中学１年生の図形の経験的認識と，理論的認識へ高める作図の教授学的機能

岡 崎　正 和

１．はじめに

中学校の論証は主として図形のもとで探究され、それを理解することは義務教育における一つの目標となっている。それによって、生徒の認識が数学的に方向付けられるだけでなく、Fawcett が主張するように、教育的にも大きな価値があると考えられている。

《（証明指導の）目的は、数学教師のみならず、子どもの一般教育に関心のある思慮深い人にも、価値があり、望ましいものと認められている。定義を明確にする必要性を認識し、証拠に重きを置き、結論が依拠する仮定を探し、そして証明が実際に意味していることを理解することへと子どもを導くような経験の教育的価値には、いかなる意見の相違もない。》(Fawcett, 1966, p.6)

しかし、証明の意味や意義を理解して義務教育をおえる生徒が非常に少ないという実態は幾多の論文で述べられており、またカリキュラムの改訂によって証明以前に学習される内容が削減されるため、その状況はますます広がることが予想される。

こうした現実に対して、証明を具体から始めることによってその理解を促そうとする研究がある（國本,1995; 村上,1996; 宮崎,1995)。これらの研究によって、形式的証明「への」接続がいかにしてなされるかが明らかにされ、証明における教材構成の視点が提供されてきている。一方で、証明を具体化したとしても、そもそも証明が意図されているので、これらの研究では証明を理解できるだけの認知的要件を、生徒がすでに備えていることを前提としている。しかし、算数の中で子どもが培ってきた概念「からの」押し上げと証明「への」引き上げがあってはじめて、学習指導は成立するはずである。そのとき、この実現の方途が教授学的に整備されねばならないであろうし、証明が始められるだけの認知的状態とは何かといったことがあわせて明らかにされる必要があろう。

その実現において、図形領域には固有の難しさがある。例えば数と計算（数と式）の領域では、小数のかけ算の学習が整数のかけ算の参照から出発し、また文字式が事象の関係や数の法則を一般的に述べる手段として導入されるように、新しい概念はそれ以前の数体系、記号体系との類似性を保って、拡張・一般化という原理のもとで展開される。それゆえ、新しく学習する単元において生徒が戸惑いを見せれば、「一つ前の段階の具体的イメージを与える」という指導が可能である。

一方、図形領域における各単元は自己完結的で、それ以前の単元に遡って指導しにくい面がある。例えば、生徒が証明の理解に困難を示したとき、敢えてそれ以前の学習をふり返るとすれば、算数でのひし形や平行四辺形などの図形の学習、合同の学習、中学校の作図や移動の学習、同じ単元の合同条件の学習のいずれか、あるいはその複合であろうが、いずれにしてもそれらと証明との直接的なつ

ながりは不明瞭である。すなわち図形領域では、ある学習内容の中で子どもにどのような認知的成長が遂げられ、それが次の学習へどのように結びつくのか、あるいは結びつかないのかがはっきりしないように思われる。

算数から数学への移行を考える上で、中学１年生の図形認識が鍵となり、まずその現状を明らかにしておく必要がある。そこで本稿では、中学１年生の図形の認識の状態をできる限り明らかにし、論証とのギャップを顕在化することを主な目的とする。最後にそのギャップを乗り越え、認識を論証に高めるための一つの道筋を提案したい。

２．中学１年生の図形認識の現状

2.1 質問紙による調査

2.1.1 命題理解に関する調査

例えば、「四角形の向かい合う辺の長さがそれぞれ等しいならば、その四角形は平行四辺形である」という命題を証明する際には、その命題が何を言おうとしたものかをある程度知っておく必要がある。もちろん命題の意味は証明を通して、その真偽とともに確定するが、ＡとＢが「ならば」で結ばれるという「関係の意識性」がなければ、その真理を演繹的に主張することに意味をなさない。性質間の関係性を素朴に理解しておくことは、証明をするための前提となる。

１つ目の調査は、図形の命題に関するものであり、図形を決定する一つの性質から別の性質へのネットワークを、○×式で質問し、その理由を質問している。複数の図形（ひし形と平行四辺形）について質問し、定義から性質を導く場合と、逆に性質から定義を導く場合の両方を含めた。表１がその結果（正答率）である（問題は末尾資料を参照)。

・調査対象：新潟県公立Ｊ中学校１～３年

１年生 35 人，２年生 66 人，３年生 34 人

・調査時期：1999 年 11 月初旬

１，２年生は論証は未習の状態

調査人数の少なさなどから、この結果が中学生の実態を忠実に反映しているとは言い難いが、一つの傾向としてみてみる。

表１：命題の理解の調査結果

	問１（菱）定→性	問２（平）定→性	問３（平）性→定
１年	42.7 %	30.0 %	41.0 %
２年	50.0 %	40.7 %	45.3 %
３年	60.0 %	60.7 %	60.7 %

中学１年生の正答率はおよそ 40 %程度であるが、理由の欄を見ると、その理解度はさらに低い。例えば以下の問(1)を見てみる。

(1) 四角形の４つの辺の長さが等しいならば、その四角形はいつでも、

あ．（　　）対角線が角を二等分する。

い．（　　）４つの角が等しい。

う．（　　）対角線が垂直に交わる。

この問は、４辺が等しいという情報からひし形（又はひし形と正方形）を想起し、述べている事柄がひし形の性質かどうかを判定する課題である。しかし、ひし形を正しく想起していたと思われる生徒は 20 %程度で、その他の生徒は正方形だけを想起していたり、平行四辺形といった別の図形まで想起していた。さらに「い．は正方形に当てはまってもひし形に当てはまらないから」のように文章を正しく書いている生徒はわずかに３人であり、「４辺が等しいから」のように、理由にならない文が目立った。

この傾向は３年生でも同様で、正答率は多少伸びているものの、やはり正しく理由が書けない、文章から違った図形を想起する、文章の意味がよく分からない△記号を付ける、当て推量にすべてを○か×にする生徒などが多かった。３年生でも性質間のネットワークはあまりできていない。

2.1.2 四角形の相互関係に関する調査

図形の相互関係は、van Hiele が論証がで

きる思考水準の「前の」水準の例として挙げている教材である(Fuy, D *et al*., 1985)。この教材は論証の中ではじめて理解できるという議論もあり(村上,1996)、一概に論証以前に位置付く教材とは言えない。しかし、論証を学習しなくても、その理解が可能であることや(岡崎,1995)、論証におけるその証明が比較的単純であることから、中学生の図形認識を調べる上で一つの指標になると考える。以下に調査結果を示す。(調査問題の一部は末尾資料を参照)

・調査対象：広島県公立Ｋ中学校１～３年

１年生 295 人，２年生 260 人，３年生 234 人

・調査時期：1997 年７月

１，２年生は論証は未習の状態

質問は３種類の形態で行った。図の弁別による形態、図形の性質として問う形態、そして直接的に相互関係を問う形態である。結果は、どの質問形態についても同様の傾向を示したが、相互関係の種類（例えば正方形とひし形の相互関係と、正方形と長方形の相互関係）の間に有意な差が見られた。以下の表２は、相互関係の種類に関する学年別の正答率の結果である。

表２：図形の相互関係の理解の調査結果

	ひは平	長は平	正は長	正はひ
１年	59.3 %	30.4 %	15.7 %	48.0 %
２年	61.9 %	34.6 %	19.4 %	53.9 %
３年	69.5 %	47.0 %	33.6 %	55.8 %

この結果は、正答率が低いこと、および正答率の伸びが少ないことを示している(中原,1995;小関,1992:長浜,1996 の結果も参照)。つまり論証以前に図形の相互関係はあまり認識されていないし、証明を施したからといってそれを認めるようになってもいない。その理由には生徒に図形の定義が機能していないこと、あるいは生徒の判断基準が証明論理とは別物であることなどが考えられよう。

２つの調査から、証明を学習する以前にある程度要請される、図形の性質間のつながりが子どもの内に形成されていない状況がある。さらに、中１から中３への正答率の上昇が低いことから、論証指導が図形の性質間の関係性の理解を引き上げるようにも思われない。その関係性それ自体は、論証指導の前にほとんど教科書の中で扱われていないのが現状であるが、学習の対象として位置づけられる必要があると考える。調査において示唆されたことを、次のようにまとめておく。

Ａ１：命題の理解、図形の相互関係の理解の状況は、論証以前の生徒だけでなく、論証を学習後もあまりよくない。

Ａ１’：性質がバラバラに捉えられていて、性質間の関係性の意識に欠ける。

Ａ２：論証指導が、必ずしもその関係性の理解を高めるわけではない。

2.2 作図の授業における生徒の初期状態

岡崎と岩崎(1998)では、図形教育において算数から数学への移行を実現する上で、作図の学習がその転換点になることについて考察を行った。そして移行を実現するという意図のもとで中学１年の作図の授業を再構成し、実践を行った。第１期授業開発研究では、垂直二等分線、垂線、角の二等分線の３種類の作図を統合する原理として、たこ形、ひし形を導入し、(i)かたちをイメージした作図を行う、(ii)作図の妥当性をかたちやその性質をもとに正当化する、(iii)作図をふり返って図形の性質を再構成する、ということを基本とした授業を展開し、移行における認知的な諸段階を明らかにすることを目的とした。第２期授業開発研究は、段階を移行する要因を抽出し、移行の実現の過程をより明確にすることを目指したものである。

＜第１期授業開発研究＞

対象：新潟県公立Ｏ中学校１年生１クラス

日時：1998 年 12 月全９時間。以下のデータは、そのうちの第２時および第３時

＜第２期授業開発研究＞

対象：新潟県公立Ｏ中学校１年生１クラス

日時：1999 年の５月から７月。週１回の割合で実施。以下のデータはそのうちの第１時と第２時。

2.2.1 第１期授業開発研究での初期状態

第１期授業研究において、教師は、たこ形図形を提示する前に、小学校で学んだいろいろな図形について生徒に尋ねた。その際に、長方形が話題となり、教師は「長方形ってどんな形ですか」という質問をした。それに対して生徒は「細長い」「長さが違う」「しかく」「横と横の辺が平行」「長さが等しい」「縦と横が直角」と述べた。小学校低中学年のような感覚的にかたちを表す言葉（「細長い」「しかく」）と、図形の性質（「平行」「長さが等しい」）が混在していることが分かる。この段階では、生徒の図形認識には、漠然とした「かたち」がまだ前面にあり、その特徴づけとして図形の性質が存在する程度であった。このことは生徒達がたこ形を特徴づけた場面でも例証される。

学習プリントには、たこ形が３つ、ひし形が１つ描かれており、まず生徒達は、たこ形とひし形を意識的に区別し、次にたこ形の性質を見いだしていった。

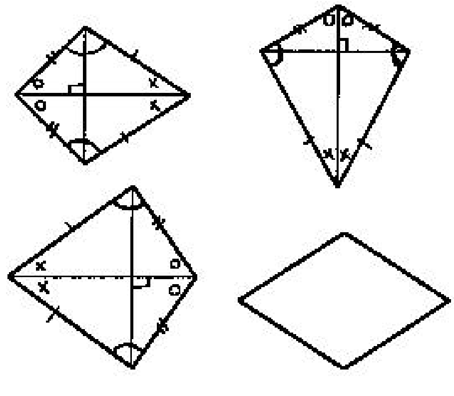


図１：たこ形の性質の同定

金井：４つの辺の中で、ある２つの辺の長さが同じで、もう２つの辺の長さが同じ。

永尾：一つ一つの辺の長さは等しくないけど、同じところもある。

田辺：対角線の長い方を軸にして折ると、線対称になる。重なった線が同じ。

村田：対角線を引くと、二等辺三角形が２つできる。

泉井：最初の方をそのまま描くと、同じ線を描くとひし形になるけど、そう描かないで、ひし形にならないように描いている。

上山：対角線が角を等しく分けている。

五代：直角三角形が４つできる。

平木：縦の対角線で見たとき、左右の角度が等しい。

生徒の発言で注目されるのは、金井と永尾が２辺が等しいことを既に述べたにも拘わらず、村田が二等辺三角形というかたちで同じことを特徴づけたことである。同様のこととして、次の時間の最初にたこ形の性質を復習したとき、まず生徒からでてきた発言が「二等辺三角形が２つある」と「直角三角形が４つある」の２つだったことが挙げられる。生徒は「２辺が等しい」「対角線が垂直に交わる」よりも、「二等辺三角形がある」「直角三角形が４つある」と言いたいのである。つまり、辺や角の構成要素でなく、図形に含まれる他の図形で特徴づける方が、図形を理解しやすいことが分かる。もちろん構成要素に注目しているが、かたちがまだ前面にあり、性質だけが対象化されているとは言い難い。

もう一つ注目したいのは、田辺の「長い対角線で分けると」という言葉である。たこ形における線対称の軸は短くなることもあるが、このことに対して疑問を抱く生徒はいなかった。つまり、生徒は性質を図から経験的に抽象したことがわかる。生徒達の図形認識は、この最初の時点では「理論的」というよりは、特殊な図の観察から得た「経験的」なモノの状態として特徴づけられる。

＜生徒の図形概念の初期状態＞

Ｂ１：「かたち」が前面にあり、性質だけが対象化されてはいない。

Ｂ２：図形概念は、経験的に抽象したモノの状態にある。

ただ、こうした漠然とした図形のイメージでさえ、作図には大きな機能を果たすことについて述べておきたい。たこ形の性質を列挙した後、たこ形の作図を行った。

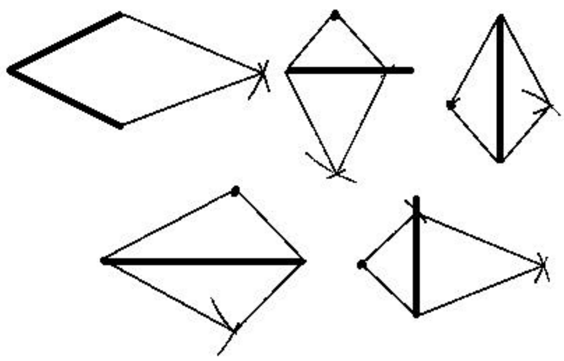


図２：生徒によるたこ形の作図

この問題場面は、垂線、角の二等分線の作図題と同じシツエーションである。そして、ほぼすべての生徒がたこ形を作図することができた。つまり、たこ形の漠然としたイメージを与えれば、生徒は輪郭としての図形を作図する能力をもっている。このたこ形の対角線を引けば、それが垂線、角の二等分線になっている。このイメージは、漠然としたものであったとしても、作図の強力な認知的道具となっていると言えるだろう。

＜生徒の作図の初期状態＞

Ｂ３：ほぼすべての生徒がたこ形の輪郭を描くことができる。漠然としたイメージを道具にして、作図を行う能力を持っている。

2.2.2 第２期授業開発研究での初期状態

第２期授業研究は、第１期授業研究の反省に立って、再度行ったものである。第１期との違いの一つは、授業の最初の方ではコンパスと定規以外にも、定規のかどなど、生徒が持っているすべての道具の使用を許したことである。コンパスと定規に限る理由は、ユークリッドに準じているのであって、生徒が理解し得ないことである。また道具を制限しない方が、生徒達の実態がよく分かると思われたからである。そして授業の進行とともに、コンパスと定規だけでも描けるだろうかのように、生徒の挑戦意欲を引き出すように道具の制限を行った。

生徒の初期状態の一つは、現実に真理を求めることであった。教師は３辺が２㎝、３㎝、６㎝の三角形を描く課題を出した。これに対して生徒達は疑問をもつことなく取り組み、コンパスが届かないことを確認して始めて、「これ描けない」「無理だ」という反応が起こり始めた。「３㎝、４㎝、６㎝にしてよ」という一人の生徒の発言から、引き続いてこの２つの数値の比較が行われた。そして、「一番長い６より、他の２つの辺を足して、６より大きいなら、三角形は作れると思います」のような発言から、「一番長い辺より、残りの２辺をたしたものが長ければよい」という考えに集約されていった。

次の時間に、生徒の理解を詳しく調べるために、再度、作図不可能な２㎝、４㎝、６㎝で三角形を描く課題を出した。ここでの生徒達の特徴は２点あった。一つは、再び多くの生徒達が疑問なしに課題に取り組んだことである。もう一つは、生徒達の意見が「できる」と「できない」の両方に分かれたことである。理論上できないと言う生徒の方が多かったが、「無理矢理やればできる」「できた」という意見があがり、できるという生徒達はなかなか引き下がらなかった。出来るという生徒の書いた図形は、図３のような、薄っぺらい三角形であった。

「描けた」「交わった」という現実認識が非常に強かった。この現象は、このクラスに特有のものではなく、別のクラスでは描ける

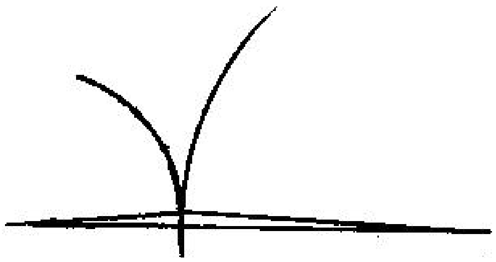


図３：三角形の決定に関する生徒の作図

という生徒の方が多く、クラス全体が描けるという方向に流れていった。また筆者が以前に行った授業の中でも、そうした現象が見られた。

このクラスではさらに、ある生徒が描けるということを正当化するために、前時のまとめを利用して次のような発言を行った。

Ｓ：２㎝と６㎝を足せば４㎝より長くなるので、かけると思います。

論理が先にあるのでなく、自分の述べたい現実があって、それを何とか説明しようとして、理由付けが生まれてきている。しかしこの考えは、「一番長い辺より、後の２つの辺が長くならないと、かけないと思います」のような発言により、すぐに却下される。前の時間のまとめがこの場面で再度確認されたのであるが、生徒が再び疑問なく取り組んだという事実などを考えると、まとめの理論的な機能があまり働いておらず、現実の方が勝ってしまうことが示唆される結果となった。

Ｃ１．描けたという現実が、理論的な認識に勝る場合がある。
Ｃ２．見た目の現実を正当化するための理論化を考えることがある。

生徒の初期状態を特徴づける他の一つは、直観的、測定的な図形の描き方である。教師は、台形、ひし形、平行四辺形、正方形、長方形を「正確に」描こうという課題を出した。特に、「生徒が正確と考えること」を調べるために、教師は「正確に」という言葉を何度か述べた。これに対して多くの生徒は、定規のかどなどを利用しながら、ていねいに図を描いていった。しかし、ほとんどの生徒は定規一本を用いて描き、中には図４のように、直観的に図形を描く生徒が何人もいた。

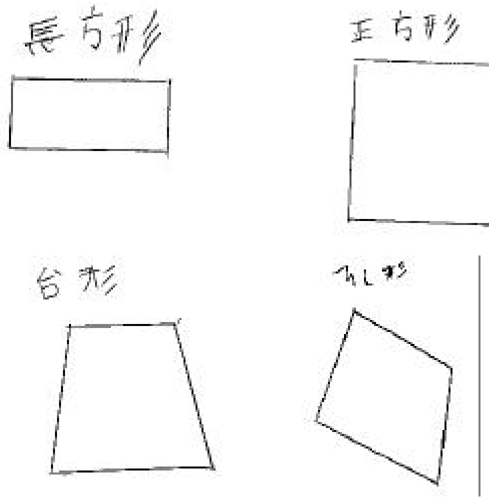


図４：生徒による四角形の作図

しかし、沙代が黒板で、定規１枚を使って台形の描き方の発表を行ったときに、別の生徒から「見た目は台形だと思うんだけど、平行かどうか分からない」という意見がでたことや、駿二が、まず対角線を描いてひし形を描いたときに、１本目の対角線に定規を見た目で垂直に当てて、２本目の対角線を引いたことをきっかけとして、「結果の正確さ」から、直角には定規のかど、平行には三角定規２枚を使うという「方法の妥当性」へと意識が向き始めた。

Ｃ３．図形を描く「正確さ」の基準は、方法の正確さというよりは、結果の正確さであった。

３．考察

3.1　中学１年生の図形認識と論証の思考とのギャップ

中学校数学の特徴の一つは論証の出現にある。論証は、演繹的推理によって理論的正しさを自らに納得させ、他人を説得することに一つの目的がある。その納得、説得の仕方に

関して、Fawcett(1966)は次のことが理解されたとき演繹的に了解されたとしている。

ⅠA．結論を証明する際の、無定義概念の位置づけと意義

ⅠB．明確に定義された用語の必要性と、結論に対するその効果

ⅠC．仮定や証明されない命題の必要性

ⅠD．仮定から含意されないような、どんな demonstration も何かを証明したことにはならないこと

ここには Modus Ponens のような演繹的な推論形式よりも、「前提」の理解に強調がある。仮定－結論の世界、つまり結論が「確かな前提」から導かれているときに命題が真となることの理解が重視されている。

また、van Hiele の思考水準理論では、第４水準は、「思考は演繹の意味、定理の逆、公理、必要十分条件と関係する」(Fuy, D. *et al.*,1985)。定理の逆や必要十分条件を考えたり、別の前提（定義）を探索するには、少なくとも性質の集合を一つのシステムとして捉えようとする考えがなければならない。こうした思考はかなり高度かもしれないが、現行の中学２年生の教科書でも要求されている。

こうした論証の思考と、上述の中学１年生の図形認識の現状との間のギャップは、かなり大きいように思われる。中学１年生の現状と論証の思考を再度簡単にまとめ、それを図５のように対比してみる。

もしも論証までの図形の学習（作図、移動）を単に手続きの習得で済ますなら、生徒の図形認識の成長は大して期待できない。その結果、論証の学習は Fawcett が言うような批判的・反省的な思考を育成する場でなく、それさえも手続きの学習に成り下がってしまう可能性があり、現在の論証指導はこの様相を少なからず呈している。この意味で、論証に接続する学習の開発が必要であり、以下にそれを実現する一つの道筋を提案する。

A．性質間の関係性（局所的ネットワーク）の理解に欠ける。証明の学習が必ずしもそれを高めるわけではない。

B．生徒の図形認識には、かたちが前面にあり、性質が顕在化されていない。余分な性質を経験的に抽象してる場合もある。かたちを作図のための認知的道具として機能させることができる。

C．描けたという経験的認識が、理論的認識に勝る場合がある。方法の正確さよりも、結果の正確さに目が向く傾向がある。

↓↑

Ⅰ．結論が「前提」から導かれているときに、命題が真となる。

Ⅱ．演繹の意味、定理の逆、公理、必要十分条件に思考が向かう。性質の集合を一つのシステムと捉える。

図５：中学１年生の図形認識と、論証の思考とのギャップ

3.2 理論的認識へ高めるための一つの道筋

3.2.1 図形教材展開の一つの考え方

論証指導以前に、生徒の図形認識を高めることを目的としたとき、生徒が以前に培っていた知識を問題解決活動に活用し、その活動を反省し、より高次の知識へと高める作業が有効であると考える。これはピアジェ(1986)のいう「反省的抽象」を教育的に応用した原理である。この原理で生徒の図形認識を高めようとする際、図形教材の展開に対する考え方に、一貫した筋を通すことが前提となる。それを「図形の探究」と考える(布川,1992 を参照)。

平面図形の分野は、小学校では一貫して図形（かたち）の探究として展開されるが、中学校１年で作図と移動は手続きの学習に、２

年生の論証は論理の学習になる傾向にある。そうした展開は、その教材の本性の一つであるが、前後の教材の間につながりが見えにくいこともまた事実であろう。しかし作図であれ、証明であれ、基本的には探究すべき図形の性質があって、それを処理する道具として歴史上生起したはずである。図形の探究の文脈は図形教材の展開に一貫した流れをつくるとともに、生徒が今何に取り組んでいるかを認識できることに繋がっていくと考える。

3.2.2 作図の教授学的機能

生徒の経験的認識を理論的な認識へ高める一つの道筋は、図形の探究という文脈の元で作図教材を再解釈することで実現できると考えている。それを具体的に述べよう。

中学１年生で学習される垂線、垂直二等分線、角の二等分線の作図に対して、たこ形、ひし形が統一原理となる(杉山,1986)。つまり、たこ形をイメージしてその輪郭を描き、最後にその対角線を引けばそれが３つの作図になっている。その方法では漠然としたイメージを用いて図形の輪郭を描くことができるという生徒の能力（Ｂ３）が積極的に生かされる。

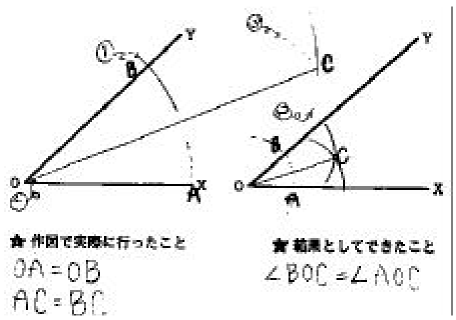


図６：作図活動のふり返り

たこ形やひし形をイメージしながら行った作図に関して、その手続きをふり返る中で、バラバラだった図形の性質は、作図の一連の手続きと同一視され、手続きの出発点と終着点として関連づけられるようになる(図６)。

また、見た目で抽象されていた性質は作図活動を反省することによって概念化され、言語のレベルに押し上げられ、さらには測度を持たない作図は図の認識を特殊から一般へと引き上げる。

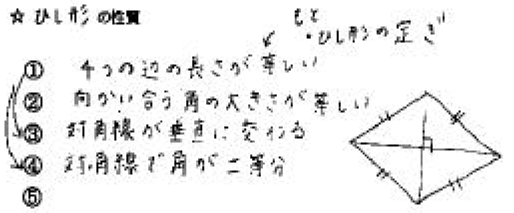


図７：図形の性質のふり返り

最終的には、すべての作図の出発点として他の性質を導く性質がクローズアップされ、それが定義として構成される。この展開によって、(原因－)結果の世界から、仮定－結論の世界へと生徒は導かれることとなる。

この展開の大きな特徴は次の点にある。

1. かたちのイメージが作図活動を促進する。
2. かたちによって作図を捉えることで、作図の手続きを正当化するための論拠が得られる。
3. 逆に作図は、生徒の中でバラバラであった図形の諸性質をつなぎ合わせる糊の役目をする。

かたちをイメージせずとも、作図を行うことは可能かもしれないが、作図の手続きを正当化する(Mariotti & Bartolini Bussi, 1998）にはかたちを顕在化しなければならない(岡崎,岩崎,1999)。例えば、角の二等分線を合同な三角形ではさまれた図形と捉えるか、あるいはひし形の対角線として捉えていたならば、図形の性質を使った議論を展開することができる。少なくとも、ひし形を描いたから角は必ず二等分されていると正当化することができる。また、作図の手続きを逆利用して、図形の性質を序列的につなぎ合わせ、定義の構成や仮定－結論の考え方に繋げることができる。実際、第２期授業研究では、生徒達の中から自然に論証に近い議論が生起した(岡崎,岩崎,板垣, 1999)。

作図学習の教授学的機能は、図形の探究という文脈と、図形の認識を反省的に高めるという手段のもとで、次のようにまとめること

ができる。
①算数で学習したかたちを、問題解決の道具として積極的に利用することができる。
②図形の諸性質を、序列的に関係付けることができる。
③図の一般性を素朴に捉えることができる。
④図形の定義の意味と意義を素朴に認識することができる。
⑤仮定の本性を素朴に認識できる。

４．おわりに

直観的・経験的にしか物事を捉えていないときに突然論理的・理論的な説明を求められれば、子どもならずとも大人でも困惑を覚える。しかし、直観的に捉えた物事を論理的に見直す作業は、人間形成において数学教育が本領を発揮する重要な部分である。これらが分離して指導されることがその達成を最も危うくするように思われる。つまり、生徒の経験的認識が理論的認識へ転化されるプロセスを考えるべきである。そのとき作図はまさに格好の教材となる。さらに、これが冒頭に述べた証明指導の路線上に置かれるなら、その効果・価値は高いものとなろう。

本稿は、主に中学１年生の図形認識の実態を示し、それを論証に高める道筋を示唆したにすぎない。その道筋をより具体的に分析・考察し、図形教育において算数から数学への移行を実現する過程を明確にしていくことが今後の課題である。

謝辞

この論文は広島大学の岩崎秀樹先生と新潟県大潟町立大潟町中学校の板垣政樹先生との共同研究の一部をなしている。両先生に心より感謝します。また、授業や調査に協力していただいた先生方、生徒のみなさんに心から感謝します。

資料

＜命題の理解に関する調査問題＞

次の(1)～(3)の文の意味が正しい場合には○を、正しくない（ときがある）場合には×を書いて下さい。なぜそう思ったか、理由も書いて下さい。文章の意味がよく分からないときは△を書いて下さい。

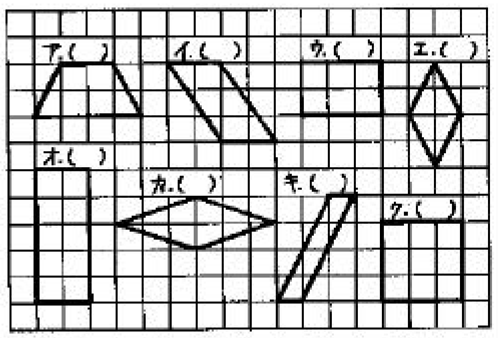
(1) 四角形の４つの辺の長さが等しいならば、その四角形はいつでも、
　あ．（　　）対角線が角を二等分する。
　い．（　　）４つの角が等しい。
　う．（　　）対角線が垂直に交わる。

(2) 四角形の２組の向かい合う辺が平行ならば、その四角形はいつでも、
　あ．（　　）対角線が角を二等分する。
　い．（　　）４つの角が等しい。
　う．（　　）対角線が垂直に交わる。

(3) 四角形の２組の向かい合う角の大きさが等しいならば、その四角形はいつでも、
　あ．（　　）向かい合う辺が平行である。
　い．（　　）対角線の長さが等しい。
　う．（　　）対角線が垂直に交わる。

＜四角形の相互関係に関する調査問題＞

問１．次の四角形の中で、平行四辺形のなかまには○を、なかまでないものには×を、（　）の中に記入してください。よく分からない場合には△を記入してください。



問４．次のア～カのそれぞれの文をよく読んで、正しいものには○を、正しくないものには×を、（　）の中に記入してください。よく分からない場合には△を記入して下さい。

平行四辺形について
　ア．（　）平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい。
　イ．（　）となりあう辺の長さが等しいような平行四辺形はない。

ウ．（　）平行四辺形の向かいあう角の大きさは等しい。
エ．（　）となりあう角の大きさが等しいような平行四辺形はない。
オ．（　）４つの辺の長さが等しいような平行四辺形がある。
カ．（　）４つの角の大きさが等しいような平行四辺形がある。

問５．次の文をよく読んで、正しいものには○を、正しくないものには×を、（　）の中に記入してください。よく分からない場合には△を記入してください。

１．平行四辺形とひし形について
ア．（　）「平行四辺形はひし形である」と言ってもよい。
イ．（　）「ひし形は平行四辺形である」と言ってもよい。

引用参考文献

Fawcett, H. (1966). *The Nature of Proof*. 13th NCTM Yearbook. AMS Reprint Company.

Fuy, D. *et al.*(eds.). (1985). *An Investigation of the van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents*. Brooklyn College.

Jansson, L. (1986). Logical Reasoning Hierarchies in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 17,* (1), 3-20.

小関熙純. (1992). 図形の論証指導. 明治図書.

國本景亀.(1995). 空間直観力と論理的思考力を育成するための教材開発と指導法の改善. 文部省科学研究費補助金一般研究(C) 課題番号 06680256.

Mariotti, M. & Bartolini Bussi, M. (1998). From Drawing to Construction: Teacher's Mediation within the Cabri Environment. *Proceedings of 22nd PME,* Vol.3, 247-254.

宮崎樹夫.(1995). 命題の普遍妥当性の理由を具体物に対する諸行為で示すことに関する研究. 日本科学教育学会誌, 科学教育研究, 第 19 巻(1), 1-11.

村上一三.(1994). 図形指導における図の認識の発達過程について. 日本数学教育学会, 第 27 回数学教育論文発表会論文集, 125-130.

村上一三.(1996). 図形の相互関係の早期導入についての一考察. 日本数学教育学会, 第 29 回数学教育論文発表会論文集, 163-168.

文部省. (1998). 学習指導要領（平成 10 年 12 年). 大蔵省印刷局.

長浜美樹.(1996). van Hiele の学習水準理論に基づく幾何的思考水準に関する調査研究. 広島大学修士論文. (未公刊).

中原忠男.(1995). 算数・数学教育における構成的アプローチの研究. 聖文社.

布川和彦.(1992). 図形の認識から見た van Hiele の水準論. 筑波大学教育学系, 教育学系論集, *16*(2), 139-152.

岡崎正和.(1995). 均衡化理論に基づく数学的理解の成長に関する研究－「図形の相互関係」の理解に関するインタビュー調査の分析－. 全国数学教育学会誌, 数学教育学研究, 第１巻, 45-54.

岡崎正和, 岩崎秀樹. (1998). 算数から数学への移行とその指導に関する研究(２)－図形学習の転換点－. 日本数学教育学会, 第 31 回数学教育論文発表会論文集, 165-170.

岡崎正和,岩崎秀樹.(1999).図形概念の固有性と、推論プロセスにおけるその影響. 第 11 回全国数学教育学会発表資料.

岡崎正和, 岩崎秀樹, 板垣政樹.(1999). 図形教育における算数から数学への移行を促す授業開発に関する研究. 日本数学教育学会, 第 32 回数学教育論文発表会論文集, 233-238.

ピアジェ,J. (1986). 認識の心理発生とその認識論的意味. ロワイヨーモン人間科学研究センター編, 藤野邦夫訳, ことばの理論学習の理論. 思索社.

杉山吉茂.(1986). 公理的方法に基づく算数・数学の学習指導. 東洋館出版社.