

古藤 怜
上越教育大学名誉教授

分かり方の3次元構造

私は研究誌などから依頼された数学教育に関する論文（雑文？）がまとまると、早速それを院生室に持参し、そこに居合わせた院生諸君に一読を依頼して、それに関する意見を求めることを常としている。これは私が筑波大学に在職していたときからの習慣でもある。すると彼らから、小は誤字・脱字から、大は論点や全体構成に至るまで何らかの注意や意見を貰えるのである。この点、さすが院生ともなると学部生と違い、何らかの意味で確固たる信念と多くの経験を持っているのに感心させられるのである。

同様に、院生向けの講義も、即時に鋭い反応が返ってくるので張り合いがあった。たとえば、先般の集中講義の際に、子どもたちの算数・数学の理解状況の評価に関連して、次のような話をした。

「算数・数学の指導内容は抽象的かつ形式的な概念や法則で組み立てられているので、その理解の様相は複雑かつ重層的である。したがって、その指導・評価に際しては一面的ではなく、多面的かつ構造的な観点から行うべきであろう。よく知られていることであるが、かのペスタロッチは、物事の理解の深まりの様相には、ともに“H”で始まる次の三つの段階があると述べている。すなわち、第1段階はHand（手）で分かる。第2段階はHead（頭）で分かる。第3段階はHeart（心）で分かる。

このことを算数の指導内容、『分数÷分数』を例として考えてみよう。この計算においては、割るほ

うの分数の分子と分母を入れ替えた分数を作り、それを掛ければよいことが知られている。しかしながら、ほとんどの子どもたち（ときには指導する教師も）、なぜそのような処理をしてよいのか、その理由を考えず、手による形式的な処理方法である『ひっくり返して掛ける』、だけに注目しているようである。

最近の算数の教科書では、このような指導では真の理解に繋がらないとして、具体的な場面などを例として、『なぜ割るほうの分数をひっくり返して掛けるのか』その理由の理解を図るよう配慮している。これが Head（頭）による理解を重視する段階である。

しかしながら、このような指導上の配慮だけでは、子どもにとって、分数で割ることの理解が得られないおそれがある。分数のわり算のより深い理解を得るためには、その法則を使うことによって感得される『よさ』、すなわち Heart（心）の段階を大切にしなければならない。

そしてさらに、分数のわり算の理解をより確実なものにするためには、このような上下方向の理解だけでなく、前後方向の理解にも注目する必要がある。つまり、この法則を理解するために必要な、子どもたちの既習経験と既習事項を明らかにしておく必要がある。たとえば、分数の定義、わり算の意味、さらには整数と分数の関係などである。また、『よさ』に関連して、この法則が将来どのように発展していくのか、なども知っておく必要がある。すなわち、算数・数学の理解のためには上下の方向のみならず、『前後の方向』も大切にしなければならない。

以上のような講義が終わったとき、一人の院生が

ら、「先生！ 上下、前後の理解の意味は分かりましたが、“左右”の方向の理解はないのですか？」という質問が出されたのである。咄嗟のことなので、「“左右の方向の理解”とは、一つの定理や法則をいろいろな観点でその根拠を明らかにする、いわゆる別証の考えを通しての理解であろう」と答えておいた。しかしながら、部屋へ帰って考えてみると、どうも適切な答えになっていないことに気づいた。

そこで先年、本誌（Vol. 8, 43-52頁, 1993年）に寄稿したことのある「算数・数学科におけるコミュニケーション能力育成」の主張と関連づけることを思いついた。そして、人間の脳の左半球は論理を、右半球は直観を司っているという大脳生理学の知見をヒントに、次のように結論づけることにした。

つまり、子どもたちの算数・数学の学習に際して、左方向を「別証明」を通すことによる理解、右方向を教室におけるクラス討議の際に見られるような、友だちの発表する「多様な考え」に触発されて、さらに深まる理解と解釈するアイデアである。この見地に立てば、たとえば、アメリカのNCTM（全米数学教師協議会）がその96年報で主張している、学校数学におけるコミュニケーションの能力態度育成の趣旨とも合致することになる。

院生諸君との討議によって生まれた、数学の理解を3次元の構造で捉え、そこへコミュニケーションの視点を導入する考えは、おもしろい考えではないかと自画自賛し、早速これをあちこちの研究会や研究誌などで発表させていただいた。そして、さらに先般、中国の広州市で開催されたPME（数学教育心理学に関する国際研究会）の地区研究会にも出かけ、そこでも発表してきた次第である。