

[算数・数学]

コミュニケーションを通し、数学的な考え方を育てる指導

- 第1学年「大きな数」の学習を通して -

桑原 利恵*

1 はじめに

今回の学習指導要領改訂において、思考力・判断力・表現力をはぐくむ観点から、言語活動の充実、各教科を貫く重要な改善の視点として示されている。算数科では、「根拠を明らかにして筋道を立てて体系的に考えること、言葉や数、式、表、グラフなど相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実させる」(解説p. 6)¹⁾と示されている。また、表現する能力を育てることについては、「考える能力と表現する能力とは互いに補完し合う関係にあると言える。考えを表現する過程で、自分のよい点に気付いたり、誤りに気付いたりすることがあるし、自分の考えを表現することで、筋道を立てて考えを進めたり、よりよい考えをつくったりできるようになる」(解説p. 8)²⁾と述べている。算数的活動の中や説明活動導あるいは話す活動の充実に向けた授業改善が求められていると言えよう。

しかしながら、江森 (2010)³⁾ が「思考力・判断力・表現力を統合した能力としてのコミュニケーション能力の育成」を示しているように、単に他者に説明したり聞いたりすることが、私たちが育てたい表現力ではない。表現力を育てたいと思うとき、そこには必ず相手が必要であり、他者とのコミュニケーションが不可欠である。一方的な表現・伝達ではなく、相手からの「こう受け止めた」というレスポンスの繰り返しがあるコミュニケーションにとらえる。算数授業の中で、コミュニケーションが行われるとき、数理的な概念(原理、法則、表現方法を含む)を用いて、相手にどのような事柄を伝えるべきかの思考や判断が行われる。伝えたいという意志が強ければ、相手により分かりやすく、合理的、論理的な説明をしようとする。一方、他者から伝えられた情報が自分の考えとどのような関係があるかということも考える。

小松 (2009)⁴⁾ は「数学的な考え方」を児童の言葉をもとに、「演繹的な考え方(だってね なぜなら もしも～だとすると ～がおかしくなる)」「帰納的な考え方(みつけた だったら～のときは)」「一般化の考え方(式にすると)」等に分類している。

黒澤 (2010)⁵⁾ は、「数学的な考え方」を、明確な根拠を理由として説明する発言や記述することのできる「論理的な考え方」と、共通点や他の場合を見出す「統一的・発展的な考え方」の2つであると述べている。

これらの先行研究で示されるように、授業中に児童の発する発言、つぶやきといった言語表現には、児童の思考が表れていると言える。コミュニケーションが活発に行われる授業は、児童がよく考えて判断し、豊かな表現が数多く表出される授業であると言える。

そこで、コミュニケーションの中で培われる表現力と思考力が共に高まる児童の様相とその指導方法について、いくつかの授業実践を通して検討することにした。

2 研究のねらい

1年生の「大きな数」の学習の実践を通して、次のような「目指す児童の姿」の育成に向けての有効な指導方法を明らかにする。

他者とのコミュニケーションを通して倫理的に考え、表現する姿

* 南魚沼市立六日町小学校

3 研究の内容（方法）

「目指す児童の姿」を具現するにあたり、次の3点に着眼した指導を構想する。

(1) 具体から抽象への段階を踏まえた指導

初めは具体物や半具体物を見て、次に絵や図で、さらに記号や数字や式を使って表現させる。具体物から抽象へ、つまり易から難へ段階を経ることにより、説明もより詳しく述べていくことになる。

(2) 意見が対立し、議論する場をつくる

児童の思考を揺さぶり、言いたくなる、動かしたくなる、書きたくなるような課題や発問を工夫する。その中で異なる発言や意見を拾い上げることで話す必要感が生まれる。根拠を明らかにするべく、整理して並べたりより分かりやすく話したり書いたりするなど、論理的に説明する力が育つと考える。

(3) 発表者の意図を推察させる

児童同士のかかわり合いを重視し、その中で生まれる考えをもとにして授業を構成していく。相手の論を理由の根拠に使いながら、自分の考えを述べる姿を目指す。他者の考えを理解した上で自分の考えを作っていくように、発表者の意図を推察するように仕向け、一つの課題、一つの意見に全員がかかわり、考えていけるようにする。

4 単元の概要

上記、目的の検証のため以下の単元計画を検討し、実践・検証を行うこととした。

(1) 単元名 1学年 大きなかず

(2) 単元の目標

○ものの個数を数えたり数を表したりする活動を通して、120までの数の仕組みや順序など、数の意味について理解することができる。

○繰り上がりや繰り下がりのない2位数の加法及び減法の計算の仕方が分かる。

(3) 指導計画（全14時間）

- ・100までの具体物や絵の数を、ブロックや印を使って数える 位取りと数の書き方を知る 〈1・2時間目〉
- ・「10が○個と1が○個で○○」といった文で表された2位数の構成について理解する 〈3時間目〉
- ・100のいろいろな表し方を知る 〈4時間目〉
- ・120での数表から規則性を見付ける 〈5時間目〉
- ・120までの大小、数列、数直線を理解する 〈6・7時間目〉
- ・すごろく遊びをする 〈8時間目〉
- ・20+40や56-6など繰り上がり、繰り下がりのない2位数の加法・減法の仕方を理解する 〈9～12時間目〉
- ・既習事項の確かめ 〈13・14時間目〉

5 授業の実践

(1) 具体から抽象への段階を踏まえた指導

本実践のねらいは、十進位取り記数法としての数の表し方について理解を深めることである。10のかたまりが幾つとばら（1個）が幾つを合わせると何個、という考えが位取りにつながる。しかし、絵に「10」と描かれていたとしても、それを10と考えることは児童に困難さを生ずる。例えば、絵で⑩⑩⑩〇〇と表されていても、「5」と数える児童は少なくない。一対一対応で数えてきた経験を積んできた児童は、絵に「10」と明記されていようが、一つの絵は「1」と考えてしまうからである。そこで、「10と見立てる」活動を、具体から抽象へと段階を踏まえた指導を行う。

Tは教師、C番号は児童の発言、Cは複数児童を示す	プロトコルの考察
<p>① 実際に数を数えられる絵を提示する【図1】</p> <p>C : 80と4だ。84だ。</p> <p>T1 : 並べ方はどうかな？</p> <p>C : 違う並べ方ができるよ。</p> <p>C1 : (十ずつとバラに分けて整理させる)</p> <p>C2 : 一の位と十の位に分けたんだ。</p> <p>C3 : 真中に線を引けばいいと思う。</p> <p>C4 : 上に十と一を書いて、下に数字を書くといいよ。</p>	<p style="text-align: center;">図1 饅頭の絵</p> <p>・教師の「並べ方はどうかな」という投げかけに対し、C1の児童は位取りに着目して図を整理した。</p> <p>・さらにC2、C3は、C1が並べた意図を読み取り、「位」という言葉を用いて説明し、位取り表のように書けばよいと、より数が分かりやすい方法を提案している。</p>

<p>② 実際の数がかかれていない絵を提示する【図2】</p> <p>C : 意味が分からないよ。</p> <p>C4 : 一の位が2で十の位が7ってことだよ。</p> <p>C5 : 10が7こで、1が2個だから…72だ。</p> <p>C : 72だ。分かった。</p>		<p>・「分からない」という発言に対し、C4は図1の説明で理解を得られた「位」の考えを用いて説明している。位取りの考えが、学級に広がったことがうかがえる発言である。</p>
<p>③ 長方形と小さい正方形を複数個提示する【図3】</p> <p>C : 分かった93。</p> <p>C : 13かな。</p> <p>T2 : 93と13って声が聞こえるね。数字が書いてないのに、なんで93なの？</p> <p>C6 : 小さいのが10個で大きいのは10から、大きいのは10。</p> <p>C7 : 10が9個あるから90。</p> <p>T3 : これが10ってどういうこと？</p> <p>C8 : 10が隠れてるんだよ！</p> <p>C7 : 大きいのが10で、それが9こ残り3だから、93になる。</p>		<p>・「十と見立てる」つまり位取りの考えを使って、2桁の数字に表す課題である。</p> <p>・C7は、図2の課題での発言にもあった「10が〇こで〇十」という説明を使っている。</p> <p>・C6は、長方形を10と考えてよい理由を述べたが、全員の理解を促す意図でT3にある投げかけを行った。これに対しC8は「10が隠れている」と自分らしい言葉に置き換えて説明をしている。</p>
<p>④ 色の異なる2種類のおはじきを提示する【図4】</p> <p>C : 11です。</p> <p>C : 74。</p> <p>C9 : また10が隠れてるんだ！</p> <p>C10 : 今度は10は隠れられないから11だと思う。</p> <p>C3 : 赤に10は入らないでしょ。でも、赤が10で7個で70、ピンクが4個だから74。</p> <p>C11 : だったら、47もある。だって、反対にすれば47。74があるんなら、7と4を反対にして47。</p> <p>C : ピンクが10ってことか！</p> <p>C12 : だったら、赤にも10が入っているとしたら、(全部が10なら) 90・100・110で、110になる。</p>		<p>・C10は形の大きさが同じなので、先に出た「1個の中に10が隠れている」という考えは使えないと反論する。</p> <p>・この反論に対し、C3は「(見た目は) 10は入らない」と、C10の考えに同意しながらも、赤を10と見立てて数えることを説明している。やはり先の「10が隠れている」という考えを根拠に、10が7個で70と考えたと思われる。課題を通して見た時にある共通性を見出そうとする姿と言える。</p> <p>・C11の「赤とピンクを逆に考えるならば74も47もありうる」という発言やC12「赤と桃色の両方を10と考えるとすれば110になる」の発言には、課題を発展的に考える様相が伺える。</p>

【考察】

課題①の場面では、84だと分かりやすいように絵図を整列させられそうだという見通しから位取り記数法の考えへと、発言を重ねる中で算数的な思考が進んでいったことが伺える。位取りの考えについては他の児童が補足するという形で、既習の学習を確かめることができた。

課題④の場面では、それまでに出された考えを活用しながら、賛否を述べたり新しい考え方に気付いたりしていく姿が見られた。この場面では、黒澤(2010)⁴⁾の説く、根拠を理由として説明する姿に表れる「論理的な考え方」や、いくつかの事象にある共通性を見出したり他の場合でもその共通性が通用するか考たりする「統一的・発展的な考え」を見出すことができる。児童はこのような数学的な考えを、友達との話し合い、つまりコミュニケーションの中で培い、2種類のおはじきを10とみたり1とみたりする数の相対的な見方をすることができた。算数の学習は既習を基にして積み上げていく構造である。既習の知識や技能、あるいは見方・考え方をを用いて新しいものを学んでいく。「～だからこの考えで解決できるはずだ」と考えることは、筋道立てて論理的に考えている姿だとも言える。課題②③と、段階的に抽象的な問題を踏んでいった中での考えが、課題④の場面で活用され論理的な考えや統一的・発展的な考えに結び付い

たと言える。

(2) 意見が対立し、議論になる場面をつくる

単元の5時間目では、数列の規則性や仕組みに注目し、次の数を考えながら120までの数表を作ることがねらいである。児童は50までの数列は学習済みだが、中には、「59の次が60」とすぐに考えられない児童もいる。個人作業ではなく、全員で数表を作り、異なる意見を出し合うことによって、考えを整理し、数の並び方の仕組みに気付くことができると考えた。

以下は0から99までの数表を作っていた後、100のカードをどこに置くかで異なる意見が対立する場面である。

Tは教師、C番号は児童の発言、Cは複数児童を示す	プロトコルの考察																																												
<p>C1：(100を、90の下に貼る)</p> <table border="1" data-bbox="188 582 861 772"> <tr><td>70</td><td>71</td><td>72</td><td>73</td><td>74</td><td>75</td><td>76</td><td>77</td><td>78</td><td>79</td><td></td></tr> <tr><td>80</td><td>81</td><td>82</td><td>83</td><td>84</td><td>85</td><td>86</td><td>87</td><td>88</td><td>89</td><td></td></tr> <tr><td>90</td><td>91</td><td>92</td><td>93</td><td>94</td><td>95</td><td>96</td><td>97</td><td>98</td><td>99</td><td>C</td></tr> <tr><td>C1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>C</td></tr> </table> <p>図5 100の数表</p> <p>C：違うよ。99の下だ。 C：99の隣だよ。99の次は100だもん。 T1：C1さんが(90の下)ここに置いたら、「そうじゃないよ」という人がいたね？ C2：だって、こっち(99の右側)は、何もないもん。 C3：99の隣じゃないと思います。だってさ、この列(縦の並び)はみんな0が並んでるから。100もここに0があるから、90の下だ。 C4：ほくもC3さんと結構同じだ。あのね、ここ(十の位)は1・2・3・4・5・6・7・8・9で、0をぬかせば、1ずつ(大きく)なつて、10になる。 C5：(縦に見ると一の位は)1111、2222、3333、つてなる。 C6：だって一の位は999…しかないのに、下にいきなり100をつけたらおかしいもん。 C7：99の下はおかしいから、100は(99の隣の)ここだと思う。 C8：でもね、(左の列を指し)0から10ずつ増えているから、だから、100は下だと思う。 C2：90、91、92だから、99、100だけど、こっち(右)には何もない。一の位は(縦に見ると)000となってるから、やっぱり90の下。 C：早く納得したい。</p>	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79		80	81	82	83	84	85	86	87	88	89		90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	C	C1										C	<p>プロトコルの考察</p> <ul style="list-style-type: none"> ・100のカードをどこに貼るかで、異なる意見が3種類出された。 ・C2、C3、C6、C8と、「だって」「～だから」と考えの根拠を明らかにしようとする言葉が何度も繰り返し表れている。論理的な思考の萌芽がみられる。 ・C6は、C5の説明を受け、さらに「一の位」という言葉を使って、より理論的に説明をしようとしている。 ・C6、C7の「～となるとおかしい」という発言から、数表の決まりに着目して理由を述べて物事を考えていることがうかがえる。 ・C4、C8は、数の増え方に着目している。関数的な考えのもととなる考え方である。 ・C2はこれまでの意見を踏まえてまとめつつ、一の位に着目して100の位置を90の下と結論付けている。
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79																																				
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89																																				
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	C																																			
C1										C																																			

【考察】

小松(2009)³⁾は、「児童たちの内に、『どうしても解決したい』、『考えたい』、『そのままにしておけない』ものが『問い』である」と述べ、授業における問いの重要性を説いている。児童から生まれた「100は数表のどこに入るのか」という「問い」をもとにすることで、自分の考えを相手に納得させようという意識が強く働き、活発な議論が交わされた。意見へ反論する場面では、前に出された友達の意見に自分の考えを加えるというような、根拠を明らかにしたより論理的な説明が見られた。また、全体に数表を縦や横に見る考えが共有され、位取りのきまりに着目したり、数字の変化のきまりといった関数的な見方をした説明がなされたりした。相手の意見に賛成・同意しながら新たな考えに発展させていった事例1に対し、事例2では、相手の説明を聞いた上で自分の意見を展開していくようなやりとりが重ねられていった。このような対立意見が交わされる場面をつくりだすことは、児童の算数的な思考力・表現力を育てる上で有効であることが分かった。

(3) 発表者の意図を推察させる

物事を理解する場合、個別の学習だけでは十分な理解が図られずに、わかったつもり状態に陥る可能性がある。本当に正しいかどうかは教師の評価がなければ分からない。児童が対一、あるいは対複数や対全体といったかわりを持ち、相手に考えを理解してもらおうとするならば、より分かりやすい表現技法が必要になる。意見を修正する必要も生まれるだろう。また、聞き手は、発表者の考えに賛同や批判や自分の考えとの差異を指摘することで、理解が深まる。そのためには、相手の考えの意図を読みとる必要がある。集団の中で互いの意見と関わりながら一つの思考の流れを作り、課題解決を図っていく。以下は、様々な物を使って100の数を表す活動の事例である。話の続きを言わせたり、そのようにした意図を考えて言わせたりする。

Tは教師、C番号は児童の発言、Cは複数児童を示す	プロトコルの考察
<p>T 1 : 先生が用意してきた物で、いろいろな100を作ります。どれだったら100が作れるか、ペアで相談してみてください。(小黒板に、色板(長方形, 正方形), 花おはじき, お金, まんじゅうの絵を貼る)</p> <p>C 1・C 2 : (長方形の色板10枚を貼る。)</p> <p>C 3 : これって10なの?</p> <p>T 2 : <u>なんだろう? だれか2人の頭を想像して。</u></p> <p>C 4 : その中に、10の固まりが入っている。</p> <p>C : 10だ。だって、10, 20, 30...90, 100だもん。</p> <p>C 5・C 6 : (大きな正方形を2枚貼る)</p> <p>C 7 : ほくもそうしようと思った。50だ。</p> <p>T 3 : <u>どういう意味か、説明してくれる人いる?</u></p> <p>C 8 : <u>でっかい四角の中には50の固まりがあります。</u></p> <p>C 7 : <u>50+50は100だから。</u></p> <p>C 9・C10 : (10個入りの絵9枚 [紙が小さい], 9この絵 [紙が長い] と大きいおはじき1を貼る)</p> <p>C : 意味不明。なんでおはじきなの?</p> <p>T 4 : <u>このおはじきが分からないみたい。おはじきは何だろう。となりと相談してみよう。</u></p> <p>C11 : (おはじきを指して) <u>これが1。(10個の絵を指して) これは90でしょ。9と合わせて99。1と99を合わせて100。</u></p> <p>C12 : <u>ほくはこう思った。(おはじきを隠して) おはじきがないとすると...</u></p> <p>C : 99だ。</p> <p>C12 : 99でしょ。<u>だから</u>, 99に1たすと, 100。それで, おはじきは1。</p>	<p>・C 3の疑問に対する答えを教師が言うのではなく、あえて他の児童に答えさせることで、一人の疑問について全員で考え、表現させる状況をつくった。</p> <p>・C 4とそれに続く児童が、前時で出された「10を固まりとして見る」考えを想起し、説明している。</p> <p>・C 5とC 6が正方形2つを貼った意図を、C 8は「大きな四角に50の固まりがある」と考え説明した。これは、前時までの考えをもとにした発言である、数を固まりとして見る考えを活用していると考えられる。</p> <p>・C 8の発言を受け、C 7が「50+50は100だから」とさらに式による理由付けをしている。50+50という大きな数のたし算についてはこの時点では未習事項であるが、式化は数を一般化しようとする重要な考えである。</p> <p>・C 9、C10の意図について、C11は、「これが~でしょ」と聞き手を意識し、順を追って説明していることが分かる。また、「9と99を合わせて100」という発言には、やはり式化して数をとらえようとする考えが見える。</p> <p>・C12は「おはじきがないとすると…」と、C11の考えを自分なりに整理し、聞き手の反応を確認しながら説明を試みている。C12は100-1と想定して99の説明を試みている。</p>

【考察】

教師の「2人の頭を想像して」「(〇〇さんがしたことは) どういう意味だろう」という投げかけに対し、発言として記載されていないものを含め、積極的に考えを話したりつぶやいたりする児童の姿が見られた。発表者の考えにかかわらせるため、教師が発表者の意図を推察するよう促すことで、児童は発表者の考えを受け止め、それぞれ自分なりに解釈して発言することができた。その中には、本時までに学習した10を固まりとして見る考え方や数の式化などを考えの根拠として活用する姿を認めることができた。相手の考えを自分が納得することができるように、事象を筋道立て論理

的に考えることができたと言える。また、おはじきの意味について推察したことを説明する場面では、「分からない」という他の児童への意識が働き、「おはじきを1と考え、99に加えるやり方」と「おはじきがないと仮定すると図は99。100にするためにはおはじきを1と考える」とアプローチを変えて説明を行っていた。児童同士のやりとりの中に、発表者の考えに対するそれぞれの解釈の道筋が表現されている。夏坂(2010)⁶⁾は、「なぜ」には、「なぜそうなるのか?」という理由・根拠・考え方を問う「なぜ」と、「なぜそう考えたのかな?」という着眼点・きっかけ・動機・着想の源を問う「なぜ」の2種類があると述べている。発表者の意図を推察させることは、後者の「なぜ」を問うこととも言える。他者の考えにかかわらせ、着眼点やきっかけや動機や着想を問うことは、児童に表現したいと思う気持ちをもたせ、論理的に表現する力を育てることに有効な手立てである。

6 研究のまとめと今後の課題

以上のことから、目指す児童の姿の育成について、次のようにまとめる。

- (1) 具体から抽象へ課題を段階的に踏みながら展開することにより、数学的な考えを引き出すことができた。
- (2) 児童の問いを引き出し、対立場面のような「伝えたい」「明らかにしたい」という気持ちを高める活動をつくることで、話し合いが活発になされ、数学的に考える姿、根拠を明らかにして論理的に考える姿が見られた。
- (3) 相手の考えに積極的にかかわらせるような教師の働きかけにより、前の話し合いで出された考えを活用して、根拠をもちながら論理的に説明する児童の様相が見られた。

本研究では、コミュニケーション活動によって、児童は積極的に話して表現し、数学的な考えを深めることができるということが分かった。しかし、学級の全児童がコミュニケーション活動にかかわることができたか検証に至っていない。一人一人の発言を大切に扱い、それを全体に返し、考え方を共有させ、全員の確実な理解を促すための指導と評価が課題である。

児童が互いの発言に耳を傾け、認め合い、困っていたら助けようとするような、支持的な人間関係を形成するために、子ども同士のコミュニケーションを活発化させることは不可欠である。本研究の成果をもとに、学校生活の中心である授業、特に算数教育を通して子どもたちが認め合い支え合いながら学びを充実させる指導をさらに実践していきたいと思っている。

引用・参考文献

- 1) 文部科学省 「小学校学習指導要領解説算数編」 2008年 p.6
- 2) 文部科学省 「小学校学習指導要領解説算数編」 2008年 p.8
- 3) 江森英世 「新しい時代の算数教育の道標としての『無分別の智』」 「算数授業研究」 2010年68号 東洋館出版社 p.8~p.9
- 4) 小松信哉 「算数の本質を貫く話し合い活動を創るポイント」 2009年 東洋館出版社 p.12
- 5) 黒澤俊二 「時代を拓く児童が育つ授業」 2010年 東洋館出版社 p.37~p.38
- 6) 夏坂哲志 「算数の力で育つ言葉の力」 2010年 東洋館出版社 p.7