上越数学教育研究, 第 14 号, 上越教育大学数学教室, 1999 年, pp.21-28.

「余韻の残る授業」についての一考察*

岩崎　浩

1　はじめに

問題解決の授業を参観していると、余韻の残る授業というものに出会うことがある。

授業において追求してきた問題に対する解決が見いだされ、先生は授業を終えようとしておられる。一方、教室の中はまだざわざわしている。しかし、単に騒がしいのとは明らかに異なっている。そこには、何か張りつめた緊張感さえ感じられる。子どもたちの探究が終わっていないのである。授業でのある種の感動が余韻を残している。むしろ、さらなる探究が始まろうとさえしているかに見える。

このような場合、おそらく、先生が「次は...について調べましょう。」と言わなくても、「次はどんなことを調べてみたいですか。」とさえ聞けば、子どもたちは自ら追求したいと願うさらなる新しい問い（疑問）を口々に発することであろう。

ここで、余韻の残る授業とは、子どもたちのこのような姿によって特徴づけられる授業のことを指している。それは、子どもたちが問題を解決することを意図しているというよりも、むしろ、子どもたち一人一人がさらなる新しい問い（疑問）を生み出すように計画された授業であるともいえる。

「実際のところ、教えるということ (teaching) の 99 パーセントは、生徒に題材 (material) に対する興味をもたせることだということである。」[1] ——これはチョムスキーの言葉であるが、これは授業のもつ役割とその限界を端的に指摘している。そして、子どもたちの興味・関心の覚醒こそが、その役割であると同時に授業のもつ限界を克服しうる手段であることを示唆している。

子どもたちがさらなる新しい問い（疑問）を生み出している姿は、子どもたちの興味・関心が覚醒された一つの具体的な姿であるといえよう。したがって、余韻の残る授業を実現することによって、子どもたち一人一人の問題解決は、授業のもつ限界、すなわち、時間的・空間的枠を越えて、あるいは算数という教科の枠さえ越えて広がっていくこともあるであろう。

以下、「余韻の残る授業」の一つの本質的な特徴を捉えるための概念枠組みを一つの個人的な問題解決の反省から導く。次に、余韻の残る実際の授業エピソードをこの枠組みで記述し、「余韻の残る授業」の特徴を明らかにする。最後に、かような授業の実現の問題を考えながら、問題解決の授業のもつ「力動性の問題」を考えることの重要性を指摘する。

2　余韻の残る授業の本質的要素：「不確定な状況」

それでは、余韻の残る授業を実現するためにはどうすればよいのか?その際、デューイが

*この論文は、来年度ニチブン（株）から出版予定の『生きる力を育てる算数授業の創造』の第 3 巻第 2 章第 3 節「問題解決から広がる問題解決」（筆者担当分）に加筆したものである。

「探究」について述べている次の文章が、この問題をより具体的に定式化する一つの手がかりとなる:「われわれは疑問を持つとき探究する。すなわち、疑問に対する答えを求めるときに探究する。したがって、疑問とされうるということ、あるいは、可能性ではなく現実性を表わすことばでいえば、不確かであり未決定であり混乱しているということは、探究をひきおこす不確定な状況 (indeterminate situation) の性格そのものである。」[2)]

この探究をひきおこす「不確定な状況」という言葉を用いれば、上で述べた問題は「不確定な状況」をいかにしてつくりだすかというより実際的な問題となる。したがって、言うまでもなく「不確定な状況」をつくりだすことが教師の最も重要な仕事の一つとなる。

2.1 「不確定な状況」: 一つの例証

それでは一体「不確定な状況」とは何か。それはどのようにして引き起こされるのか。「不確定な状況」をより具体的に捉えていくために、鶴亀算の問題 :『かごの中に鶴と亀が入っている。頭の数は13で足の数は36である。鶴と亀の数はそれぞれいくらか?』とそれを解決するための一つの考え方としての図的モデル[3)]との関係について考察することにする。

文章題によって表現されている場面をよりよく理解するために、その全体のイメージを図によって視覚的に表現することは、よくやられることであり、しばしば有用である。今の場合、頭の数13というのをとりあえず○で表現してみる。次に足を描き入れようとするが、どこまでが鶴でどこからが亀かなのか見当がつかない。どのように描き入れればよいのか?全部で足は32本ある。これを余すことなく描き入れなければならない。その際、一つの○に対して2本か4本のどちらかでなければならない。どうすればよいか?ここで第一の用法での「問題設定」[4)]がなされたことに注意したい。ここで定式化された問題は次のように表現できる。すなわち、『頭の数を表す13の○がある。それぞれ一つの○に対して2本または4本の足が必ず描き入れられるように、32本の足を余すことなく配分するにはどうすればよいか?』実際「まさにその問題解決過程のなかで、新しい問題(あるいは問題群)を設定することによって、すべき課題を再構成しないでは、いかなる新しい問題をも解くことは不可能であるということである。」[5)]

さて、鶴亀算の問題は、上で新たに設定された「図の上で足を分配する問題」に置き換わったおかげでより明確になった。どこまでが鶴でどこからが亀なのか検討がつかないので、しばらく躊躇するかもしれないが、そのうちに、「一つの○に対して2本または4本の足を必ず描き入れなければならない」ことが、「一つの○に少なくとも2本の足を描き入れなければならない」ということを意味していることに気づくであろう。[6)] 後は、○に2本ずつ数えながら描き入れると26本。残りをさらに2本ずつ36本になるまで数えながら描き入れると、図は完成である。後は、出来上がった鶴と亀それぞれの数を数えると、鶴と亀の頭の数は、それぞれ8と5であることがわかる。

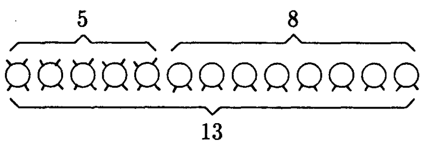

図 1: 考え方 : 鶴亀算の図的モデル

さて、とりあえず、答えは出せた。しかし、おそらくは解けてしまったという感じであろう。ここには、図のもつ全体的イメージの表現力及び操作性から必然的に導かれたかのような、この解決法に対するある種の不思議さがある。ここで、図的モデルが上述の鶴亀算に対する解決へと単に導いているだけでな

く、それ以上にわれわれに余韻を残していること、そして、ある種の不思議さがその根源となっていることにも注意したい。

この余韻は、さらなる探究へとわれわれを導くことになろう：この図的モデルで他のいくつかの問題を解くことを楽しんでみたいと思うことはその一例である。このような状況は、鶴亀算を解決するためにここでつくりだされた「考え方」としての図的モデルが、おそらく、まだ鶴亀算の解法として十分に確立していないということ、すなわち、認識主体が鶴亀算をこの「考え方」で完全に捉えきれていないという意味で「不確定な状況」を示すものである。「不確定な状況」とは、認識主体が捉えている「問題」とそれに対する「考え方」との間の緊張関係としてより明確に捉えることができる。(図2の①参照)

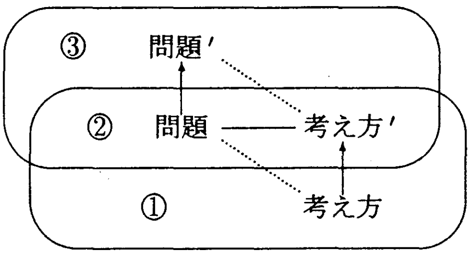

図 2: 問題と考え方との間の緊張関係の図式

おそらく、いくつかの同様の鶴亀算の問題を楽しめば、この図的モデルは認識主体にとって鶴亀算を理解するためのほぼ完全な「考え方」となり、この緊張関係は解消される。(図2の②参照) しかし、認識主体が捉えている「問題」が変化することで再び緊張関係が生じうる (図2の③参照)：今は、数が少なかったので、図を描くことで解決できた。しかし、もっと大きな数だとこの図的解法は役に立たないかもしれない。あるいは、もっと大きな数でもこの図的解法は可能なのだろうか?実際、この図的モデルは、この意味で限界をもっていることが指摘されている。[7] しかし、よりよく解決するための道具として、この図的モデルを拡張することは可能である。例えば、全ての○に2本の足を数えながら描き加える操作を、全ての○に2本ずつの足を繰り返し配る操作として意識し、さらに、乗法という演算に関係づけることができれば、全ての○を描く必要性はなくなるからである。このように、図を描く操作と演算が結びつくことで、この図的解法のより一般的な理解へと導かれる。例えば、「かごの中に鶴と亀が入っています。頭の数は724で足の数は1998です。鶴と亀の数はそれぞれいくらか?」という問題に対するこの種の図的解法は次のようになるであろう。

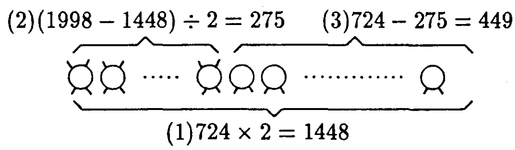

図 3: 考え方：鶴亀算の図的モデルの拡張

結局、この図から、亀の頭の数は $550 \div 2 = 275$ であり、鶴の頭の数は $724 - 275 = 449$ であることがわかる。このように、図的モデルをさらに発展させることで、適用できる問題の範囲は広がり、数の大きさによる限界は克服される。結果として、「問題」と「考え方」との間の緊張関係は再び解消されることになる。

2.2 余韻の残る授業のエピソードにみる「不確定な状況」

それでは、次に余韻の残る授業の実際[8]を概観し、上で見たような「問題」と「考え方」との間の緊張関係が、余韻の残る実際の授業の中にどのように生起しているかをみていくことにする。

「背番号が1から順に並んでいる子ども達がいます。41を中心にして向かい合っている2つの数の友達をさがしましょう。」これが

授業の中心となった問題である。黒板には、図4のような数表が示されている。先生は、23と20という具体的な数について「向かい合う数」の位置関係を子ども達と一緒に確認しながら、「20と向かい合う数（ア）は何か」という問題を出された。

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24			
				41				
							ア	

図 4: 提示された数表

答え62が確認された後、その「探し方」とその考え方を中心とした発表が繰り広げられる。特に、ある児童が発表した「数表を斜めに見ると一の位が同じで、10ずつ増えている」という数表の規則性に着目した考え方は子ども達にとって分かりやすかったらしく、その後、23と向き合う数にも利用される。先生は、「できるだけ早く」という条件を付加されたが、この考え方は強力で、その後30、さらに10と向き合う数を求めるのにも利用される。この事実は、子どもたちにとって、この考え方は当面の問題を解決するのに十分な方法となっていること、すなわち、問題と考え方との間の緊張関係がほぼ解消されていることを示している。(図2の①及び②参照) そこで、先生は数表を裏返し、数表を見ずに42と向き合う数、次に50と向き合う数を求めるというより発展した問題を出された。これによって再び問題と考え方との間の程良い緊張関係がつくりだされる。(図2の③参照) 子どもたちの考え方が視覚に依存しておりそのことが数表のさらなる規則性を見いだすことを妨げていたからである。

その後、数表を念頭に置いたやり方が発表されるが、今までとは全く異なる考え方が発表された。向かい合う数の組として生徒たちがこれまでに見いだしてきた結果が記された表（図5）を利用しはじめたのである。先生は授業の最初の方から、この表をさりげなく、しかし明確に板書してこられたのであった。62の場合を例として発表されたその「探し方」とは、式で表現すれば$62-41=21$と$41-21=20$によって求めるというものであった。この探し方には、向かい合う数と中心との関係に関する本質的な「考え方」が含まれており、これによって数表を見なくても計算によって向かい合う数を求めることができる。

先生は、さらに、板書の表の上下の数（それぞれX, Yという文字で表す）をみて何か気づくことはないかと子どもたちに問いかけられた。この教授行為は子どもたちの理解の状態を慎重に見極めた上で、その後の子どもたちの問題解決活動の生産性に対する見通しを伴ったより積極的な指導である。その後、しばらく子どもたちは黙って考えていたが、何人かの子どもたちが気づきはじめる。そして、ある子どもから$X+Y=82$が成り立っているということが発表されたときには、「あっ、ほんとだー、すごーい。」という驚きの声と拍手が湧き起こった。その後、先生は子どもたちと一緒に、この関係の有効性をOHP上の数表に照らして確認された。その過程でさまざまな問題が生起する。82という数値がでてきた根拠は何か？中心の数を変えたらどうなるか？中心の数を変えても向かい合う数同士の和は、中心の数の2倍という関係は成り立っているのか？... これは与

20	23	62	30	10	42
|	|	|	|	|	|
$\boxed{62}$	$\boxed{59}$	$\boxed{20}$	$\boxed{52}$	$\boxed{72}$	$\boxed{40}$

図 5: 向かい合う数の組

えられたそのものへの挑戦[9]を含む第二の用法での問題設定、すなわち、新しい問題の生成としての問題設定である。

確かにこの前の段階、すなわち、ある子どもから $62-41=21$ と $41-21=20$ を含むアイディアが出された段階で当該の問題はある程度解決されていたといえよう。しかし、このままでは、このように問いが広がっていくことは難しかったように思われる。問いが授業時間を越えて広がっていくためには、上で例証してきたような、ある種の不思議さが必要なのである。その理由は、われわれが「いくつかの新しい問題をしたいと思うだけではなく、せざるを得ないと感じるのは、採用したアプローチや到達した結論に驚いたり、困惑したり、幾分不満を抱いたりしたからである」[10]ということである。

$X+Y=82$——これは確かに当該の問題に対するより明確な解であるが、そこには、不思議さ、いや、それ以上にある種の感動が伴っていた。その結果、授業は終わったが、子どもたちの問題解決は終わるどころか広がっていったのである。

3 「余韻の残る授業」の実現の問題

3.1 「問題」と「考え方」との間の緊張関係の意味：メタ知識の視点から

前節で見てきたように、余韻の残る授業は、子どもたちの不確定な状況が連続的に創り出されている授業として特徴づけられる。それは、「問題」と「考え方」との間に絶えず緊張関係が創り出され、維持されている授業であるともいえる。

これは一体何を意味しているのか?余韻の残る授業は数学教育学的にみてどのように評価できるのか?Bauersfeld(1993)は次のように述べている。

> 数学の学習と教授の理解には、知識伝達のモデル(a model of transmitting knowledge)よりも、むしろ、文化への参加というモデル(a model of participating in a culture)の方が適している。数学の授業の様々なプロセスに参加するということは、数学を使って何かをするという文化に参加することであり、もっと言えば、一つの活動として数学化するというような文化に参加することである。その授業を観察すると、そこに多くの技能を確認することができ、文化の主要な結果として受け取れるだろう。しかし、それは、授業の手続き的な表面を形作っているにすぎないのである。これら多くの技能は、建築物を形作る煉瓦であるが、数学化というまさにその家のデザインは、別の次元で処理される。実際、文化について言えば、参加を通して学習されることの核心は、何をいつするか、そして、それをどのようにするかということである。(狭い意味での)知識は、使用者が、ある状況に直面したときに、その知識を用いるのが適切であるかどうかを確認できなければ、無駄になるだろう。知識はまた、もし学習者が、その必要な要素を、当面している状況に、柔軟に関連づけたり変形することができなければ、ほとんど助けにならないだろう。言うなれば、数学の授業という文化に参加することから生じる主要な効果は、主にメタレベルにおいて現れ、間接的に「学習される」だろう[11]。

前節で述べた「余韻の残る授業」の表面を形作っていた煉瓦に対応するものの一つを、数表の関係 $X+Y=82$ によって表現しうる「考え方」であるとすれば、子どもたちは確かにこの関係を学んだ。しかし、単に、この関係を知っただけではない。子どもたちは、この関係あるいは「考え方」が生み出される過程に参加することを通して、すなわち、この「考え方」が導き出されてきた過程を通して、この「考え方」についての見方(メタ知識)をも学んだと考えられる。より明確に表現すれば、子どもたちは、この授業への参加を通して「この数表において、41を中心として向き合う数同士の和は82である」ということ以上に、(1)この関係は向き合う数を見いだす一つの方法であり、しかも、(2)いち

いち表の上で数えなくても単純な計算によって見いだすことができるという意味で、最も効果的な方法である、ということも同時に学んだということである。

そして、子どもたちがメタレベルで間接的に学習するであろう、ここでの「考え方」についての見方、すなわち、上述の (1) や (2) のような「数表の関係 $X+Y=82$ によって表現しうる「考え方」」についての見方は、自分ではどうすることもできない、あらかじめ決まっている関係としての数学の見方よりも、問題により適切に対処するための方法としての数学の見方を強めていると思われる。余韻の残る授業にみられる「問題」と「考え方」との間の相互作用的な発展過程は、数学本来の循環的発展過程と整合しているとみることができるからである[12]。

3.2 「問題」と「考え方」との間の緊張関係の創造のために

「余韻の残る授業」を実現するための教師の最も重要な仕事の一つは、子どもたち一人ひとりに生産的な「不確定な状況」をつくりだすということである。

そのためには、上で見てきたように、子どもたちの理解の状態、すなわち、子どもたちが捉えている問題とそれにアプローチするための「考え方」を慎重に見極めることがまず何よりも必要となる。このことは（この状態によって引き起こされる）真の「疑問」は極めて個人的な領域に属しているということを今一度慎重に見直すことであり、いわゆる、進歩主義教育 (progressive education) の基本的な理念の一つである「子どもたち一人ひとりの能力、興味、経験に敬意を払う」[13] という考え方に通じている。 例えば、現実世界の問題を取り上げさえすれば、あるいは、子どもが作成した問題を取り上げさえすればそれが子どもたちが追求したいと願う問題とは限らない[14] ということは注意すべきであろう。

いわゆる「探究」、すなわち、上で例証してきたような、次々に問いが広がるような、「余韻の残る授業」として特徴づけられる問題解決の授業は、ある一定の解決へと収束していくような問題解決というよりも、ある事柄をよりよく理解しようというきわめて人間的な行為として最もよく捉えられる。したがって、問題解決過程を理解、計画、実行、振り返りという問題解決の段階的な見方を強調するというよりも、むしろ、問題に対する認識主体が構成する表象の変化、[15] あるいは、「問題場面」に対する理解の深化の過程 [16] として捉える方が指導上適切であろう。

また、このような指導を実現するためには、特定の内容を教えることに安住せず、時には脱線を覚悟して、子どもたちと一緒に考えるといった教師側の柔軟な姿勢が必要になってくる。その際、何か特定の数学的内容を指導することが数学を指導することであるという、われわれの数学指導観に対する根本的な反省も促されねばならない。[17]

3.3 問題解決の授業の力動性の問題

上で、「問題」と「考え方」との間の緊張関係が本来的に個人的な問題解決の授業における子どもの立場に立った指導の必要性を強調した。一方、「余韻の残る授業」を実現する上での教師の仕事 :「問題」と「考え方」との間の緊張関係の創造とそれを維持することには、教師の積極的な働きかけの必要性が含まれているということも強調されねばならない。

「問題」と「考え方」との間の緊張関係の創造とは、子どもの自然な思考の流れを大切にすることではあるが、子どもの自然な思考の流れに単に沿うことではない。例えば、先に概観した授業エピソードにおいて、ある子どもから $62-41=21$ と $41-21=20$ を含むアイディアが出された段階で当該の問題はある程度解決されていたにもかかわらず、先生は、あえて、板書の表の上下の数 (それぞ

れ X,Y という文字で表す) を見て何か気づくことはないかと子どもたちに問いかけている。これなどは、子どもの自然な思考の流れという立場から見ると、子どもの自然な思考の流れに沿わないどころか、洗練された解法を知っている教師がその解法へと導く教授行為であり、上で述べた問題をよりよく理解しようという問題解決の立場と矛盾している。しかし、この教師の教授行為が「余韻の残る授業」の実現にとって重要な役割を果たしたことは既に指摘してきたところである。この現象は、「問題」が発展してこれまでの「考え方」との間に緊張が生じるというのではなく、これとは逆に、「考え方」が発展してこれまでの「問題」との間に緊張が生じていると捉えられる。

手島(1985)は「授業とは、まことに不思議なものである。同じねらいであっても、また、同じ問題であっても、問題の提示の仕方により、教師のちょっとしたしぐさによって、授業の流れがしばしば異なった方向で展開されていくからである。」[18] 同氏の指摘する教師の教授行為という「さじ加減」一つによって大きく変化する問題解決の授業のダイナミックな特徴を「問題解決の授業の力動性」と呼ぶならば、この「問題解決の授業の力動性」の問題は、「よい問題の開発」等の問題と並んで問題解決の授業を考えていく上で重要な問題である。

手島(1985)は、子どもの知的葛藤をいかに誘発するかという観点から、「教材提示の順次性逆転」「問いの位置づけの逆転」「単元の位置づけの逆転」「数値の違いによる子どもの思考の揺れ」など「問題解決の授業の力動性」を支える、より具体的な指導の手だてを提供している。本稿での取り組みも、「問題解決の授業の力動性」の問題に関わっきた。本稿では、「問題解決の授業の力動性」を分析する一つの視点として「問題」と「考え方」との間の緊張関係の創造という見方を示してきたのである。

「余韻の残る授業」——その指導は「あらかじめ決められた解決」へと導くことでは決してない。何よりもまず、子どもたちの理解の状態を慎重に見極め、子どもたちの理解に応じてより適切なそして生産的な緊張関係を創造し、それを維持することが大切である。最も重要なこと、すなわち、子どもたちが自ら問題を発展させる契機となるのは、子どもたちの不思議さ、驚き、そして感動であるということも忘れてはならないであろう。

註及び引用文献

1) Chomsky, N. , *Language and Problems of Knowledge*, The MIT Press, Cambridge, 1988, p.181. (ノーム・チョムスキー, 『言語と知識 —マナグア講義録 (言語学編) —』(田窪行則, 郡司隆男 共訳), 産業図書, 1989, 181 頁.)

2) Dewey, J., Logic: The Theory of Inquiry, in Boydston, J.A. (ed.) *John Dewey : The Later Works, 1925-1953* Vol. 12: 1938, Southern Illinois University Press, 1986, p.109. (デューイ, J., 「論理学 — 探究の理論」(魚津郁夫 訳), 上山春平 (編)『パース ジェイムズ デューイ (世界の名著 59)』中央公論社, 1980, 492 頁.)

3) この直観的で示唆に富む図的解法は、Fischbein(1977) が数学学習におけるモデルの意味と役割について考察するための一つの例として取りあげているものである*。この図的モデルは、平林がすぐれた身体的行動のシェマの例として紹介している**が、一般的には余り知られていないように思われる。
*Fischbein, F., Image and Concept in Learning Mathematics, *Educational Studies in Mathematics* , Vol. 8, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland, 1977, pp. 153–165.
**平林一栄, 『数学教育の活動主義的展開』, 東洋館出版社, 1987, 330–332 頁.

4) 問題設定 (Problem Posing) には、基本的に、2 つの用法を区別しうる。第一に、与えられた問題の再定式化であり、もう一つは、新しい問題の生成である。(Silver, E.A., On Mathematical Problem Posing, *For the Learning of Mathematics* Vol. 14, No.1, 1994, pp. 19–28.)

5) Brown, S.I., Walter, M.I., *The Art of Problem Posing*, Second Edition, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, 1990, p.2. (ブ

ラウン, S. I., ワルター, M. I.『いかにして問題をつくるか —問題設定の技術—』(平林一榮監訳), 東洋館出版社, 1990, 2 頁.)

6) ここから導かれる、「全ての○にとりあえず2本ずつ足を描き入れる」という自然な考え方が、鶴亀算の常套手段「全部鶴だと考えよ」に対応していることに注意したい。平林はこのモデルを身体的行動のシェマの一例として特徴づけ、この見事なほどの理解のしやすさを次のように説明している:「全部をつると考えよう」という、かなり不自然な算術的考え方は、ここでは「全部のマルに棒を2本ずつ配る」という、きわめて平凡な自然な行動にやきなおされている*。」
* 平林一栄, 前掲書, 1987, 331-332 頁.

7) 例えば、Fischbein(1977) は、この図的モデルをこの文章題と同じタイプの文章題 —— 2 種類の通貨価値の異なる(例えば、2DM と 5DM)9 枚の硬貨がある。合計の金額は 27D.M. である。硬貨はそれぞれ何枚あるか—— を解くために用いることは不可能ではないけれども、「実際、不自然なので、初めて用いるようなときには、ほとんど図的な洞察が生じるような可能性はない」と指摘している*。また、岩崎 (1992) も、この同じ図的解法の限界を表記論的視座から「その数が極端に多くなれば図の対象指示性に破綻をきたすし、鶴と亀がリンゴとミカンに変われば図の自己表出性に問題が起こる」ことを指摘している**。
* Fischbein, F., 1977, *op. cit.*, p.156.
**岩崎秀樹「問題解決過程の表記論的分析—算数から数学への展開—」, 岩合一男先生退官記念出版会編『数学教育学の新展開』, 聖文社, 1992, 205 頁.

8) 平成 10 年 9 月 25 日 (金) 小学校算数教育研究全国(新潟)大会が新潟市立浜浦小学校を会場として開催された。ここで取り上げている授業は、第 5 学年の特別公開授業として聖徳大学教授手島勝朗先生によって行われたものである。

9) Brown & Walter(1990) は、与えられたものへの挑戦を含む問題設定によって、われわれは自身の考え方に見通しを開くことができるとした上で、「あるものを、そのまま見るのではなく、それを、内から外から、上から下からながめたあとで初めて、その本質や意義を見ることができる。*」とその意義を述べている。
*Brown, S.I., Walter, M.I., *op. cit.*, p.15. (ブラウン, S. I., ワルター, M. I., 前掲書, 18-19 頁.)

10) Brown, S.I., Walter, M.I., *op. cit.*, p.113. (ブラウン, S. I., ワルター, M. I., 前掲書, 152 頁.)

11) Yackel, E. Cobb, P., Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics, *Journal for Reserch in Mathematics Education 27*, 1996, p.459.

12) これと共通した考え方は、Steinbring,H.(1997). Epistemological Investigation of Classroom Interaction in Elementary Mathematics Teaching, *Educational Studies in Mathematics, 32*(1), pp.49-92. や、岩崎 浩 (1998).「メタ知識を視点とした授業改善へのアプローチ:「指示の文脈」と「記号体系」との間の相互作用」,『数学教育学研究』 *4*, 全国数学教育学会. 83–103. にみられる。

13) Dewey, J., Progressive Education and The Science of Education, in S. Brown and M. Finn(eds.) *Readings from Progressive Education: A Movement and its Professional Journal*, University Press of America, Lanham MD and London, 1988, p.161.

14) 例えば、Brown(1996) は、問題設定において陥りがちな誤信として「生徒たちが自分自身で問題を選択すれば、それらを解決しようという動機づけが生徒たちによりよくなされる、あるいは、生徒たちが取りかかる問題をよりよく理解することになるという主張*」を挙げている。
*Brown, S. I., Towards Humanistic Mathematics Education, in Bishop, A. J. et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1996, p.1314.

15) Silver, E.A., Foundations of Cognitive Theory and Research for Mathematics Problem-Solving Instruction, in Schoenfeld A. H. (ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education*, Lawrence Erlbaum Assiciates, Hillsdale, 1987, pp.33-60.

16) 布川和彦「数学的問題解決におけるストラテジーの役割」,『教育学研究集録』筑波大学教育学研究科, Vol. 13, 1989, 107-117 頁.「問題の問われた問題場面を理解することが、解決過程のある段階で一度になされるとするのではなく、むしろ解決が進むにつれ、少しずつ理解されていくものと考えるのである*。」
* 布川和彦「考え方としてのストラテジー」, 古藤 怜先生古希記念論文集編集委員会編,『学校数学の改善 —Do Math の指導と学習—』, 東洋館出版社, 1995, 109 頁.

17) 平林 (1987) が「少ないものから出発せよ。そしてそれをどこまでもどこまでも発展させよ。数学とはかようなものである*」というガッテニョー自身の言葉で端的に指摘する同氏の活動主義的立場は、この立場の一つの例である。
*平林一栄, 前掲書, 1987, 216 頁.

18) 手島勝朗,『算数科問題解決の授業』, 明治図書, 1985, 166 頁.