２かも、」	ごく軽く首を左に傾げる。
(39:15)郁美「答えはどっちかと思うけど、どっちとも意見は分かれる、」	
(39:50)T「祐子さんどうですか、」	「さんぶんの」とつぶやいている様子
(39:54)祐子「３分の２と最初に考えた２÷３の式が似てるなあと思いました、」	
教師は祐子さんとやりとりしながら内容を確認している。	祐子さんと黒板を交互に見ているが、途中で自分のプリントも見る。
(40:30)T「これとこれが似てるなあ、」	教師とは別の前方を見ている。
(40:44)T「はい真人さん、」	
(40:51)真人「（黒板の前で）たぶん６分の２だと牛乳を６人で等しく分けてしまうって言ってると同じみたいな感じで、こっちは牛乳を３人で分けてるようになるから、こっちがいいんじゃないかと思います。」	真人君の方を見ている。 尚美さんから話しかけられ慎吾君は以下のように発話する：「３分の２だよ、だってさ分数で

(41:12)T「こっちだと６人で分けたことになる、」	言うと（図の長方形を順次指しながら）３分の１３分の２、さん[…]、６分の２じゃない、」
(41:21)T「いいですか、壮君どうですか、」	教師の方を見ている。
(41:42)壮「真人君と同じです、」	
(41:44)T「同じように言ってみて、」	
(42:01)壮「こっち側のやつは３分の１だから、で反対のも３分の１だから、それを足して３分の２，」	壮君の方を見ていて、それから正面を向く。 黒板の方を見ている。
(42:10)T「これですね、足してってことか、」	自分のプリントの方を見る。
(42:18)T「どうしましょう、分数だとじゃあ答えが２つに、しますか、」	プリントを見ているが、「２つ」のところで教師の方を見る。
(42:31)ある子「わかんねえ、」 (42:32)T「わかんねえ、」	尚美さんに話しかける：「でも３分の１と３分の１で６分の２にならない、」その後またプリントを見る。
(42:36)T「例えばこっちの方の人はこれだと具合が悪いとかいうことないかな、あとこっちで思ってる人はこちら側の６分の２だとちょっとおかしくなるよというところはないかな、」	教室の右側を見て、次に尚美さんに短く話しかける。
	尚美さんに話しかける。右手を挙げてから教室右後方を振り返る。
(43:11)T「なんとか自分たちでわかるといいね、はい慎吾君どうですか、」	「６分の２は普通は３分の１たす３分の１は３分の２になるのに、分母は変わらないからだと[…]、」
(43:27)T「あ、分母が６になってるのが、おかしんじゃないかな、」	軽く肯く。 大きく肯く。
(43:33)Tは発言の内容を板書する。	板書の方を見ているが、途中から前下方に視線を落とす。
(43:46)T「どうでしょう、こちら、」	
(43:53)T「発見ですか、はい壮君、」	

(43:56)壮「この前の大きさの等しい分数ってやつを見ると、３分の２と６分の２は大きさが違う､」	壮君の方を見ている。
(44:10)壮「６分の２の方が小さい､」	尚美さんがプリントを探している様子
(44:16)T「なんかいま見てますね､」	
(44:22)T「６分の２って、そこで見ると、同じものがあるんじゃないの､」	ノートをめくりプリントを探す。「どっかはさんでないかな､」

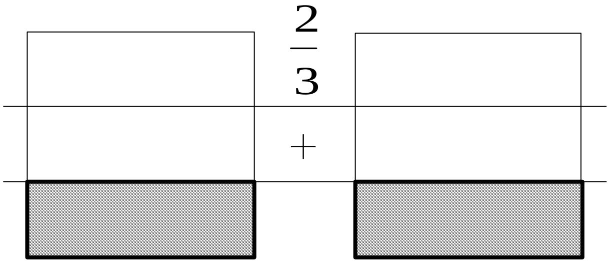

図２ 話の途中での慎吾君の書き込み（再現）

この後、2/6 が 1/3 と 3/9 と同じ大きさであることが教師と子どもたちとのやりとりを通して確認された。慎吾君はプリントを探す他は、発話している教師や子どもの方を見ていた。最後に、郁美さんが再度「どっちもわかる」と発話したことを受け、教師は次回にもう少し考えることとして授業を終えた。教師が次回の予告をしている際に尚美さんが「３分の２だよたぶん､」と話しかけると、慎吾君は「３分の２だよ、分母変わらないん[…]､」と発話した。

3.4 慎吾君の考え方の変容

慎吾君は 43 分すぎに自ら挙手して、1/3 たす 1/3 は 2/3 であり分母を足して６にはならない、と発言している。次時の最後でノートにまとめを書いた際にも「2/6 だと分母までをたしているから 2/3 だと思う」と書いており、慎吾君の考え方はこの時間の後半以降、次のような形で安定していた：1/3 と 1/3 をたすと 2/3 なので１人分は 2/3 と表すことが適当であり、分母を足して６にすることはないので 2/6 と表すことは不適当。そして上のプロトコルからわかるように、この考え方は 38 分すぎの真人君の説明の中で確かなものとなったと見ることができる。このとき慎吾君は図２のような書き込みをしていた。

しかしそれ以前の慎吾君の様子はこれとは対照的に、確立された意見があるようには見えない。２÷３の筆算を行う途中で式を３÷２に変えることをしていることから、２ℓ を３人で分けたときの１人分の表し方について慎吾君も事前には知らなかった。一方で、全体の話し合い以前に商を四捨五入することを自分で行い、しかも 0.67×３と 0.7×３の筆算を行うことでそれらが２にならないことを確認していたことから、別の表し方の必要性は感じていたと考えられる。

各自で考える際に、初めの段階では図の左下の長方形を塗った後、右下も塗るのかと教師に確認していることから、１人分が具体的にどこになるかについて、この段階では明確ではなかったと考えられる。回りを気にしたり教師に確認したりしたこともあり、四角を塗るのに３分半ほどかかっている。

理由の部分は最初「２ℓ を３人でわけると１人は 1/3 で」という記述になっていた。これを修正し「１ℓ を３人でわけると１人は 1/3 でそれを２ℓ にすると１人２マスぬれるということです。だから１ℓ １マスぬれる。」となるが、１人分を何ℓ と表すかは明確には述べられておらず、図１のように２マス塗った理由が書かれている。

この図がただちに 2/3ℓ を表すものでないことは、話し合いの最初の部分での慎吾君の様子からわかる。36 分 41 秒に教師が「じゃあ式は２÷３だったんだけど、見てみたらこれは６分の２になると、ということでいいですね､」と発話すると慎吾君は数度頷いていた。つまり、１人分が 2/6 になるという考え方についても、この時点では受け入れていたこと

になる。
　このように、図２の書き込みが行われる前後で、慎吾君の様子は大きく変わっている。そこで、この前後に焦点を当てて、慎吾君の学びを考察してみることにする。

3.5 慎吾君に見られた学びの成り立ち

　38 分 25 秒に慎吾君が図２のように「＋」記号と「2/3」という書き込みをする直前には、真人君がそれまで優勢であった 2/6 という答えとは違う答えとして 2/3 を発表した。真人君は黒板に貼られていた図１と同様の図を用いながら、その理由を、それぞれの正方形にある 1/3 をたすと 2/3 になるからだと述べた。これを確認する形で教師は真人君とやりとりをしながら、図の斜線で塗られた２つの長方形の中に「1/3」と記入をした。これを見ていた慎吾君は何かをつぶやいていたが、真人君の発表から 20 秒ほどして、図２への書き込みをした。これは教師が黒板に「1/3+1/3=2/3」と書く前であり、つまり「＋」記号や「2/3」という表記は彼が自分で導入したものである。一方で、教師が図に記入した「1/3」について慎吾君は記入していないし、またその後教師が板書した「1/3＋1/3＝2/6」という式もプリント等に写すことはしていない。
　つまり、真人君の説明および真人君と教師のやりとりの中で慎吾君に最も重要であったのは、２つの 1/3 を「たす」ことであったと考えられる。1ℓ を表す正方形の中にある長方形１マスが 1/3 であることは図１の段階で捉えられていた。しかし真人君の発表の直前で 2/6 という答えを受け入れる様子をみせていることから、その時点ではそうした長方形の「２マス」分であること、しかもそれは６つのマスの中の２マスであるという考え方を持っていたと考えられる。それが真人君の説明の後では、この２つのマスを「たす」という意味づけへと変容していたのである。このことは、彼が２つの長方形の間に「＋」記号だけを記入したことに反映されている。
　この「たす」という意味づけに慎吾君が大きく影響を受けたことは、43 分過ぎに挙手をして発言した内容からも伺える。彼はそこで「分母は変わらないから」という理由を述べていた。これは、他の児童からは出されておらず、慎吾君自身が以前に学習した分数のたし算という文脈の中で今の課題に対して与えた正当化である。類似の発話は、42 分 30 秒過ぎに隣の尚美さんに話した「1/3 と 1/3 で 2/6 にならない」にも見ることができる。話し合いの中では、元の２÷３の式との類似性や、2/6 だと６人で分けていることになるのではないかという意見が出されていたが、慎吾君はこれらの理由には特に言及せず、たし算の文脈での理由を述べ、それを次時の最後まで保持していた。
　このように慎吾君の学びは、話し合い以前の図１のような場面への意味づけが、話し合いの中での考えにより変容し、場面に新たな意味づけ（２つの分数のたし算）をすることで成り立っていた。真人君が 2/6 の問題点を指摘するのは 40 分 50 秒過ぎの発言であり、このときは「2/6 じゃなくてもいい、答えが」として説明していたので、他者の意見で 2/6 の考えの欠点を指摘されて慎吾君が考えを変えたのではないと考えられる。また、慎吾君が図２の書き込みをした後でも、2/6 になるという意見やどっちとも意見が分かれるという発話があるので、話し合いの結果を受けて慎吾君が自分の考えを変えたわけでもない。慎吾君がこの直前まで 2/6 という考えを受け入れていたことを考えると、彼が途中まで考えていたことが友だちの意見により補完されたというのでもないであろう。ここで起こっていたのは、「1/3 を２マス塗ったもの」として意味づけていた場面を、分数のたし算という新しい文脈の中で見るようになった、ということだと言えよう。
　話し合い以前に、1/3 にあたるものを２マ

ス塗ったものとして意味づけていたものが、1/3 と 1/3 をたしたものという意味づけへと変容したことは、一方で真人君により「たす」という文脈が導入されたことに依るが、他方では慎吾君自身が単純に図の中に６つのマスがあると捉えていただけでなく、１マスを 1/3 として意味づけをしていたからこそ可能になったことである。慎吾君の学びは、彼のしていた意味づけが他者の意見と混じり合う可能性を持っていたこと、そしてそれが新たな文脈の中で変容することで成り立っていたと考えることができる。

４．４年「大きな数」における子どもの学び

次に４年「大きな数」における由美さんの学びの様相を見てみる。このクラスでは、前時までに億の単位とその読み方、書き方を学習している。

以下で述べる授業では、４桁ごとに点を打つと大きな数が判別しやすくなることを学習した。授業の最初と最後に、４名の班ごとに大きな数のカルタが行われた。これはカードに「1000000000」などの数字が書かれ、教師が読み上げた数に対応するカードを取るものであった。この間の学習で、点を打つという判別方法が、子どもからの意見をまとめるという形で提案された。

4.1　授業の最初と終わりでの由美さんの変容

授業の最初に行われたカルタでは、由美さんは、530 億と読み上げられたときに 53 億のカードを取ったり、10 億と読み上げられたときに 1 億のカードを取るなどしていた。しかし、授業の最後に行われたカルタでは、他の子どもが誤ったカードに手を伸ばした 240 億や 10 億の読み上げに対しても,即座に正しいカードを選択していた。この変容の途中で、由美さんが数の大きさを判断する方法を変化させていく様子が見られた。以下ではこの点に焦点を当てて、由美さんの変容を見ていくこととする。

4.2　授業の概要と由美さんの様子

授業はまず 123、1230、5872、5879、4080、4800 という数字の書かれた６枚のカードでカルタを２回行うことから始められた。由美さんも読まれた数のカードをすぐに選ぶことができた。次に９～12 桁の数字（図３参照）の書かれた６枚のカードでカルタが行われた。３つの数が読まれたが、由美さんは 530 億と 10 億のときに誤ったカードをとってからカードの数字を確認し、友だちの持っているカードの方に手を伸ばしていた。204 億ではカードを獲得し、十億の位の０を差しながら隣の子にカードの説明をした。「いちいち数えないとわからない」と発話もしていた。

教師がカードの数字を調べるという課題を導入し、図３のようなプリントを配布した。まず（あ）と（い）を比べることにして [4]、図４の位取り表が３組書かれたプリントも配布された。由美さんはそれぞれの数について位取り表と読み方を正しく記入し、両者の違いとして「(あ)より(い)の方が１つ０が少ない」と書いた。

(あ) 1000000000	(い) 100000000
(う) 53000000000	(え) 530000000000
(お) 20400000000	(か) 24000000000

図３　課題のプリント（再現）

（あ）

億				万							
千	百	十	一	千	百	十	一	千	百	十	一

（い）

億				万							
千	百	十	一	千	百	十	一	千	百	十	一

よ　み	ちがい
	(あ)と(い)の違うところ

図４　位取り表のプリント（再現）

違いについて子どもたちから意見が出され「10億は1億より１桁大きい」、「ゼロの数」、「(あ)は０が９個で(い)は０が８個」という点が発表された。さらにある子が「０が４つのところで点を打つと見やすい」という考えを述べた。この考えを教師が説明している際に、由美さんは自分の(あ)と(い)の位取り表において、右から４つ目と５つ目の０の間および８つ目と９つ目の０の間に点を打った。教師が点を打った数字を指して「見やすくなった？」と問うと由美さんも頷いた。

ここで教師は10億と1億が算用数字で書かれた２枚の紙を提示し、どちらが 10 億かを問うた。由美さんは９秒ほどで（クラスの真ん中くらいの早さで）手を挙げた。教師が子どもたちに早く見分ける方法を尋ねると、子どもたちから「０が５個と４個に分かれる」、「頭の中で４つのところで点を打つ」、「点を打って四四で余った０が１で全部で９個」といった方法が出された。由美さんはときどき頷きながら聞いていた。教師が 10 億と 1 億の紙を再度提示し 10 億がどちらかを尋ねると、由美さんはすぐに手を挙げた。

教師が(う)と(え)、(お)と(か)についてもプリントで比較するよう問いかけた。由美さんは１分５秒ほどで(う)と(え)の位取り表と読み方を正しく記入した。その後両者の違いを「０ゼロの数」と書いた。(お)と(か)についても 40 秒ほどで位取り表と読み方を記入した。ただし(か)は 240 億であるにも関わらず 24 億としてどちらも記入していた。また、両者の違いとして「(お)は２と４のあいだに０がある」と書いた。

教師は子どもたちに尋ねながら(う)と(え)の数がいくつか、二つの違いが何かを確認していった。(う)と(え)の違いが話題になっているときに、由美さんは(か)について数え直し、位取り表を修正するとともに、読み方も 240 億に変更した。

その後教師が530億と5300億の書かれた紙を提示しどちらが 530 億かを問うと、由美さんは８秒ほどで手を挙げた（この時点ではそれほど手は上がっていない）。教師は「早く調べる方法」を子どもたちに尋ねる。子どもたちの声を受けて教師は「４つずつ」「４つで一十百千、一十百千万」と説明する。由美さんは何度も頷いた。再度紙を提示しどちらが 530 億かを問うと由美さんは 14 秒後に手をあげた（この時点ではそれほど手は上がっていない)。教師は確かめた方がいいとして紙の数字に４桁ごとの点を付ける。その上で再度紙を提示しどちらが 530 億かを問う。由美さんはすぐに手を挙げた(他の子もすぐに挙手し、さらに笑い声も起こった)。

教師は 204 億と 240 億の紙を提示しどちらが 204 億かを問うた。由美さんはこのときもすぐに手を挙げた（他の子もすぐに手を挙げている)。教師は「見えたね」として、最後のカルタへと移行した。図３の数字の書かれた６枚のカードでカルタが行われたが、上で述べたように、他の子が間違ったカードに手を出した 240 億と 10 億についても由美さんは正しいカードを選択できた。由美さんは６枚全てに対し正しい選択ができた。

4.3 数の大きさを判断する由美さんの方法の変容

上で述べたようにこの授業では、カルタのカードの確認および数字を位取り表に書く際に、与えられた数の大きさについての判断を求められる場面がいくつかあった。彼女の判断の方法は授業の中で少しずつ変容していった。以下ではその様子を見てみる。

(a)授業の最初でとったカードの確認：5300 億や１億のカードについて「一十百千万十万百万千万」とかぞえる。一方で、204 億については上から２桁目に０があることで区別をしている。

(b) 課題(あ)：プリントが配られたときに、すぐに数字の０と１を指で押さえながら右

から左へとかぞえる。位取り表の記入では再度数字を右から１つずつ数えた後に１の位から左に向かって０を９つ記入し最後に１を書く。

(c) 課題(い)：プリントが配られたときに(あ)と一緒に数字の０と１を指で押さえながら右から左へとかぞえる。位取り表では１億の位に１を記入し右に向かって０を８つ書く。

(d) 課題(う)：話し合い後の活動で位取り表に１の位から左に向かって０を８つ記入。次に課題のプリントの数字で１の位から左に向かって０を１つずつ鉛筆で抑えてかぞえる。８つ目までかぞえ、９つ目の方を鉛筆でさすが０自体は抑えず、位取り表の残ったところに百億の位から右に 530 と記入。位取り表で右から４つ目と５つ目の間、８つ目と９つ目の間に点を付ける。

(e) 課題(え)：位取り表に１の位から左に向かって０を８つ入れていく。課題のプリントの数字で１の位から左に０を４つかぞえる。その先をかぞえようとして止め、右から４つ目と５つ目の０の間、８つ目と９つ目の０の間に点を打つ。位取り表の千億の位から右に 5300 と記入。その後、位取り表の左から４つ目と５つ目の０の間、８つ目と９つ目の０の間を鉛筆で順に抑える。(う)と(え)の違いとして「０ゼロの数」と書く。

(f) 課題(お)：課題のプリントの数字で右から４つ目の０と８つ目の０の下に点を打つ。次に百億の位から 204 と記入し、さらに右に向かって０を８つ記入する。

(g) 課題(か)：位取り表に十億の位から右に向かって 24 と記入し、さらに右に向かって０を８つ記入する。2 分 40 秒ほどして（全体では(う)と(え)の違いを議論している)、課題のプリントの数字で、右から４つ目の０のあたりをおさえ、次に７つ目と８つ目の０の間あたりで指が止まる。位取り表の１億の位と十億の位に記入されていた 24 を消し、１億の位に０を、それから百億の位に２、十億の位に４を記入する。

これらを見ると、以下のような変容があったと考えることができる。授業の最初では、前時の学習を受けて、１の位から「一十百千万十万百万千万」と１つずつ桁を唱えていく方法をとっている。教師が位取り表を導入してからは、桁を１つずつ確かめることは踏襲されながらも、桁の名称を唱えるのではなく、０の個数をかぞえるように変わっている。これは０の個数さえわかれば、その時の桁は位取り表により与えられることによる。課題(い)では億の位から数字を書き始めているが、課題のプリントが配られたときに(あ)と(い)の数字の０と１の数をかぞえていたこと、また(あ)と(い)の違いに「(あ)より(い)の方が１つ０が少ない」とかいていることからわかるように、(い)についても０の個数をかぞえることが判断の方法となっていた。

この後の話し合いで、０が４つのところで点を打つとわかりやすいということが話題になった際に、由美さんは自分の位取り表に該当する点をすぐに付加しているので、彼女はこの考えを受け入れたものと考えられる。ただし位取り表に点を打つときに、彼女は０をかぞえることはなく、(あ)の千の位と万の位の間、千万の位と億の位の間、(い)の千万の位と億の位の間、千の位と万の位の間という順で点を打っていった。つまりこの時点で、４つずつごとの点が位の区切れ目に対応することも理解していたと見ることができよう。

しかしすぐに４つずつの点を打つことが判断の方法にはならなかった。(う)では８個の０をまず記入し、次に元の数字で８個の０をのぞいた部分を確認して、それを加えるという形で位取り表を埋めている。右から８個(＝４個×２組）までの０とそれ以降の桁とを区別する点で、０を４つずつのまとまりにするという考えの影響が見られるが、他方で、元の数字では０を１つずつかぞえるという、以

前の彼女の方法の影響も見られる。０が４つごとに点を打つことは、結局、事後において位取り表の方で行われているに過ぎない。

(え)における判断の方法は(う)におけるものと同様であるが、元の数字の０をかぞえる際に、４つ目までは１つずつかぞえたものの、４つ目以降は１つずつかぞえることなく、４つずつのまとまりとして点を打っており、０が４つごとに点を打つという考えの影響が大きくなっている。また元の数字において０が４つごとに点をつけることをしてから位取り表の記入を行っており、４つごとの点が判断の方法となっている。

(お)では、この方法が完成したと見ることができよう。すなわち、最初に元の数字において４つごとに点を打ち、その後に、位取り表に上の位から数字を記入している。４つごとの点を打つことで、一番上の位を判断できたと見ることができる。(か)で数字に点を打つことなく、いきなり位取り表の上の位から記入していった理由は、記録からだけでは不明であったが、おそらくこれまでの課題が１桁違うものであったことをもとに、204 の真ん中の０がなくなった数字と判断したものであろう。ともあれ、(か)に関わり修正を行う際には、０が４つごとに点を打つことで大きさの判断をしており、(お)と同じ方法が用いられている。

以上の変容は、次のようにまとめられる。０が４つごとに点を打つという方法がクラス全体の話の中で確立された際に、由美さんはこれをすぐに受け入れたように見えながら、実際にはその考えと、それ以前に彼女が用いていた考えとが混在したような方法が何回か用いられていた。そうした方法を経た上で、０が４つごとに点を打つことで数の大きさを判断することがなされるに至っていた。

4.4 由美さんに見られた学びの成り立ち

授業の最後に行われたカルタで由美さんは迅速かつ正確に数の大きさを判断していたが、上で見たような授業中の彼女の変容を見ると、これは０が４つごとに点を打つという方法に基づいていると考えられる。この方法は授業の中で他の子どもたちの意見を通して紹介されたものであった。彼女は最初、０を１つずつかぞえる方法を採っており、その意味で彼女は他の子どもの意見を授業の中で受容して、新たな考えを確立したと言える。しかし他の子どものこの意見がそのまま彼女に内化されたのではなく、彼女はそれ以前に用いていた方法と混じり合うような形の新たな方法を生み出していた。そして、０が８個（＝４個×２組）までとそれより上の位の数字とを区別しながらも、８個の数字は１つずつかぞえていたものが、数字をかぞえる際にすでに４個のまとまりを意識するようになるというように、それが徐々に変化していった。こうした変容を経る中で、０の４つごとのまとまりに基づく大きさの判断の方法が確立されていった。

日野(2002)は、数直線などの表記の利用に関して、子ども個人の意味づけと他者からの見直しが入り交じりながら変容する点を見いだしている。また布川と栗山(2002)は、三角形の求積の方法という算数的なアイデアについてもこうした変容の仕方があることを報告している。ここでとりあげた由美さんの学びは 45 分の授業という短い時間ではあるが､その中でも､彼女が以前から用いている方法と、新たに導入された方法とが混じり合いながら、少しずつ変容していく様子を示しているのである。

５．１時間の授業における個々の子どもの学びの成立

第４節で見た由美さんの事例では、話し合いの中で出された他者の意見が、由美さん自身がそれ以前に用いていた方法と混じり合うことで、数の大きさを判断する方法が変容し

ていった。第３節で見た慎吾君の事例では、話し合いの中で出された他者の意見が、それまで慎吾君がしていた場面の意味づけの一部を変容させることとなった。どちらにおいても、自分で課題を考えたときに見られた彼ら自身の考えが、その後変容しているのであるが、同時に、その変容が、実は最初の彼らの考えを背景に持って生じていた点に、ここでは注意をしておきたい。０を１つずつかぞえるという最初の方法を変えていくことで、０が４つごとにまず点を打って大きさを判断するという方法を由美さんは採用するようになったのであるし、「1/3 が２マス」という意味づけを「分数のたし算」という文脈に置くことで、慎吾君は「1/3 と 1/3 をたす」という場面に対する新たな意味づけをして、１人分が 2/3ℓ になることを納得していった。したがって、彼らの学びの成り立ちにおいて、単に他者の意見が重要な役割を果たしただけでなく、その意見に接するまでに、当該の子どもたちが自分なりの考えを持っていたこと、しかもその考えが他者の意見と混じり合う可能性のあるものであったこともまた、本質的であったことになる。

また彼らの学びに見られたある種のゆれにも注意をしておきたい。由美さんの事例に見られた方法の変容は、自分がそれまで用いてきた方法と、話し合いの中で出された方法との間のゆれを示している。慎吾君の場合には、図２のような書き込みをする直前のつぶやきを今回は捉えることができなかったが、しかし、図１のような「1/3 が２マス」という意味づけから、一旦は「６マスのうちの２マス」という意味づけへ変容し、その後に「1/3 と 1/3 をたす」という意味づけへとさらに変容した。今回の事例の場合、授業の中での学びは、一つの考えから別の考えへの切り替えというよりも、こうしたゆれをともなって成り立っていたと考えることができるであろう (*cf.* 村中, 1996)。このゆれの中で、自分のそれまでの考えを変容させることで、彼らが授業の最後に見せた理解の状態が成立したのではないだろうか。

最後に、学びの成り立ちにより、逆に学びの契機が失われる可能性がある点に触れておきたい。この可能性を考える手がかりは、慎吾君の右後ろの孝平君のプリントに見いだせる。孝平君は図１に該当するプリントに次の２つの考えを併記していた:「全部でマスが６つあって２つあるから 2/6 です。」「マスが１行に三つあって 1/3 をしてもう一つあるから 2/3 です。」ここには全部で６つあるマスのうち２つが塗られていることと、1/3ℓ が２つあるので 2/3 であることとの、双方を見たときの違和感のようなものが感じられる。

上述したような慎吾君の図１をかいた時点の状態や 2/6 になるという意見に頷いていた様子を考えると、彼もまたそうした注意の向け方をしていたと考えられよう。しかし、１時間目の終わりの発言や、２時間目の最後になされた「2/6 だと分母までをたしているから 2/3 だと思う」という記述に見られるように、新たな意味づけがなされて以降は、６マスのうちの２つが塗られていることは、分母を足してはいけないという、たし算の仕方に基づく理由だけで顧慮されなくなっている。上のような違和感やゆれには、分数の単位のとり方についての理解を深める契機が潜んでいると考えられる。この事例は、学習者がある意味づけにより納得することで、別の意味づけを排除し、多様な意味づけから感じられる違和感を感ずることを難しくする可能性、つまり学びが成り立つことで学びの契機が失われる可能性も示していると言えよう。

６．おわりに

本稿では授業中の個々の子どもの様子を分析することを通して、学びの成り立ちにおいて、自分なりの考えを持っていること、その考えが他者の意見と混じり合う可能性を持っ

ていることの重要性に言及してきた。またこれら二つの意見が混じり合いながら、ある種のゆれを経ながら学びが成り立っていく様子も垣間見ることができた。つまり、学びの成り立ちを考えるにあたり、その子が自分で捉えていたことと他者から受け入れたことがどのように混じり合いながら変容していくのかを捉える必要があると考えられる。こうした議論は、対象への意味づけや用いる方法が授業の中で徐々に変わっていくといった、個々の子どもたちの学んでいる過程を捉えていくことで可能となるであろう(*cf.* 布川, 2002a)。

授業という設定の中での子どもたちの算数・数学の学びをより良く理解するために、１時間の授業のような短い中での細かい変容についてさらに調べていくとともに、こうした変容と、単元の中での算数的なアイデアに関わる大きな変容とを関連づけていくことも必要になると考えられる。

謝辞：本稿で取り上げた授業をみせて頂きました野田晃先生、廣井弘敏先生、授業を参観する機会を与えて頂きました山本浩明先生、ならびに事例の使用をご許可下さいました片桐信校長先生、山岸宏校長先生にお礼申し上げます。本研究は平成 14 年度科学研究費補助金・基盤研究(C)（課題番号 14580186)および上越教育大学研究プロジェクト(代表：中村光一)の支援を受けて行われている。

註および引用・参考文献

1) 慎吾君と由美さんを含め、本稿に現れる子どもの名前はすべて仮名である。その際、男女の別は保つように仮名を定めてある。

2) 板書あるいはプリント等への書き込みなどにおいて、分数はもちろん「$\frac{2}{3}\ell$ 」などと書かれたのであるが、ここでは紙面の都合上「2/3ℓ 」などと表記することとする。

3) 表中の(31:19)は授業開始後 31 分 19 秒になされた発話であることを示す。T は教師を、また C は特定できない子どもを示している。[…]はビデオの記録から発話が明確に聞き取れない部分を示す。

4) プリントには本当は丸付きのひらがなで記号が付けられていた。

日野圭子. (2000). 数学の授業における個を捉える視点と方法. 日本数学教育学会第 33 回数学教育論文発表会論文集, 637-640.

日野圭子. (2002). 授業における個の認知的変容と数学的表記の役割 :「単位あたりの大きさ」の授業の事例研究を通して. 数学教育学論究, *79*, 3-23.

熊谷光一. (1999). 算数の授業におけるある子どもの学習過程：社会的相互行為論の観点から. 日本数学教育学会第 32 回数学教育論文発表会論文集, 379-384.

村中美之. (1996). 算数・数学の授業における「ゆらぎ」の生成に関する研究. 上越数学教育研究, *11*, 101-110.

布川和彦. (2002a). 解決過程への着目と考えうる研究課題. 日本数学教育学会第 35 回数学教育論文発表会課題別分科会研究集録（pp. 60-70）. 鳥取大学.

布川和彦. (2002b). 算数の授業における一人の児童の活動とその能動性.上越数学教育研究, *17*, 45-56.

布川和彦, 栗山仁志. (2002). 算数的アイデアのアプロプリエーションの過程に関する考察. 日本数学教育学会第 35 回数学教育論文発表会論文集, 589-590.

高橋久誠. (2000). 小数の乗法の授業構成に関する考察：比例の考えをもとにして. 上越数学教育研究, *15*, 85-94.