

教授実験の研究方法としての特徴と可能性 : 3 年生の除法の指導を例として

熊谷 光一

1. はじめに

数学教育研究において, 様々の成果が報告される。しかし他方で, 実際の教育の現実との関係が必ずしも密接であるとは限らないことが多々ある。このような問題意識のもとに, 実践と理論を関連させて進める研究方法を新しく考えることが, 数学教育研究に課せられた課題のひとつである。大学, 研究機関にいる研究者と学校教育を実践している教師との間での協同研究が多々なされてきた。しかし, そこでの研究方法はあまり明らかにされてこなかった。経験として様々の研究の困難さなどが語られることが多かったと考える。

本稿では, 理論と実践を関連づける可能性をもつ研究方法として, 教授実験を取り上げる。そして, その可能性を実際に教授実験を実施するなかで明らかにする。

2. 教授実験の特徴

2. 1. 狭義の教授実験

教授実験は, 構成主義者が利用してきた研究方法である。その方法は, 子どもが数学的対象を構成する過程を説明することを目的として利用されてきた。すなわち, 子どもの数学的知識を探究すること, 数学の指導の文脈においてそれらがどのように学習されるのかを探究することである。このために, 教授実験は, モデル化, 教授エピソード, インタビューの 3 つの側面からなっている (Steffe, 1983; Steffe, 1991)。

モデル化は, 教授実験のなかで最も重要な側面であるとされている。そこでは特定の内容に関する学習モデルをつくることである。実際には, 研究者が定式化した説明がモデルとなるとしている。そして, そのモデルは, 子どもが構成する数学的対象を意図的に観察する文脈においてつくられる。例えば, 数に関するシエマ (Steffe et al, 1983), 除法, 乗法に関するシエマを明らかにする試みなどがある (Steffe, 1991)。

教授エピソードでは, 実際に教授をすることとその解釈がなされる。特に, 特定の内容構造に関して子どもの知識のモデルの限界を検証すること, そして, モデルの構成要素が, 直接的な介在のもとでどのように変わるのかを探究することが行われる。このために教授エピソードでは, 子どもの行動と相互作用の解釈が不可欠となる。

そして, 教授エピソードでは, 教師は, 特定の子どもの教授エピソードを成立させるために問題を決定する。これは教授実験での主要な道具である。

また, インタビューでは, 個々の子どもに対して, 意図的な介在をすることはない。

除法, 乗法に関するマヤという 8 才の子どもに対しての教授実験を参考にする (Steffe, 1991) ことで, さらに教授実験の特徴を明らかにする。

マヤが問題を解決する場面から教授実験の報告が始まっている。

最初に、21枚のカードを3枚ずつ分ける
包含除の問題がだされた。

T: …3枚のカードをとって積む…3つの山
がいくつできるか

M: (2分間沈黙, 集中) 7!

W (観察者): 数えていたとき、何とって
たの?

M: 21, 20, 19これで1, 18, 17, 16 此
れで2

マヤの解決方法は次のようであった。21か
ら逆に1ずつ数え、3つの数詞をひとつのユ
ニット^[1]とする。そして、彼女が自分でつ
くった3のユニットの数を数える。

このようなマヤの様子に対して、次のよう
な素朴な仮説をたて、そしてその理由を説明
している。

仮説: マヤの除法の概念は大人が「包含
除」^[2]と呼んでいることとは全く異なる。

マヤが具体物を数える行為が除法の概念で
あるとは言えないこと、そしてマヤは、数え
るとき初めてユニットを意識しているよう
であることを理由としている。

続いて、この仮説を精緻化するために、マ
ヤが数える前に含まれているユニットを意
識していたのかどうか検証する。そこで、マ
ヤが除法のシエマを用いて求めた結果を乗
法の問題に定式化する問題を設定し、教授
エピソードを展開している。

T: そのかけ算の問題ではどうなりますか?

M: 3かける21?

T: 3かける21とはどういうことを意味し
ていますか?

M: 21, 21から3をとる

T: 3かける21ということですか?, 21割
る3ということですか?

M: 21割る3です

T: かけ算の問題をつくれますか?

M: (しばらく黙ったままですわっている)

T: 何をしているの?

M: 3が幾つで7になるか計算しているの

この教授エピソードをもとに、マヤが1ず
つ逆に数えるときマヤがつくった3のユニ
ットをさらなる操作のための材料として利
用していないことを結論している。そして次
のような仮説を設定し、その理由を述べて
いる。
仮説: 3のユニットを意識していない

乗法の問題をつくるには、次のようではな
ければならない。認識できる数える記録を
利用することなしに、自分でつくった3の
ユニットを組み合わせ、3のユニットが含
まれていること、そしてその3のユニット
でみる結果として、そのユニットの個数
として7を捉えることができなければなら
ない。すなわち、3のユニットが7つある
と捉える操作の構造の抽象が必要である。

さらに、この仮説を精緻化するために、3
のユニット6つと5つを加法的に組み合わ
せることができるのかどうかを問題として
教授エピソードを実現している。

T: 18個のブロックを箱の中に入れます。

できれば3個ずつ数えてみて

M: (マヤは一度に3つのブロックをまとめ
てとって、そして箱の中に入れていった)

T: それについてのかけ算の問題をつく
って

M: (長い間) 6かける3は18

(長い間において、マヤは3ずつ18まで
数えることを繰り返していた。そして、「1,
2, 3で1になる」3のユニットをいくつ
作ったかを数えていた。)

長い間において、マヤは、「6かける3は
18」というセンテンスを定式化するために
この活動の結果を利用した。

続けて、次のようなことをマヤに尋ねた。
別の箱に15個のブロックを入れなさい。マ
ヤは、3個ずつ入れて、それを唱えながら、
箱の中に、3つのものが5グループあると
言った。私は、2つの箱のものを一つの箱
に入れて、マヤに3のユニットを用いてあ
わせたブロックの数を求めるように言った。
マヤが

答えることのできたことは30個になるというだけであった(マヤは6かける5が30になることは知っていた)。

マヤは、1のユニットで考えるのと同じように3のユニットで数えることはできなかったとしている。そして、マヤの乗法のシエマとして、次のような仮説を述べている。

仮説：21から3をとっている部分-全体の操作に関わっている

このように、教授エピソードにおいてなされた相互作用を解釈することでモデルに関する仮説を設定し、その仮説を修正、精緻化するために新しい問題を子どもに提示することで新たな教授エピソードを開始する。そしてそこでなされた相互作用を再び解釈することで、新たな仮説を設定する。常に、子どもの思考のモデルが仮説のかたちで示され、それが現実の子どもの姿を通して修正、精緻化される。

構成主義者の行っている教授実験では、モデルと現実の子どもの間の反省的な関係が続いていることが特徴である。構成主義者が設定している認識論的な前提、客観的な存在論的現実を否定していること、認識が適応的機能であることなど(von Glasersfeld, 1990)、と整合した研究方法であることがわかる。

2.2. 広義の教授実験の展開

新しい教授実験の方法が最近報告されつつある。それらの基本的な考え方は構成主義の発想にある。そして、構成主義者が、子どもの知識のモデルを構成することを課題としていた教授実験を教師の側、そして教材の配列の側へと新しい課題を解決する可能性を探ろうとしている。

典型的な研究の例として、Cobb, Yackel, Woodらを中心とした研究者による授業に焦点をあてた教授実験ど、Simon(1995)による教師に焦点を当てた教授実験がある。

Cobb (in preparation) は、教授実験の課題

として次の4つを指摘している。

- 1) 子どもの学習
- 2) 教師の活動
- 3) 教材の開発
- 4) 理論構成

前述のように、第一の課題の子どもの学習についてがもともと構成主義の教授実験において研究の課題とされていたことである。また、第二の課題である教師の活動については、Cobbら(Cobb, Steffe, 1983)もアプローチしている。そこでは教師も知識を構成するという構成主義の立場を適用している。Simon(1995)はこの教師の問題に関して、小学校の教師を目指している大学生を対象としながら、教師の活動に関して探究し、教師の活動に関するモデルを提起している。そこでは子どもの知識を評価する観点から教師の意思決定のモデルを構築している。このモデルを提起するという試みは、構成主義の考え方に則したかたちでなされている(Steffe & D'Ambrosio, 1995)。

このように、教授実験ということが教授することを研究の課題としつつあることがわかる。さらに、第3の課題である教材の開発は、Cobbらの行っている教授実験の特徴である(熊谷, 1995)。彼らは、構成主義を背景とした数の学習の理論と現実主義的数学教育という教授理論を基本に据えて(Gravemeijer, 1994)、活動の理論に基づく教材の開発と配列をするとともに、それを実際に授業で実現することを通して、その開発と配列を評価し、新しい教材の開発、配列を提案しようとしている。

最後に挙げている課題についても、Cobbらは社会学的観点と心理学的観点から授業を考えるためにモデルを作成したりしている(Cobb, Yackel, Wood, 1993)。このモデルも教授実験では、修正され得るものとして扱われている。

課題はそれぞれ異なっているが、共通して

いる点として、理論と実践の反省的関係をあげることができる。すなわち、いずれの問題においても、暫定的なモデルが提案され、それが実践の場で実現される。そしてそこで得られた様々のデータをもとに、モデルの修正などがなされて、新しいモデルが提案される。

今までの4つの課題それぞれに周期はかなり異なっているが(熊谷, 1995), いずれの場合も、モデルを作成すること、活動の系列を作成することなどを目標としながら、理論と実践の間の反省的関係を繰り返し実行していることに特徴がある(Cobb, in preparation)。この研究のサイクルは、従来なされてきた教授実験の特徴である。従来の教授実験を狭義の教授実験と考えると、ここで紹介したものは広義の教授実験と言える。ここではさらに広義の教授実験の具体的な姿と可能性についてさらに検討する。特に、小学校3年生の子どもを対象にした教授実験の様子を参考とする。

3. 実施した教授実験の概要

3年生の除法の学習と指導に関する教授実験を国立大学附属小学校で実現した。ここではまずその様子を概観する。

本教授実験では次の4点を目的としている。

- 1) 子どもの除法の学習過程の分析
- 2) 指導のための子どもの活動の系列の開発
- 3) 一斉授業の分析のための枠組みの構成
- 4) 教授実験の方法の実現とその方法に関する検討

ここに掲げた目標は、Cobb (in preparation) の指摘している3つの課題と対応している。但し、教師に関することは扱っていない。そして、教授実験の実現と方法に関する考察を加えた。

教授実験の日程は以下のものであった。

事前ミーティング； 4月初期から
調査紙による事前調査； 6月7日
事前インタビュー； 6月10, 11, 12日

授業の実施； 6月13-24日

- 13日 12をいろいろにわけ
- 14日 きちんとした分け方
包含除の場面での式の導入
- 15日 包含除の場面での立式
- 18日 除法の乗法による解決 (包含除)
- 19日 除法の乗法による解決 (文脈なし)
- 20日 等分除の立式, 包含除との統合
- 21日 等分除の問題の解決
- 24日 問題づくりと解決

調査紙による事後調査； 6月24日

事後インタビュー； 7月8, 9, 11日

教授実験への協力者は、大学教官、附属小学校教官、そして大学院生併せて15名²³⁾である。授業者として、研究生の広瀬直子氏と担任教師の和田英史氏にお願いした。広瀬氏は算数の指導内容を和田氏は学級の運営を中心に担当した。

授業の実施にあたっては、授業ごとに大学教官、院生等が参加したミーティングを実施した。熊谷が提案した授業の方針を議論し、決定した。それを熊谷、広瀬が中心となって具体的に指導案の形にした。

また、授業の観察においては、授業全体の様子を2台のビデオカメラで記録した。そして、個別活動においても2台のカメラを用いて数人の子どもの活動の様子を記録した。さらに、数人の観察対象とする子どもを特定し、観察者が子どもの学習の様子を簡単にノートに記録した。

これらの観察の結果などを、指導案を作成するためのミーティングで利用した。

ミーティングと授業の繰り返しにおいて、反省的な関係が見かけ上みえる。そこでは、理論と実践の橋渡しをする活動がなされている。そこで、この関係が生じている場面のなかでも、特に、インタビューのデータ、授業での子どもの様子の観察の結果などから様々の議論がなされた2つの場面を取り上げ、教授実験の可能性をさらに明らかにすることを

試みる。2つの場面とは、除法の導入の場面と等分除と包含除の統合を考える場面である。

4. 教授実験の実際

除法の導入の場面、等分除と包含除を統合する場面は、いずれも除法の指導において、様々の議論がなされてきた場面である。

4.1. 除法の導入の場面

事前ミーティングでは、前年度に実施された3年生の除法の指導に関する10時間の授業ビデオを分析すること、乗法、除法の学習に関する先行研究(Vergunaud, 1988; Greer, 1992; Steffe, 1991;)について検討を加えた。

これらを通して、除法の概念は、子どもが、単位の意識をもつこと、単位が含まれその含まれた数が問題になることを構成することに関わっていると考えた。

さらに、前年度の授業ビデオからも、等分除、包含除において、子どもが除数と被除数を入れ換えることがみられた。これは、単位の意味づけ、関係がどのようになっているのかに関して子どもが問題をもっていること、具体的なあらわれであると考えられる。

これらの問題点が子どもにあるのかを明らかにするために、事前の質問紙による調査と個別インタビューを実施した。

質問紙による調査では、等分除の問題を包含除の場面として解決する子どもが40%いる(16/40人)。この様子をさらに詳しく知るために、15人の子どもに対して個別インタビューを実施した。インタビューでは、おはじきを実際に操作することなどを行った。

インタビューでの12個のおはじきを4個ずつ分ける包含除の場面で、江川君は指を4本出して、4個ずつ集めてかたまりをつくったみせた。そして、4個のかたまりが3つできたが、それらを意識的にとらえることはなかった。また、できた4個のかたまりが何を意味しているのかについて明確に答えること

ができない。

15個のおはじきを3人でわけるという等分除の問題をみせられて、おはじきで何をしようかわからない子どももいた。しかしそのうち数人は、3人に分けることを、インタビュアー、観察者、そして子ども本人と具体的に状況を設定することで、初めてうまくわけることができた。

調査紙による事前調査とインタビューから子どもが単位の意識をもつこと、そして、わけることによって単位が生ずることを意識する活動を準備することが必要であると考えた。具体的には、次の2点を満たす活動である。

- ・ある個数のものを分けるとき、それらが同じ数ずつに過不足なく分けられる場合とそうでない場合があることを意識すること
- ・分ける個数と分けられた集まりとができることを意識すること、そして乗法の場面と似ていることを意識すること

これを具体化するために、分けることと描くことの2つの活動を設定した。

4.1.1. 分けること

最初に分けることを子どもが経験し、言語化、図を描くことを重視し、12個のおはじきをいろいろに分ける活動を設定した。

授業の様子と一人の子ども、江川君の様子を記述する。

江川君は、最初は、なかなか分けようとしませんが、3個ずつ分けることを始め、うまく分け終えた。観察者はどのようにして分けたのかを聞く。江川君は3個「ずつ」とったという表現を使う。さらに観察者は紙に記録するように言う。江川君はすぐには描けない。まず、紙いっぱい12個のまるを描く。そして、指のようなものをかく。同じことを繰り返して、うまく描けない。観察者は3個ずつつけたおはじきを囲むように指示をした。そこで江川君は3個ずつ分けることを囲みで表現した。

観察者は他の分け方をするように指示した。

江川君は3個ずつわけることを繰り返している。そこで観察者が4個ずつ分けてみようという。しかし江川君は、3個ずつにこだわり続ける。そして、3個の動かし方にもこだわる。ぶつかって動くことが大切であるという。観察者は4個ずつ集めることを指示する。江川君は、そこでようやく、4個ずつ分け始める。この行為は何となく不安な様子でどうなるのかという感じで進める。そして最後に3つに分かれた状態をみて、驚いている。観察者がそれを記録するように言う。江川君は12個のまるを描き、それを4個ずつ囲む。そして、3つの場合と4つの場合を較べて、4つの囲みが、3つの囲みより大きいと言う。

続けて観察者が他の分け方がないか問う。江川君は5でやり始める。5個ずつに分け、2個余った状態をみて、できないと言いながら、2つのおはじきを指で抑えている、突然、それらの2つを分けて5個に1つずつつけて、できたと感動した。そして6個ずつに分かれることを確認する。

また、12個のおはじきを、12個の半分で6個、それを半分で3個という分け方をすると子どもが数人いたことも他の観察者から報告されている。

考察

江川君に関してこの活動を通して、同じ数ずつに分けられることに関して「ずつ」という表現を用いていることなどから、同じ数ずつに分けられること、単位の認識がなされつつある。しかし、単位がいくつ含まれるのかに関しては意識していない。減法をしながら、最後まで、うまく引き続けられるかという認識である。

観察者の報告からは、他の分け方があることが分かった。2等分して、分けた結果として単位がみえる活動である。いずれの子どもにしても、単位がいくつあるのかということには着目していないようである。

次に、個別に分ける活動の後になされたク

ラス全体の話し合いの様子をみる。

数人の子どもが黒板で自分の分け方を説明した。そこでは、同じ数ずつに分けた子どもと、異なる数ずつに分けた子どもがいた。

異なる数ずつに分ける場合、子どもは「…と…と…」という表現をした。同じ数ずつに分けた場合、「3個ずつに分けました」というように、「ずつ」という表現がみられる。また、「4個ずつ3組に分けました」、「3個ずつ4つに分けました」「2個のかたまりを6個」というように、分けられた数と分けた数を区別して表現する子どももみられた。

教師は、同じ数に分けた場合、何個ずついくつに分かれたという表現を用いた。

2時間目には、きちんとした分け方とそうでない分け方として、子どもが分類する活動を行った。子どもたちは、きちんとした分け方に対して「同じ数ずつ」(土井さん)、「平均」(草野君)、「かけ算になっている」(土肥さん)などという表現を用いて特徴を述べている。さらに土肥さんは、きちんとしていない分け方を足し算みたいとして、今まで学習してきた演算の立場から特徴を明確化している。演算での区別の仕方と、先に述べてきた「ずつ」、「…と…」という表現の区別が対応している。

考察

子どもの間で単位の認識に関して個人差がある。江川君と同様に、同じ数ずつに分けることに精一杯である子どもが数人いる。これらの子どもは、何個ずつがいくつあるのかということには着目していない。

他方で、何個ずついくつに分かれるという表現にみるように、単位とそれが含まれる個数に着目している子どももいる。

教師の「ずつ」、「いくつにわかれる」という表現が子どもの単位の意識付けに対して意図的に働きかけた部分である。

4. 1. 2. 図を描くこと

包含除、等分除の学習においてそれぞれ図

を描く活動を導入することにした。例えば、 $12 \div 4$ についての包含除の場面では、12個の小さい円を描き、それを4個ずつ囲む図を描いた(図.1)。結果として、4個のかた

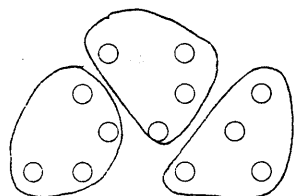


図.1

まりが3つあることがわかる。そして、この図をもとに立式をすることを考えた。特に、フレーズ型の式を立式することとした。これによって、図が、場面把握、立式、乗法と除法の関連がつくまでの計算の道具となることを想定した。また、子どもが単位を意識するのに、視覚的な補助をすることも意図した。問題は、等分除の場面である。結果として同じような図を描くことができる。しかし、単位が作られる仕方からみると図を描く過程は異なる。もちろん、操作を媒介として同じようにみることはできる(中島, 1981)。ここでは、あくまでも、図を道具とするという立場をとることにした。そのために、最初は具体的におはじきを操作した結果から絵を描くことにした。

包含除の場面(2時間目, 3時間目)において、図を描くことを意図的に指導した。この時点で子どもはうまく図を描き、立式の手がかり、また、計算のための道具として積極的に用いていた。

等分除の図を描くとき、包含除の場合とは異なり、子どもは様々の仕方で行っている。例えば、どうしていいかわからない子ども、24個の小さい丸を描いて、それから一つ消しては、新しくグルーピングし直す子ども(図.2)、線を引いていく子どもなどである(図.3)。また、最初にわけの人数分の丸を描いて、その下に丸を次々に描いていく子どももいる。

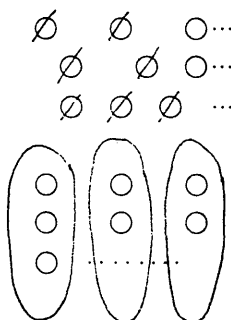


図.2

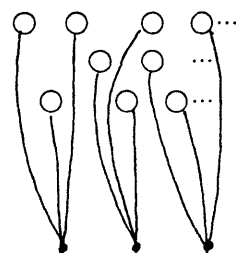


図.3

江川君は、 $24 \div 3$ という等分除の場面において、次のように包含除の要領で挑戦した。これに対して、観察者がおはじきを用いて分ける人間を想定し、分けることを試みるように指示した。江川君はいくつずつかをわけて、8の固まりを1つずつつくっていくことを始めた。分け終わって、どのようにして分けたのか聞くと、指を5本だしてそれでおはじきをおさえて動かすことをやってみせた。そして、観察者はおはじきでやったことを図にかくように指示した。江川君は、24個の○を次々に描いた。そして、指を描き始める、しかし途中でうまくいかなくなり、消し始める。

江川君の行動は、包含除の図を描くときに彼がとったのと同じで、指の動きそのものを表現しようとした。

ここで教師が囲みを描いて、おはじきを操作してみせ、図を描くので江川君にみるように指示した。

その後、江川君は活動シートの問題「15個のお菓子を5人で分けます。1人分は何個になりますか」に挑戦した。さっそく囲みを5つ描いて、分けることを始める。それぞれの囲みのなかに、数字をひとつずつ入れ始める。1を5つの囲みにいれると、続いて2をまた5つの囲みにいれて、そして、4まで同じ操作を続けてさらに続けようとした(図.4)。そこで、観察者はいくつまでやるのと聞いて、おはじきで行うように指示した。同じように、囲みを5つ描いておはじきを一つずつ入れることをした。そうして、一つに3個ずつ入っ

ていることに江川君は感動した。そして、またシートにもどり罫みのなかにかいた数字を3までを残して消した。そして適切に立式した。商の単位を最初は人としていたが、すぐに個に自分で修正した。

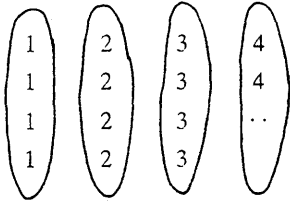


図.4

活動シートの問題2においても、江川君は同じ活動を繰り返した。そして授業の最後に、観察者が今日の授業はわかったか聞くと、「今日の授業はよく分からなかった」と答えた。

考察

包含除の場面では、図を描くことは立式、場面の把握、計算の道具として機能した。また、乗法によって除法が解決できることも、図を用いてなされた。しかし、等分除の場面では、様々の図が生じ、さらに図を描くことに子どもが苦勞している様子がみられた。これによって図がうまく機能していない。特に、江川君にみられるように、操作そのものを描こうとし、分けられた状態に着目できないことも一つの要因である。また、包含除の場合、最初から単位がみえているが、等分除の場合、最初単位がみえないために、図を描きにくいという要因もある。

しかし、8時間目に九九の範囲を越える除法の問題を調査問題のなかにおいた。それに対して、江川君などは図を描けばすぐできるよとして挑戦し、成功していた。また、この指導のプログラムにのっていなかった数人の子どもは、「習っていないからできない」などと発言し、非常に困っている様子がみえた。ここでは、計算の道具として図が機能している。

また、等分除の場面での図の描きかたが、等分除と包含除を関連つけることに影響するのかどうかという問題が生じてきた。それについて次に考察する。

4.2. 包含除と等分除の統合の場面

包含除、等分除に関して、図を道具として解決することを強調して指導してきた。包含除と等分除の統合において、図を用いて統合することを考えていた。これは計画の段階では、消極的に、結果として同じ図が描けていることを考えた。しかし、それまでの授業の様子をみると、単に、囲まれた数と囲んだ数にするよりは、より洗練した図での統合の可能性を見出した。

子どもは、次第に図による解決を次のように描くようになった。

例えば、 $12 \div 4$ の場合、縦と横をきちんと並べてみるができるような図を描くようになっていた(図.5)

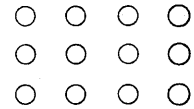


図.5

等分除の導入場面においても、 $12 \div 4$ の場合は、最初に4個並べて続いて、次にその4個の下に○を並べていくことをしていた。また、子どもの説明も黒板でそのようになされることがあった(第6時)。しかし、教師自身は、ほとんどの場合、黒板の上では、きれいな並びで描くのではなく、ばらばらに磁石を用いてまるで囲んだりであった。このような図は子どもが洗練してきた図である。

洗練された図では、何人で分けることと、何個ずつ分けることが縦、横にみえる。そして、それが乗法との関係で結びつけられるともみることができる。

等分除が導入された授業で、子どもが板書した図の多くがこのような図であった。また、子どもの活動シートに描かれた図の多くもそ

うであった。しかし、教師が積極的に洗練された図を描きはじめた6時間目の授業では、子どもの中からこのような図がすっかり消えていってしまった。等分除と包含除の統合ということは授業ではこれ以上特に扱うことはなかった。

考察

なぜ、このような洗練された図が消えてしまったのだろうか。また、子どもはどのようにして包含除と等分除の統合をしたのか。という疑問が生じる。

この指導過程でみれば、図を描いた結果が同じである。だから除法であるという見方、より積極的には、いずれも乗法の構造をもっているという見方もできる。しかし、実際に、子どもにとっての等分除、包含除の区別はあるのか、統合されてどのように概念をもっているのが問題である。

事後インタビューの結果をみると、包含除の概念のみ問題に接近している子どもがいる。その代表的な存在である江川君は、大きな数の除法に当たってもそうである。

5. まとめ

1) 子どもの除法の学習過程

子どもが単位を意識しているのかどうかを中心に考察してきた。子どもが単位を意識できるように、分けること、描くことを活動に組み入れた。包含除による導入もその一つの工夫でもある。

これらの工夫によって、包含除の導入期には、単位を意識することがかなりなされた様子があった。しかし、等分除の導入期において、単位を意識することにどの程度貢献したのかは、今の時点では明確になっていない。この問題は、操作と描かれた図が、子どもにとって異なって解釈されていることとも関係がある。理論的検討を必要とする部分である。また、等分除と包含除の統合の場面において、子どもが洗練してきた図を利用しようとした。

反省的關係に基づいた決定であったがうまくなされなかった。洗練の意味がわれわれの予測とずれていた可能性がある。この点についても検討の余地がある。

他方で、図は計算の道具として有効に働いている。このように、図が果たす役割りについて多面的にさらに検討することが課題であることもわかってきた。

2) 指導のために子どもの活動の系列の開発
活動として、分けることと図を描くことを中心的に行ってきた。基本的に、操作することから図を描くことをしてきたが、操作することと図を描くことの間連づけが容易でないことがわかってきた。そして、そのために、包含除の場面では時間を費やしてきた。しかし、等分除の場面では必ずしも十分な時間を費やしていない。また、等分除と包含除の統合に関しても、新しい活動の導入が必要である。

3) 一斉授業分析のための枠組みの構成

今回の分析では、一人の子どもと、授業全体での様子を別々に記述してみた。実際には、授業全体でなされていることと、個々の子どもが行っていることとの間のずれが予想されたが、その通りであった。しかし、個々の子どもが何をしているのかを記述することは容易なことではなかった。また、クラスの中で、典型的な考え方をしているのかどうかでさえ、把握することは困難であった。

4) 教授実験の方法の実現とその方法に関する検討

現在のところ、理論と実践の反省的關係は少しずつ生じている。子どもの学習過程、活動の系列において顕著にみられた。特に、ミーティングにおいてなされた議論がこの中心を占めている。そして、そのような議論をするためには、理論的な予測、予測をすることが不可欠であることがわかった。また、分析の枠組みなどについてはより長期的な研究がなされる時、より明らかになると考える。

5) その他

学校で教授実験を実現しようとするときの問題が生じる。一つは、教室にいる子どもの人数の多さである。公立学校では、30人前後のクラスがあったり、個々の子どもの観察、インタビューなどもきめ細かくできる可能性をもっている。しかし、附属学校では40人の子どもがいるために、観察インタビューにおいて困難が生じている。

また、教師役をだれがするのことも、重要な問題である。小学校の教室で担任教師以外がある期間授業をすることは、学校の経営管理上等も問題もあり、決して容易なことではない。また、教授実験を計画する段階で、かなりの時間を費やして計画をしていくために、担任の教師とともに研究をするめることも必ずしも容易ではない。

以上のように様々な問題をもっているが、実践と理論を関連付けていくために、この方法がもっている可能性は高いと考える。それは理論と実践の反省的關係が生じていることにある。

注及び引用・参考文献

注1) 以下'3のユニット'とする。

注2) ここで言う包含除の概念は、21の個々のユニットを用いて3のユニットを作った結果を意識していること、数える前にユニット数を見つける方法を意識していることを含む。

注3) 熊谷光一、布川和彦、岩崎浩、広瀬直子、和田英史、磯野正人、戎須恵、佐藤徳顕、佐藤勉、田村良久、松井一弘、岡澤弘、長田修一郎、長谷川薫、山本浩昭

Cobb, P. (in preparation). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers.

Cobb, P., Steffe, P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 83-94.

Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1993). Theoretical orientation. *Journal for research in mathematics education monograph number 6. Rethinking elementary school mathematics: Insights and*

issues. 21-32

Gravemeijer, K. (1994). Educational development and developmental research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 443-471.

Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In Douglas, A. G. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 276-295). New York, NY: Macmillan publishing company.

広瀬直子(1996). 算数・数学の授業における教師の意図的な働きかけに関する一考察 第29回数学教育学会論文発表会論文集. 379-384

熊谷光一.(1996). P. Cobbらによる教授実験の実際とその研究方法について 数学教育研究 第11号, (上越教育大学数学教室), 9-20

中島健三.(1981). 算数・数学教育と数学的な考え方 金子書房

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114-145

Steffe, L. P. (1983). The teaching experiment methodology in a constructivist research program. In M. Zweng, T. Green, J. Kilpatrick, H. Pollack, & M. Suydam, (eds.), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*, pp.469-471. Boston, Burkhauser.

Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Illustrations and implications. In E. von Glasersfeld (ed.), *Radical constructivism in mathematics education*. (pp. 177-194). The Netherlands: Kluwer Academic Publisher.

Steffe, L. P. & D'Ambrosio, B. S., (1995). Towards a working model of constructivist teaching: A reaction to Simon. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 149-159

Steffe, L. P., von Glasersfeld, E., Richards, J., Cobb, P. (1983). *Children's counting types Philosophy, theory, and application*. New York, NY; Prager Publishers.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert and M. Behr, (eds.), *Research agenda in mathematics education: Number concepts and operations in the middle grades*, 141-161. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum