

[算数・数学]

ストーリー性のある学習の展開によって、
数学的な考え方を育てる指導

- 3年「円」の学習を通して -

竹垣 雅彦*

1 はじめに

PISA調査では、「数学で学ぶ内容に興味のある生徒の割合が国際平均値より低く、数学の学習に対する不安を感じる生徒の割合が国際平均値より高かった。」また、TIMSS調査では、「算数・数学の勉強を楽しみと思う子どもの割合が国際平均値より低かった。」と報告されている。(文部科学省, 2003)

学習指導要領解説算数編(文部科学省, 2008)では、「算数的活動を通して、……日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気づき、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる」とある。「算数的活動を重視し、数学的な考え方を育成するとともに、身に付けたことを活用することで算数の楽しさを味わわせること」が求められている。

文部科学省では、学習指導の改善点の1つとして、「算数的活動・数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めるようにする。」(文部科学省, 2007)を挙げている。冒頭の調査結果の現状を改善して、子どもの学ぶ意欲を高めていくには、学びが連続し、子ども自ら問題を解決していく単元構成の工夫が必要である。そこで、ストーリー性のある学習を展開していくことを考えた。

中央教育審議会では、「子どもの様々な考えを授業の中で発表し合い、それらを式で表したり、考え方を比較したりする学習活動を積極的に取り入れる指導の工夫が大切である。」と述べられている。つまり、子ども相互でのコミュニケーションが不可欠である。田中(2001)は、語り始めの言葉に着目し、その言葉から子どもの思考過程が見えてくる算数科の授業を創っている。それは、次のような言葉に整理される。

- ①例えば(自分なりの分かり方に置き換えて話そうとする言葉)
- ②まず(自分の考えたことをいくつか分割して整理していこうとする言葉)
- ③だって、でも(友達にかかわろうとする言葉)
- ④だったら(活動の流れを感じ取り、その先を考えていこうとする言葉)
- ⑤もしも(ものごとを整理したり、条件を変えて発展を考えたり、一般化を図ろうとする言葉)

こうした子どもの語り始めの言葉を教師が受け取り、子どもに返していく。すると、子ども自身が友達のこうした言葉を聞き分け、相互の考えをつなげ合っていく。このように授業における子どもの言葉に対して、どのような意味や価値があるのかという視点で、教師が子どもとかかわっていくことで、数学的な思考力や表現力が身に付いていく。

また、中島(1976)によると、『「数学的な考え方」の育成とは、「算数・数学にふさわしい創造的な活動が自主的にできるようにすること」である。そのためには、日常の算数・数学の授業を通して、創造的な学習指導を積み重ねることが大事であり、ここの内容に関して、子どもがあたかも「自らの必要に基づいて考え出したものだ」という感じを、できればそれによって成功の感激をも結果としてもつような指導が望まれる。』と述べている。

すなわち、子どもが日々の算数の授業において、自ら新しいことを創り出したのだということを感じ得るような授業が「数学的な考え方」を育成する授業と考えた。

そこで、ストーリー性の学習を展開し、子ども同士がコミュニケーションして問題を解決していくことで、算数・数学を学ぶことの楽しさや充実感を味わえるような指導を実践していくことにした。

* 魚沼市立井口小学校

2 研究のねらい

小学校3年生「円と球」の学習において、ストーリー性のある学習を展開することによって、子どもが興味をもって取り組み、数学的な考え方の有用性を感じ、それを活用しようとする態度が身に付く子どもを育成する指導方法を明らかにしていく。

3 研究の方法

(1) 研究のねらいを達成するために、次の2点に留意した指導を構想する。

① ストーリー性のある学習を、単元を通して展開する。

コンパスの使い方や円の性質について、子どもが自然に理解を深め、自ら新しいことを創り出したのだということを感得するような方法はないかと考え、ロールプレイングゲームを解くようなストーリー性のある学習を考えた。そこで、3年生が興味をもちやすい「宝物を手に入れる」ということを目標として与え、楽しみながら学習を深めていく方法を導入していく。宝物を手に入れるために、円の性質や定義などを、いくつかの修行をしながら自然に理解していけるようにする。

② 子どもの既成概念を揺さぶる課題提示（条件不足の問題）をする。

中学年の子どもは、「算数の学習は答えが一つしかない」と考えているものが少なくない。今回研究対象となった子どもも12名（75%）がこうとらえていた。様々な考えを授業の中で発表し合い、それらを式で表したり、考え方を比較したりする学習活動を積極的に取り入れる指導の工夫が大切である。条件不足の課題提示から、何が分かるかと答えを導き出せるのか、導かれた答えからどんなことがいえるのかということを考えさせていく。

また、子どもの発する言葉に着目していくと、その意味していることに「ズレ」が生じることがある。その「ズレ」を子ども同士がかかわり合って明らかにしていくことで、自分たちで新しいことを創り出したと感得することができる考えた。

4 単元の概要【平成22年度 3年生 少人数指導 16名】

(1) 単元名 円と球

(2) 単元の目標

○身の回りにある円や球の性質や特徴を調べようとしている。また、円や球のもつ機能に気づき、進んで生活に生かそうとしている。

○折ったり、重ねたりする操作を基にして、円や球の性質や特徴を、帰納的に考えている。

○コンパスを用いて、決められた大きさの円をかくたり、線分を写し取ったり、模様をかくたりすることができる。

○円や球の定義や性質や、それぞれのもつ構成要素の関係を理解している。

次	ねらい	評価規準
1次 円	●ある点から等距離に点をたくさん打つと、真ん丸（円）な形に近づくことに気付く。	【考】中心から同じ長さの点を打つていくと、真ん丸な形に近づくことを見い出している。
	●円の定義や用語を知り、「円をかく道具」を工夫する。 【修行1】	【知】円の定義や用語の意味を理解している。
	●コンパスで円をかく。 ●円の学習で学んだことを生かして、よく回るこまを作る。 【修行2】 ●直径や半径の意味を知り、その性質を調べる。	【考】かいたり、折ったりする活動を通して、円についての性質を、帰納的に考えている。
	●円をかくには、どの構成要素が分かればよいかを調べる。 【修行3】	【考】直径の性質を基にして、円の中心の見付け方を見いだしている
	●日常生活にある円の形をしたものを探し、円である理由について考える。	【関】身の回りにある円の形をしたものに関心をもっている。 【考】マンホールがなぜ丸いのか、円の特徴をもとに考えている。

	●模様作りを通して、コンパスの使い方に慣れる。【修行4】 ●円をかく以外のコンパスの利用方法について考える。	【技】コンパスを使って、円をかいたり、折れ線を直線に写し取ったりできる。
2次 球	●球の特徴を円と関連付けて理解する。	【知】球の定義，構成要素の性質や関係を理解している

5 研究の実際

(1) ストーリー性のある学習を，単元を通して展開する。

① 条件を満たす点の集まり

16人の子どもたちが待っている教室に，筆者はある小包を持って入っていった。子どもたちの口々から「あの小包は何だろう？」そういった声が聞こえてきた。「先生，開けてみて！」子どもたちの瞳が一つの箱に集中していた。筆者が開けてみると，一枚の手紙が入っていた。

3年生のみんな，こんにちは！ほくは，竹垣先生の友達のマールです。みんながとっても元気がよくって，いつも一生懸命に算数の学習をしているということを竹垣先生から聞いているよ。

実は，井口小学校の近くに宝物がかくされているんだ。地図のどこかにあるはずなんだ。この宝は，みんなにとっても役立つものなんだよ。

みんなの力で見付けてほしいんだけど，みんなには見付けられるかな？ただし，宝物を探すまでは，いくつかの修行に挑戦しなければならないよ。

宝物を探したいという思いをもった子どもたちは，すぐに「先生，地図を早く見せて。」と地図を広げると，学校周辺の地図が一枚入っていた。「これだけでは分からないなあ。」という子どもたちであったが，「先生，小包の中はまだ何か入っているんじゃないの？」という子どもも出てきた。そこには，ヒントが書いてあった。

② 円の定義や性質

地図の国旗掲揚塔のところから5cmのところにあるよ。

子どもたちは，国旗掲揚塔から5cmの場所を早く見付けだそうとして，定規を当てた。「あった。ここにあるよ。」と自信満々にみんなに知らせるAさん。「えー僕はここだと思うよ。」「私はここだと思うよ。」と，子どもたちが見付けてきた所を測てみると，確かに5cmになっている。そのとき，Bさんは，「だけど，これだけじゃないよ。もっとたくさんあるよ。Bさんの地図を見ると，国旗掲揚塔から5cm離れた所をいくつも見付け，すでに円ができあがっていた。

そこで，筆者は「意図的にBさんの言いたいこと分かる人いる？」と尋ねた。すると，Cさんが前に出て，定規を使い，地図上の国旗掲揚塔から5cmの点を3点指し示し，「このようにすると，たくさん出てきます。」と答えた。この発言や提示例を聞き，BさんやCさんの他にも子どもたちは次々に『ある1点から等距離にある点の集合』であることを見付け出した。「先生なんだか丸いものができたよ。」とDさん。子どもたちは，宝のある場所を見付けるために，自分で具体的な操作をしながら，「円の定義に結び付く，等距離の点を集めると円になるということに気づいた」のである。言葉だけで理解したのではなく，自分で見付けだして理解したのである。この日のEさんのノートには，次のように記載されていた。



子どもに渡した宝の地図

1つの場所から同じ長さの所をたくさん見付けていったら，いつの間にか円ができていた。とても不思議だった。円は，1つの点から同じ長さの点をたどるとできあがることが分かった。

③ 宝物のありかを探す（修行1～4）

「でも，宝物はどこにあるのかな？」「この円の中のどこかな？」「これだけじゃ分からない。」子どもたちからそんな声が聞こえてきた。すると，Dさんから「修行をしなくちゃいけないってかいてあったよね。」という言葉が返ってきた。

一つ目の修行は、「ある一点から等距離にある点の集合」という円の定義をもう一度確認するためにコンパスを使わずに身の回りにある道具で円を描くのである。子どもたちは、画鋲や糸や工作用紙などを様々なものを使って工夫しながら、上手に円を描くことができた。

二つ目の修行は、5秒以上回るこまを作るという課題だった。円の中心をどうしたら、見付けられるのかということに気付くために出した課題である。最初は、何気なくこまを作っていたが、円の中心に軸が来ないとよく回らないことに気づき、軸を見付け始めた。軸は、中心から等距離だということを思い出し、円を2回折ることで子どもたちは軸を発見していった。

このころになると、「先生、次の修行は何？」というように子どもたちから次の修行を楽しみにしている声が自然と聞かれてくるようになった。次の修行は、コンパスの使い方になれるために、コンパスでいろいろな模様を描いた。コンパスの使い方になっていない子どもたちにとってかなり難しい修行である。しかし、きれいに出来上がるまで何回もやり直しをしたり、新しい模様作りに取り組んでいたりする姿が見られた。



子どもが作成した模様の一部

④ 宝物のありがた分かる

いろいろな修行が終わり、次の修行を待っていた子どもたちにマール君からうれしい手紙が届いた。子どもたちの顔は、すべての修行をやり遂げた充実感でいっぱいだった。マール君からは、

みんなが持っている地図の郵便局から7cm。図書館から12cmの所にあるよ。

と書かれてあった。宝物は、三つのヒントが共有する点である。「やった。わかったぞ。」「ここだ。」

というように、子どもたちは宝物が隠されている場所を見付けだしたことで大喜びである。どの子も自信に満ちた表情で満足そうである。

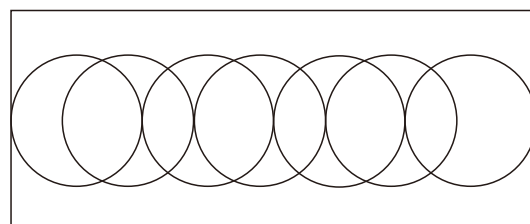
⑤ さらに宝物を探す

いよいよ宝物に出会うために外へ出かけた。宝物は筆者が、前日、近所のお宅へお願いし、預かっていただいた。「宝物はどこにあるのかな?」「近所の人に聞いてみよう。」とEさん。「すみません、宝の箱知りませんか。」宝の箱って、これのことかな。」子どもたちは満足そうである。早速学校に戻って、宝の箱の中を開けてみた。すると中から出てきたのは、一個のボールであった。「わー。」と子どもたちから歓声が上がった。ボールの他に中から一枚手紙が入っていた。「みんなよくがんばったね。さて、この宝物はどんな形をしているのか説明することができるかな?今度はこの宝物について考えてみてね。」と書かれてあった。次時の学習である「球」についての導入でもあった。

(2) 子どもの既成概念を揺さぶる課題提示(条件不足の問題)をする。

「半径は何cm?」

「みなさんは、虹の7色を知っていますか」と子どもに問いかける。「知っているよ。赤、青、黄・・・」など7色が挙がってきた。その後、右図のような7つの円を示し、「今日はこの図をかくのが修行だよ」と提示した。すると、さっそく子どもから、「半径は何cmなの?」と「それには、答えられません」と答えた。「えー」と子どもたち。「半径は教えられないけれど、何が分かると解けそうかな?」と逆に子どもに尋ねた。以下が、「子ども-子ども」「子ども-教師」のやりとりである。



Aさん「横の長さを教えてもらえたらいいな。」

教師「どうしてそう考えたの?」

Aさん「だって、横の長さが分かれば円の半径が分かるよ。」

教師「Aさんの言っていること分かる?」

Bさん「あつ、なるほど。横の長さが分かれば、円の数で割っていけばいいんだ。」

Cさん「円の数って7なの?」

Bさん「そうだよ。7つだもん。」

教師 「みんな、横の長さが分かれば、求められそう？」
 みんな 「うん」
 教師 「いいよ。横の長さは40cmです。」
 Dさん 「あれ、できないよ。」
 Eさん 「本当だ。40÷7=5あまり5だ」
 Fさん 「おかしいよ。」
 教師 「では、どうしたらいいのかな。もう一度7つの円をよく見て。」
 Gさん 「あつ、7じゃないよ。」
 教師 「どうして？」
 Gさん 「だって、半径は8つあるもん。」
 教師 「Gさんの言っていること分かる？」
 Hさん 「そうだよ。円が重なっているから分からなかったんだね。」
 Iさん 「そうだね、だって…。」
 教師 「じゃあ、みんな隣同士で説明してごらん。」
 みんな 口々にペアで半径の数が8つになることを示し、40÷8から半径の5cmを導き出していった。

6 考察

(1) 実践の成果

単元終了後に子どもたちが「円と球」の学習をどのように思ったのか意識調査を行った。すると、表1のような結果が得られた。

(表1 単元終了後の子どもたちの意識調査)

話を解いていくような授業は楽しかったですか？		はい…16人 まあまあ…0人 いいえ…0人 以下「はい」と回答した子どもの数（パーセント）
どの修行が楽しかったですか？ (複数回答)	5cmの点を見付ける	13人 (81%)
	円をかく【修行1】	14人 (88%)
	こまを作る【修行2】	15人 (94%)
	半径は何cm【修行3】	14人 (88%)
	コンパスの模様作り【修行4】	16人 (100%)
	宝のありかを探す	16人 (100%)
また、お話を解く授業をしたいですか？		はい…16人 まあまあ…0人 いいえ…0人

上記の子どもの様相から、研究のねらいであった、小学校3年生「円と球」の学習において、ストーリー性のある学習を展開することによって、興味をもって取り組み、数学的な考え方の有用性を感じ、それを活用しようとする態度が身に付く子どもを育成することは、おおむね達成されたといつてよいと考える。

そこで、研究の方法が、目的達成にどのように作用したかについて考察する。

① ストーリー性のある学習を、単元を通して展開する。

「数学的な考え方」は子どもが主体的に考え、新しい課題に対して創造的な気持ちで取り組む授業を積み重ねることによって育成される。今回の単元では、一つのストーリーを子どもたち一人一人が解いていくような学習であった。子どもたちは、学習に、自ら興味をもって取り組むことができたことが、授業中の表情や単元終了後に行った表1の子どもたちの意識調査からも伺える。

表1からは、授業が進むにつれて、子どもたちの興味や関心が高まっていき、子どもたちの意識が持続していたといえるだろう。では、何がそうさせたかという点、二つのことが考えられる。一つは、宝物を探したいという内発的な動機である。特に【修行4】のコンパスを使った模様作りでは、コンパスの使い方に慣れていないために、なかなかうまくいかない子どももいたのが現状である。しかし、子どもたちはあきらめずに取り組んだ。表1でも100%の子どもが楽しかったと答えている。このことから意識が持続していたことがいえるのではないだろうか。もう一つは、自信である。円の定義である『ある1点から等距離にある点の集合』という概念を子どもたちは、自ら見付けることができた。

「自分で発見したんだ」という意識が子どもにとって大きな自信につながり、「何でも挑戦していけばできるんだ」という気持ちをもてたことも意識を持続させた要因と考えられる。

② 子どもの既成概念を揺さぶる課題提示（条件不足の問題）をする。

単元終了後、子どもたちに「算数の学習は答えが一つしかない」と思うか尋ねてみた。すると、14名が「そんなことはない」(88%)と答えるようになった。学習前は、2名(12%)だった。様々な考えを授業の中で交流していくことで、このような意識の変化が生じたと考える。

子どもにとって「えっ」「何」「どうして」といった内面に生じる感覚を大切にしたい。こうした感覚は、子どもの内面を揺さぶり、子どもに数理のおもしろさを感じさせていくからである。条件不足の問題は、まさに子どものこうした感覚を養うのに適している。

「半径は何cm?」では、半径が分からない問題から、何が分かれば答えを導き出すことができるのかを考えることができた。こういった経験を積み重ねていくことによって、数学的な考え方を育成するとともに、身に付けたことを活用する楽しさを味わうことができると感じた。その際、子どもの感じた素直な思いを言葉や図、式で表現していくことを大切にしたい。そうすることで子どもは、お互いの考えを伝え合い、つなげ合うことを通して、理解を深めていくからである。こうした活動を繰り返すことで、子どもは、筋道立てて考えていく力を育成していく。

そのためには、教師自身が子どもの発した言葉の意味やその気持ちを考え、共感できるような受容的な姿勢や子ども全体への言葉がけやその場に合った適切な働きかけも大切にしていける必要がある。

また、子ども相互の思考の「ズレ」を明らかにしていくことも大切である。「半径は何cm?」では、円の重なりから「半径なのか」「直径なのか」で、その意味していることに「ズレ」が生じた。その「ズレ」を子ども同士がかかわり合って明らかにしていくことで、求めているものが何かを考えることができた。また、田中(2011)が述べるように一人の子どもの発言を意図的に止め、他の子どもが代弁したり、ペアでの説明のし合いは、思考の「ズレ」を修正したり、自分自身の考えをより一層明らかにしたりしていくのにも有効であることが分かった。

(2) 今後の課題

算数教育の目標を考えたとき、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気づき、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てなければならない。

日々の授業では、子どもたちに確かな学力を付けることとそれが楽しい時間となっているかという二つを常に意識しなければならない。今回の学習後の意識調査では、ほとんどの子どもに学習の楽しさを味わわせることができた。しかし、味わえなかった子どもがいたのも事実である。子どもにその理由を聞くと、「頭では何をすればいいのかわかるけれども、手先でうまく作れなかった」という答えが返ってきた。「こま作り」や「円をかく」といった時間を要する活動では、子どもの自力解決の時間を十分に確保するとともに、個に応じた支援体制を考えていく必要性を改めて感じた。今後の課題として考えていきたい。

(参考・引用文献)

- 文部科学省 「PISA調査(数学的リテラシー)及びTIMSS調査(算数・数学)の結果分析と改善の方向」2003年
- 文部科学省 「小学校学習指導要領解説 算数編」 東洋館出版社 2008年
- 文部科学省 「教育課程部会 算数・数学専門部会」 2007年
- 田中 博史 「算数的表現力を育てる授業」東洋館出版社 2001年
- 中島 健三 「数学的な考え方」 新しい算数研究 1976年
- 田中 博史 「算数授業で授業が 学校が変わる」東洋館出版社 2010年
- 田中 博史 「楽しくて力がつく算数授業55の知恵」文溪堂 2011年