

## 授業三型論に基づく教師の数学的資質\*

湊 三 郎\*\*

はじめに

教員養成学部における教師教育に関わる研究プロジェクトからのお招きを頂き有り難う御座います。算数・数学教師の教育、また教育学部の学部改革によって教育文化学部の学校教育課程を立ち上げる際の代表としての経験をもつ者として、この研究プロジェクトへの取り組みに対し敬意を表します。どのような資質をもつ教員をどうやって養成するかが現今かましい教員養成大学・学部の問題の出発点であり、終着点であるはずです。

自分たちの仕事としての教員養成の問題に取り組まれている本学の姿勢に接することができ、感謝申し上げます。往々にして教員養成に関係している自分自身には触れずに、現場の先生方に対して指導上の工夫や考え方の変容を要望することがあります。昨年 11 月下旬に東京学芸大学で開催の第 34 回数学教育論文発表会において、本学の布川和彦氏他 7 名による、算数・数学科教員養成のための科目編成の研究(布川他，2001)が注目を集めたのも自らの事としての研究だったからでしょう。終了直後に、数学の先生方を巻き込ん

だら更に進展するだろうと布川先生にお話し致しました。教員養成は、今日の区分に基づけば学部においては専門科目と教科教育科目との協調によって具現化されるからです。ところが田中教授を代表とする当プロジェクトは正にそうなっていて、秋田大学の学部・大学院での教え子である高橋講師からの話に気安く、実は感激して応じてしまった次第です。私の数学教育論を述べる羽目になりました。お聞き苦しくとも逃げの手を打たずにお話し致します、これまでもしてきました(湊,1993)から。

算数や数学の指導に求められる教師の数学的な能力については、数学の力がもっとなければならぬ、数学をもっと勉強させねばならぬ、一層高度な数学を知って初めて数学教育が出来るのだといった言葉を数学の側からよく耳にします。大学に勤め始めた 30 年前頃には、この主張には妥当性があると考えていました。少なくとも教師の数学的な力量を高めること、あるいは高いことは望ましいと考えられるからです。

東北地方の年配の数学教育研究者の間によく知られている話があります。東北地方の二つの教員養成大学・学部の数学科のそれぞれに所属する二人の教授が、数学教師の養成において要求されるべきは数学的能力か指導技術力かという議論をある列車の中で始め、この議論が白熱して、約一時間大声で喚きながら終点到着したというのです。お二人の

\*本稿は平成 14 年 2 月 21 日に、平成 13 年度上越教育大学研究プロジェクト(教育実践研究，特定研究，13～15 年度)，高校数学から「教師に必要な数学」への橋渡し教材の開発研究，の一環として開催した講演のための原稿である。

\*\*秋田大学名誉教授

議論を直接聞いたのではないので詳細はわかりません。ともかくあり得る議論ですし、あってもおかしくない議論です。ただ、このような数学能力派と指導技術派の間の論争は単なる水掛論争となる可能性が大きいのです。

数学能力派の言い分は、数学の力がもっと高くなければ数学教育を考えることも、実践すべきでもないということ、あるいは、だから今日の大学では数学を重点的に勉強し、若干の教育実習を経験しておけば現場で実践力を身につけて一人前の数学教師になれるということでしょう。更に、大学の数学教育科目は附属の先生の非常勤で充分であるとなり、「数学教育教官不要論」に行き着くでしょう。本当のところ、学問の府である大学の数学科に真理探究的性格の極めて希薄な実践に関わる人間が居ること自体が不潔・不浄・不快なのです。数学教師に数学的能力がなくとも良いかと言われれば、数学能力派の主張が正しそうですし、数学を知っていれば指導の技術は二、三年の経験を踏み、その間先輩から適切な指導をしてもらえば十分とも思えます。教科専門的知識をもつ者が代用教員として素晴らしい教育をしたという話しも聞きます。

教科教育側から見れば、教員養成に何の見識も無いままに教員養成の場に入って来て、「数学教育教官不要論」とはと恐れ入るばかりです。然し、戦後の教員養成は数学能力派に力を与え、その主張、数学的能力の向上、を教員養成の看板としてきました。例えば、戦後の大学における教員養成により、小学校教員の教科専門的知識は大幅に向上したと捉えられています。尤も、これは教師になるまでの学習歴の延長によるところが大のはずで(参照)、大学による直接的貢献ではありません。

ともかく、数学に対して数学教育の立場は非常に弱かったというのが一般的な状況です。数学教育教官の採用や昇格に際して数学の論文の要求も時・所によってはあったと聞

きます。数学教育(教職科目)担当教官の愚痴はあちこちから聞かされました。数学教育科目を「張り付け」に関わらず全員で担当する大学・学部もあるようですが、平等主義による人間関係の円満化と数学教育科目の変質によって問題の本質は隠されてしまったでしょう。これも「数学教育教官不要論」に結果的に加担しています。

国際調査において、我が国の数学教師の態度が世界の数学教師の中で殆ど最低である事はご存じですか。教員養成大学・学部は中学校数学教師にかなりの責任をもつとしても、高校数学教師の多くは理学部数学科等の卒業生でしょう。ここに挙げる資料は第2回国際調査(1981年調査実施)に関するものです。資料(湊,1999)の25頁の図は中学生の数学好嫌度を表し日本は最下位です。26頁右側が中学数学教師、左側が高校数学教師の数学好嫌度の図です。中学数学教師の場合は最下位ではないが、オランダ、フィンランド、日本が纏まって最下位群を構成しています。高校数学教師の場合は断然最下位です。図は国際比較であり、我が国数学教師の平均値は好き・嫌い の中間あたりです。為念。

私の限定的な調査では、教員養成学部の数学科に入学する学生は殆ど例外なく高校までの数学は大好きであり、高い態度をもっています。ところが、学生に数学の好き嫌いを調査しようとする、「数学とは高校までの数学ですか、大学の数学ですか」との質問が必ず出ます。大学の数学になると途端に低い態度になります。このように育った教師達は自分たちが受けてきた高等学校までの数学教育から一步も出ないでしょう。こういう者には数学的な質の高さなどは期待できないし、数学の真の楽しさを語ることも出来ない。数学を沢山勉強させればよいという議論は単純すぎます。私の子供達のように数学系に進まない普通の生徒の指導は数学が好きでたまらない先生にやってもらいたいのです。

少し先回りしてお話ししました。教師にとって数学に対する態度の良否など、極端に嫌い、それなら数学を勉強していないはず、でない限り無用だとの考えもあります。何の議論もしていない現段階ではこの意見を否定出来ません。それで私の個人的見解を披露したのです。既にお気づきでしょうが、教師の資質の問題は、数学教育とは何かという問題、優れて数学教育学的問題を抜きにしては語れないのです。先述の二人の教授の議論も、この点から出発すれば大声で喚き散らす必要もなく有益な議論が成立したはずです。

学校教育法によって算数・数学教育の目標等を押さえることから始めます。

### (1) 算数・数学教育の目的、目標

#### ・学校教育法

第17条 小学校の目的 小学校は、心身の発達に応じて、初等普通教育を施すことを目的とする。

第18条 (算数に専ら関わる項目として)

五 日常生活に必要な数量的な関係を、正しく理解し、処理する能力を養うこと。

第35条 中学校の目的 中学校は、小学校における教育の基礎の上に、心身の発達に応じて、中等普通教育を施すことを目的とする。

第38条 中学校の教科に関する事項は・・・  
・監督庁が、これを定める。

#### ・学校教育法施行規則

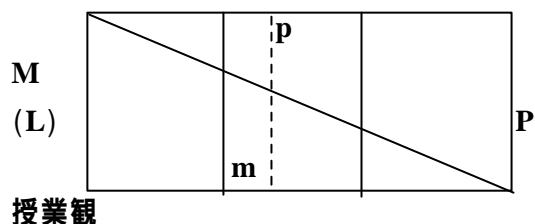
第24条 小学校の教育課程は、国語、社会、算数、理科、・・・、体育の各教科、道徳並びに特別活動によって編成するものとする。  
(法令の条文は終了)

学校教育に関する法令の記述(参照)は、これから私が展開する授業三型論、特に現今の授業型と矛盾しないことの確認のためのものです。上記の学校教育法、同施行規則は算数・数学の学習指導要領の幾度かの改訂に対しても耐え得る程に巾の広い規定です。

以下では学習指導要領には触れず、算数・数学教育の現実態としての授業に進みます。

### (2) 算数・数学授業の三型論

算数・数学、特に中学校の数学の授業が始まった明治期以降、授業は我が国では大きく大別できる三つの型に従って発展したとの仮説をもっています。戦前の中学校は義務教育ではありませんでしたがそれを含めて扱った方が事態は明瞭になります。この仮説の設定に至った研究(湊・八柳, 1989)を必要な範囲で説明します。この研究では「大学における授業論では、特定の授業を良しとし、それだけを学習させるのではなく、授業をある観点から分類して、代表的な授業を提示し、批判的検討を行うのがよい」(p.33)との立場から、教育学や心理学の主導でなく、数学と子供に関する観点を設定しました。



授業型 A B C

A: 講義型 教師の説明を中心とし、教具の操作も教師により行われる講演会的授業

B: 問答型 (または講義・問答型) 講義式の中に発問・応答が組み入れられ、必然的に子供の心理(例えば誤り、意欲)が入り込み、これが無視できない授業

C: 自力解決・討論型 学習課題が与えられ、子供の取り組み、その後の討論による深化や一般化を図る授業 (モデルとしては安保(1968)) 研究会等では普遍的な授業です。

基礎的観点は甚だ単純なものとし、数学の論理(M)(論文では一般性からLと記す)と子供の心理(P)とに与える相対的な重みに従っ

授 業 型	学 習 の 型	教 科 観 ・ 数 学 観	教 師 の 位 置
A 講義型 教科の論理が支配	受動的 注入 知識吸収	唯一絶対の真理 内容・方法は既定	神の分身・代弁者 意図的教育
B 問答型 教科の論理と 子供の心理	自発的・自主的 発問・応答 発見	唯一絶対の真理 方法に自由度	神の分身・代弁者 成功的教育を期待
C 自力解決・ 討論型 児童の心理の目的化	主体的 創造・発明	内容・方法に 自由度	指導者・援助者 成功的教育

て三つの授業観、を設定し、それらの代表的な授業として三つの授業型 A、B、C を選び出しました。授業観では別の授業型をとることも可能でしょう。この授業型に従って、秋田大学教育学部附属小学校で同一教材を同一教師が同一学年の別々の学級で授業したビデオを作成しました。研究の有効性の判定法として、学生に視聴させたところ学生は授業の違いやその特徴を甚だ明瞭に識別しました(湊、八柳(1989))。その後、別の教師によって二つのビデオを開発しました。

これらの授業型について学習の型、教科観・数学観、教師の位置、を総合的に捉えたのが教科指導のパラダイムの変遷(資料 )として口頭発表(第54回東北・北陸数学教育基礎的研究会例会、1993年5月9日 山形市)し、後にそれを幾つかの論文に用いました。修正、整理すべき所がありますが、その口頭発表時の OHP シートを用いて補足しながら説明します。

上の表について若干の説明を加えます。A の授業は、唯一・絶対の真理としての数学を、いわば授けることを狙いとするので、内容・方法共に数学に従います。それを生徒にわかりやすく崩すことは許されません。明治期の

幾何がその典型です。生徒にとって余りにも難しすぎる場合、易しくするのではなく、止める、または学年を上げることしか許されません。明治期の「幾何学初歩」の扱いです。一方で、わからない生徒は落とすこととなります。これも旧制中学がしていたことでした。教師は、神の代弁者か、もしくは学会の代弁者です。わかりやすく教える工夫・改善は悪ですから、教師はその学問を忠実に、正確に講義すること、おそらく講義以外の方法はないでしょう、で職責を果たしたことになります。意図的教育とは、講義を一生懸命に行う、講義をする意図をもつことで職責を果たしたことになり、生徒がどれ程理解したか、出来るようになったかは問われないという意味です。古き良き時代、ほんの少し前までの大学がそうでした。最近講義が悪であるようなことを言う人もいますが、そのような魔女狩りの発想は止めるべきです。ここでは講義型の授業がそれ自体として悪ではないことに注意しておきます。

この A 型の授業によって獲得される知識は正確に言えば「・・・と先生が言われた」というもので、殆ど暗記的性格の知識です。試験では先生が解いた通りに解かねばなりません。

ん。勝手に自分流の知識にするなどは駄目です。だから、使うための知識ではありません。

講義型では授業は退屈であり、子供の身に付いた知識とならないとの反省から発問・応答をとり入れた授業が B 問答型の授業です。実際、この B 型授業では、小学校の児童は活性化され、生き生きとしますが、教師は講義式の場合と同じく絶対なので、小学教師は面白くて止められません。教師の卵達の人気の授業です。「よく考えたね、でも間違いなんです」の世界です。B 型授業では効果・効率の観念が入るため意図的教育では駄目になりましたが、然し数学はやはり絶対ですから、絶対に成功することを期待することもできません。

C 型授業は、子供の既存の知識を基にして概念等を構築し、学級全体での討論で深化、発展させる方法ですから、教師は教材と授業との準備で力を発揮するが、授業は子供を主体として動きます。この場合、授業で教師がガンバッテいることは良い授業の評価にはなりません。教師の頑張りや数学の面白い部分をむしろ生徒から取り上げてしまうでしょう。ともかく、児童・生徒が正当な目標に向かってどれ程学習したか、それがどれだけ成功したかが評価されるべきで、成功的教育といえます。教師の努力ではなく、子供の学習の成果に関するアカウンタビリティが求められるのです。

高校や大学の教師が生徒や学生が出来ないと小言を言いますが、それへの対策が提案されるのでなければ、そのような小言は聞かないことにしています。このような小言には、言外に自分の努力を認めて欲しいという意図的教育観がみえるからです。私の経験からすると実力の無さを裏返して言っている事が多いのです。もう一つ、全校集会や運動会などで、子供達に近づいて事細かに指導している先生を見かけます。それが必要な子供も居るし、そのような場合もあるでしょう。然し、

通常は自分の努力を校長や観客に見てもらいたいための行動ではないか。普段指導しているれば発達段階に応じてそれなりに育っているはずで、そして、それなりに育っていること、それ以上でもそれ以下でもないこと、が最も大切なことです。

これらの授業観・型の背景には数学観の違いがあります(湊, 1997)。対立する二つの数学観の一つは、数学を唯一絶対の知識とみるもので、外在的数学観、あるいはプラトンの数学観と呼び、他方は数学を人間の所産とみなすもので内在的数学観、あるいはアリストテレス的数学観と呼びます(湊, 1997)(OHP)。注意すべきは、これらがプラトンやアリストテレスが所持していた数学観であることを主張してはいないこと。A、B 型は外在的数学観で、C 型は内在的数学観(OHP)に対応します。B と C との間の移行期はどちらでも何とかなるでしょう。然し、外在的数学観をもって C 型授業をすることは不可能で、もしやっているとすれば、方法的に真似ているだけで、C 型授業の本質とは違うはずで、そのような教師が意外と多いかも知れません。

### (3) 授業三型論の有効性

以上述べた算数・数学授業の三型論、略して授業三型論と言います、に関して少し検討します。上記の研究では、これら三型の授業があり得ること、識別できることが核心であり、歴史的な順次性をもつか否かは問題ではありませんが、そのような仮説を立てています。私は、戦後ではありますが旧制中学に入学したので、旧制中学の授業の体験はもっています。勿論、特殊な体験です。座学はここに記した A 型、または B 型の入り口程度の授業でした。ともかく、戦前の中学校での授業記録は殆ど無いでしょうから、この仮説を直接検証するには別途の手法が必要で別の研究に委ねます。私はそのような研究の必要性は

感じませんし、義務でもないので実行するつもりはありません。A、B、Cの三型は、戦前の、特に早期の小・中学校の授業、これの改善のために大正期から小学校で特に準備され戦後に広まったとされる発問を取り入れた授業、戦後から次第に形成され、最近の授業研究会などで一般化している典型的授業、であると考えられ、様々な外的事実と整合的です。C型は発問が一問一答方式を抜け出し、大きな課題となったものと推測します。数学教育なる概念の成立や講義式の授業を改善する重要手段としての問答法の授業への導入(A・B)(宮阪, 1978, 発問)。算数・数学に対する態度概念の移行(湊, 1995)(A・B・C)や数学観の変容(Minato, 1997)(A・B・C)と整合的です。

現在、世界の数学教育は、いわば授業観から授業観へ、数学を教師の手から子供の手へ渡す授業への転換を求めています。数学教育世界会議 ICME の 2000 年の ICME9 (幕張)におけるドイツ・ドルトムント大学 Wittmann の全体講演(Wittmann, 2000)やギリシャの Sakonidis の OHP で提示した文言を示しておきます。この文中の太字は私が付しました。

・ E. Ch. Wittmann : The idea of transposing academic mathematics down to school mathematics is wrong at its very outset , because...

・ H. Sakonidis : School mathematics was seen as a simple version of mathematical knowledge.

昨年 2001 年の夏にオランダで開催された PME25 におけるリスボン大学教授でポルトガル文部省にも関係している P.Abrantes (2001)の全体講演は、上記の移行をポルトガル数学教育界の総力を結集して行うことの決意表明でした。

科学、芸術を学問的に教えようとする立場を私は「学問教育」(湊, 2001)と呼び学問教

育批判をします。意図的に誤解されないために文献を挙げました。例えば、本物の音楽に接することを私は否定していません。学校の音楽は、音楽学校に行く人のためにだけあるのではないということ、人間形成に資するべきだということです。前掲の湊(2001)の論文には、宇野功芳の音楽教育、中山正敏の物理教育、大野 晋の国語教育に関する学問教育批判をとり上げています。数学教育を人間形成の一助とする考えは A.J. Bishop(1990)も明確に示しています。彼は英語圏の人物ですから、Enculturation を用いてそのことを表現します。尤も、Bishop の数学教育のこの目標論は次に述べる米国心理学者 Stiglar には不評で、書評において個人的信念なら許されるがとしていました。我が国算数・数学教育における戦後の学問教育運動は後に批判します。

第3回国際調査と併行して実施されたビデオ研究(Stiglar & Hiebert (1999))における独、日、米、特に数学の程度が高いとされるドイツと日本、の標準的な授業型に対して、前記の授業三型論は怖ろしいほど明快且つ強力な視点を提供します。例えば、この図書 p.26 のドイツの数学教師に関する記述 Our impression is that teachers in Germany are in charge of the mathematics and that ... .(ドイツの教師は指導する数学を預かりもっている、数学の担当者は教師である)は A 講義型、または B 問答型に特徴的な数学教師の姿(資料、数学観(OHP)、及び Minato(1997)参照)を備えています。勿論、誰から預かっているかは明らかで、神が死んだとすれば、数学者からです。米国の授業型はこれら二国と少し違いますが本質はドイツに近く、授業論の授業で、我が国の高校の一部で行われている計算志向に逃げた授業と特徴づけられます。ここではこれ以上触れません。

この図書では数学を誰が control するかが重要な研究指標とされています。支配者はド

イツでは教師で、日本(C型授業が日本の典型とされています)では生徒だとしています。ドイツの授業では、短い発問がよく発せられます。一問一答方式で、間違えると別の子供に当たります。ドイツの授業は、B型の入門期と私が見る所以です。日本の教師は授業においては余り大きな役割を演じていない(In Japan, teachers appear to take a less active role, allowing their students to invent their own procedures for solving problems. (p. 27))、との言葉は、我が国の授業に私が言うC型の特徴を著者等も見ているからです。

ビデオ研究の各国の授業が何型であるかは、本来的にここでの事項ではありません。ここで検討して得た結論は、授業三型論が授業を扱う際に国際的に、少なくとも我が国を含めた場合は、授業の識別に優れて有効な視点を提供しているという事実です。

#### (4) 豊かな算数・数学教育

この項目において、本講演での必要性の範囲で私の現在の算数・数学教育観を記します。本項目の表題「豊かな算数・数学教育」は、平成11年(1999年)の夏に、秋田県で開催した第81回全国算数・数学教育研究(秋田)大会の研究主題「豊かな算数・数学教育の創造」からもってきました。この研究主題は、大会のために作文され考案されたものではありません。ここでは、この全国大会の際に提示した幾つかの記述に限定して参照・引用します。要約的に述べると、「豊かな算数・数学教育」とは、数学が唯一絶対の真理であるとするプラトンの数学観から離脱し、数学を人間の所産として捉える立場から数学教育を構築しようとするもので、次のような文言を用いて説明されます。誤解を軽減するために文は前後を端折らずに提示します。なお、文献については第81回…を省略して示します。

この研究主題は、算数・数学を人間と

の関係から捉え直そうとする立場から設定したものです。(湊, 1999a, p.1)

学問的論理に厳密に従った数学教育から、すべての子供にとって学ぶ意味や価値を見出せるような数学教育に早急に転換しなければなりません。編集委員会(1999, p.17)

豊かな算数・数学教育の創造は「数学教育の人間化」という視点から、教室外のリアリティーを豊かに取り込むことによって実現されるのです。編集委員会(1999, p.18)

数学学習とは、数学を唯一絶対として吸収することではなく、数学的知識を自己の生活知識と豊かに融合することによって独自の数学世界を形成することである、と考えるべきでしょう。編集委員会(1999, p.17)

大会要項の編集委員会の文言は、子供達の算数・数学教育をどうするかという側面から記述されるのが多いのは当然ですが、教師や授業に関する文言も幾らか拾い出せます。

唯一絶対の数学を効果的、効率的に授け、伝達する教師から、数学を自らのこととし、算数・数学を子供とともに創出する教師へと変革することが求められます。(湊, 1999b, p.3)

数学的能力にもまして、教師一人ひとりの人間観、教育観、数学観が問われているのです。(湊, 1999b, p.3)

そして、大切なことは間違いを指摘することよりも子供の能動的活動を援助することであると(私達教師が)考えるようになり、数学の授業は、子供が数学的活動を通して豊かな意味を形成することを目指して行われるようになるでしょう。編集委員会(1999, p.18) [この場合の括弧は意味の上から挿入したものです。]

なお、上で「編集委員会」と記したのは、この大会の研究主題の解説であり、この大会の研究推進委員長 浜田 真 の記したものに私が若干訂正・加筆したものです。

## (5) 望ましい授業

一単元(章)の授業の流れには様々な相があり、例えば問題演習やテストを行う時間もあり、また単元の導入のみで終わったり、展開が中心の授業もあります。方法単元の形式を我が国の単一時間の授業が辿ることが多いとしても、授業は単元を通して一様ではありません。ビデオ研究に関して今日その補完的な研究が進められているのは妥当です。然し、それにも関わらず授業型は典型的な授業を認知するのに威力を発揮しました。授業型が、授業観に基づいているからです。この観念は、形式的かつ単純に数学と子供との関係の量的側面で表現されていました。然し、この量的な違いを具体的に授業において実現しようとするなら、これは大変なことなのです。実際、C型授業が何故に戦前に現れなかったのかを問うて見ることもできます。この、量的に与えた差異には授業観に影響を与える人間観、教育観、数学観、直接的には数学観、の本質的な観念が関係しています。これらに関する教師の思想的変容を前記の「豊かな算数・数学教育」の創造は求めています。

私が望む授業観と一つの具体的な授業型は、既に明らかのように、授業観に基づき、C型授業です。この授業観、及び授業型は、歴史的には新しく、尤も秋田においてはそれほど新しくはない(安保, 1968)のですが、最近の研究授業などで採り上げられている授業はこの範疇に入るでしょう。ビデオ研究で特定された日本式の授業はこの型でした。

特に強調しておくべき事は、数学を預かりもっている教師が数学を講義したり、数学の路線から逸脱させないために子供に数学を細かく分け与えていくのではなく、子供に数学的課題をどんと与え、子供の既有経験に基づいて考えさせ、その上で子供の話し合いを導きながら深化、発展させ、数学的に洗練させるという授業がC型であることです。このようにして概念を形成し、独自の数学世界を

形成させる(前項の )、別の表現を用いれば数学と自分とを自分流に設計させるのが数学の指導であるとしています。従って、ここでの数学教育は、B型授業におけるように効果、効率のために子供の心理を扱うのではなく、子供の心理、概念形成は勿論、態度等の情意面の全般が形成すべき目標に含まれ、数学を教えること、数学自体を習得することから離脱して、数学学習を人間形成の目的に奉仕するものと捉えることを意味します。これらのことは、前項目のうち、特に 、 、 が表しています。平林(2000)の主旨とも一致していると考えます。

## (6) A、B型授業で要求される教師の資質

ここで望ましいとするC型授業を実践する教師の資質をとり上げる前に、それこそ反面教師として、A、B型授業の実践に必要なかつ望まれる教師の資質を扱っておきます。勿論、何れの場合も、次に述べるC型授業の実践の場合でも、算数・数学の授業をすれば数学の知識は必要ですし、学校の教員である限り必要な知識は他にもあります。以下で述べるのは、授業型による知識や能力の重点に関する移動と、知識量のみでない知識の質への視点の移動の議論です。それが妥当ならば、教師教育の問題は、知識量のみを採り上げても無意味であること、全く同様に指導技術のみを採り上げても無意味であるとの結論に至ります。

以下では、指導技術の直接的検討は深入りしませんので、先に記した指導技術派に対して少々述べます。端的に言って、問答型の授業が望ましいなら、それに付随する指導技術を磨くべきであり、何が何を求めているかを知るべきです。例えば、我が国では板書の技術が重要視されました、特に暫く前に板書の技法に関する図書が多数出ました。この技術は現時点での米国では殆ど一文の価値もないでしょう。一頃、指導技術に関心をもった研



究組織がありました。そこにはそれなりの理念があり、方法があったでしょうし、よく知りませんからその会を批判するものではありません。最近「参加」が知られることになりましたが、技術というと、その技術を使う場と独立に捉える、捉え得るとする者が多く、だから技術というと気安く集まってくるのですが、そのような考えでは技術を身につけても無用どころか危険です。この危険性をマイクロ・ティーチングやミニ・レッスンの研究に感じ、その種の気安さを醸す研究発表にはこのことを指摘してきました。以下では、中学校の数学教育に的を絞って知識の質に関する問題を検討します。

A型授業の場合、話は極めて単純です。数学を学問体系に沿ってきちんと諳んじる事が出来る力が教師の資質の最初にして最終の条件です。皮肉を言えば、先に OHP でお見せし、また意図的教育観として述べたところによって、学習者が一人もいなくとも講義をする能力が望まれるというところでしょう。おそらく、教師になるための数学学習は暗記をもって代替できる如き知識の所有でしょう。学者でもない一介の教師が自家製の知識をつくったり、教えたりすべきではありません。勿論、日常性や応用とは無縁でかまいません。現今の数学科教員養成が実質このようになっていないのであれば幸いです。

教員養成などと言う言葉を迂闊に出しましたが、A型においては少なくとも教員養成という仕事は、他と区別されるものとしてはありません。数学教師になりたい学生がいるとか、卒業生が数学教師になったとかはあっても、数学教師養成の独特の科目も教育課程も必要ではなく、数学者養成教育として行われます。A型の場合は、現場に出て二・三年経験を踏めば何とかなる程度です。そもそも、この授業型の理念のもとには数学教育の概念が存在しないのです。殆ど存在しなかったのです。このことは日本も米国も同じ事情にあ

りました。旧制帝大の流れを汲む大学理学部数学科で、数学教育研究者を迎えて数学科教育法を学生に学ばせるようになったのは、例外は有るかも知れませんが新制大学の発足から相当過ぎた時点だったのではないでしょう。

B型授業では事は少し複雑になってきます。A型授業を実践するための方便としてB型授業が出てきたのですから、一方でA型授業を実践出来る数学の力が必要で、他方、効果・効率を高めるための教育心理学的知識、知識やその獲得に関するものや動機付けに関するもの、が要求されます。勿論、子供のコントロールの能力も必要ですが、ここでは先述のように重要点のみを扱います。最近まで、あるいは今日でもこの二本立てが教員養成大学・学部の教育課程の構成原理であったでしょう。事実、現在の教育職員免許法(第5条別表)はこのことを明示しているとしか受け取れません。新しい現行の免許法では「教科または教職に関する科目」の欄が設けられていますが、それは選択の話です。

ところで、全国的な調査の結果としても、またよく耳にする話でも、教員志望の大学生は数学の専門科目と指導する数学とが結びつかないと言います。それを結びつけるのはあなた方一人ひとりの学生だと教官は言ったりしますが、大学で講義される数学と中学生のために作られた中学数学とは別世界のものであり、結びつくものでしょうか。矛盾の統一だの、止揚だのと観念の遊びをする人もいるかも知れませんが、今日の形式主義の数学は、そのような哲学とは縁を切って存在し、仮にそのような哲学を適用したとすれば、その途端に数学は数学ではなくなってしまう。他教科では、結びつきをとれるかも知れませんが数学では結びつきはありません。だから、学生からは文句が出るのですし、教官は教官で、中学数学と異質な数学だからそれを大学で教えたいのです。ではないのですか。

### (7) C型授業で望まれる教師の資質

先の(4)項においても述べ、(5)において参考とし、更に発展的に述べたところによれば、C型授業は、数学を用いて人間形成を図る教師、数学を教えることから数学的世界を形成させる教師、算数・数学を子供とともに創出する教師によって実践されます。従って、数学の果たす役割の認識に基づき、教材を選択し、子供達の活動を中心に据えるために適切な課題を設定して、思考活動が積極的に行われるようにし、更に子供達の討論を意味あるものに組織出来る力量が教師に期待されます。このためには、数学の能力水準の高低に先だって、教師のもつ数学的知識の質の良否が最重要問題になります。

大学における数学は、中学数学と結びつき得る数学、別世界の数学ではない数学、であることが前提となります。このことは、内容的に同じでなければならぬことを直接は意味しませんが、内容的に何らかの重なりをもつことが望まれます。これが、上記問題の第一です。ですから、プラトンの数学観では不可です。専門数学といえども、様々な結果を整理したところこのように整理できましたと言う立場をとらなければなりません。公理主義の立場は、数学史的に触れることになるでしょう。

上記問題の第二として、大学における数学の学習方法は、領域特殊性に即して、教育に関して良質な知識を学生達をもつために学生自身が、数学を子供達がC型授業で学習するのと同様な仕方で学習することです。このような学習によって、初めて数学と自己自身とが明確な関係をもつことができ、大学の数学と中学校の数学とが、内容的にずれがあっても、抽象的、形式的な違いはあっても同じ世界で結びつくことができます。このずれは、数学教育の将来の発展につながる可能性も秘めています。

教員養成大学・学部の数学の問題は、数学

の量や高低の問題が大前提なのではなく、数学の質、学習の質や学習の仕方にあります。実際、数学の力が幾らあっても、又幾ら無くとも、今述べた質をもつ数学でなければ何事も意味しないからです。数学能力派が数学の力が、あるいは大学での数学の履修科目が不足であるという主張をしたいのなら、そのような議論は常に開かれているべきですが、このような質の学習を前提とした議論をすべきであり、従来型の数学の講義をもっと増やすといった安易な提案は先がみえています。

少し戻りますが、数学の指導とは子供に独自の数学世界を形成させることだとか設計させることであると言いました。これらの言葉を非常に奇異に感じる数学者もいるでしょう。数学が唯一絶対ならば子供の数学などあり得ないはずだ。上の言葉は何となく子供に肩入れし、単なる言葉遊びにすぎないのではないかと怪しむでしょう。プラトンの数学観の所有者や数学会の数学しか数学と呼ばないことに固執されていれば当然と思います。後者の場合は「18世紀の数学」などの言葉も使えませんが。この問題は、吉田(1995)が述べているカリキュラス(計算体系)視点 対 コレスポンデンス(対応規則)視点、これと併行的に 法則解明の科学 対 規則解明の科学 という対立関係を検討してみるのがよいと考えます。対応の前項が共にプラトンの数学観に基づく数学に対応し、後項はアリストテレス的数学観でもあり、むしろ普通人の数学とあって良いでしょう。

先にも若干触れましたが、一部の高校の数学教育が計算に逃げているのは、子供の能力の問題だけではなく、教師が数学に課しているカリキュラス視点、あるいは法則解明の科学観によると解釈できます。従って、数学を普通人の数学(mathematics for all)、科学とみれば規則解明の科学であり設計科学(Simon, 1996)です、を学び、学ばせようというのが「豊かな算数・数学教育」の意味するものです。

#### (8) 教科専門科目としての数学とその講義

以上述べたことの極めて重要な結論は、専門科目としての数学、代数学、幾何学、解析学等の講義、通常の大学用テキストの解説に類する講義(講義型授業)は、テキストを使うか否かは問題ではありませんが、A、B型の授業を行う教師教育の場合にはあったかも知れない価値と比較して、現今その価値は完全に下落したということです。今日の数学教育とはミスマッチだということです。本稿の冒頭において、算数や数学指導の教師の数学的な能力については、数学の力がもつとなければならぬ、数学をもっと勉強させねばならぬ、一層高度な数学を知って初めて数学教育が出来るのだと言われたことを話しました。この問題に対する結論は明らかになったので、数学を指導される大学教官に関するお話しをします。

注釈が必要であり、誤解の危険性を十分承知で申し上げるのですが、教員養成学部における「教科専門(数学専門教官)教官不要論」を私は提出します。これは、本日の講演の初めに出した「教科教育教官不要論」に対応する論です。本学の教官がどのような仕事をされて居られるか存じ上げませんので、本学の数学専門科目の担当教官が無用であると言っているわけではありません。ただ、教科専門としての数学、理学部の数学を薄めた如きものを講義されるだけの教官は、教員養成大学・学部の専任教官としては不要だということです。そのような講義は、仮に必要だとしても非常勤講師で十分です。従って、講義型の授業をされているだけの数学教官は教員養成学部には居る必要はなく、むしろ居てはならないのです。教員養成が大学で行われるべきか否かは検討の余地があるとしても、ともかくこういう教官は教員養成の本質には関わっていないと私はみます。従って、教員養成大学・学部の教授会にこういう人間が出席して、教員養成に関する大学・学部の方針を決めるこ

とはあってはならぬのです。

実は、以上の問題が曖昧にされてきたのは教科教育にも責任があることも明らかです。「にも」としたのは、戦後の教員養成学部が教科専門教官の席が教科教育教官の席よりも圧倒的に多いことが改善どころか問題提起さえ阻んできました(参照 )。数学教育で見れば、今日の大学院では最低数は、数学が5、数学教育が2となっていますから。

広く数学教育の実践・研究者にある問題点をお話します。戦後の教員養成大学の教科専門教官はもとより教科教育教官の中にも支持者があり、日本教職員組合を背景にし、更に有名出版社の支持をも得ていたと思われる数学教育協議会による運動を無視することはできません。尤も、この運動は、現在の中心人物と思われる鈴木正彦(1999)によって「数学教育協議会の識者等によって創出された"新たな方法"は、教育内容・指導法を大胆に見直そうとする積極面を有した。しかしながら、この方法は、"数学という科学を教える"ことを基本的視座に置くものであった。従って、学習者の認識に基づくものではなく、数学のもつ特性そのままに、算数・数学教育に適用せんとするものであった」(p.55)と自己批判がなされています。

これは数学版学問教育です。数学を絶対とする立場で授業観は にすぎりながら、効果、効率を求めて不純にも授業観 に少し頭を突っ込んだのでしょう。効果・効率のための動機付けには、よりによって最も外発的で競争原理に立つゲーム、例えばトランプゲームが使われました。立場は滅茶苦茶であることも明快なら、この自己批判は甚だ明快です。然し、数学教育の根本的問題の誤りが、研究者の理念として語られる形式によって批判的検討される余地を残さないように決めつけられ、このような理念が歴史的に変容、成長していくことを拒否し、何故に運動として強力に継続されてきたのか、これも甚だ滅茶苦茶

です、を問わねばならぬでしょう。これこそ科学主義の立場をとりながら科学の原理をわきまえぬ行為として糾弾されねばなりません。

#### (9) 教師に必要な数学

量的・学習内容的側面と質的・学習方法的側面とがあることはこれまでの議論から明らかです。量的・学習内容的側面は、多いのに越したことはないとしても、現実の枠内では、欲張るべきではありません。但し、私としては、数学教育科目との分担関係もありますが、数学史、数学観、数学の有効性(私がメタ数学と称したもの(湊, 1975))を扱うべきであると考えます。先にも記したとおり、普通人の数学ではない形式主義の数学を直接扱わないとすると、矢張これに対し一応の知識をもつことが求められるし、初等幾何では必要です。このことは数学史に含めたつもりです。最近、ドイツではこの方面の能力の養成が「科学論的能力」として、提案され、また「数は何を表すことができ、何を表すことができないか」を考えさせようともしています(国本, 2001)。数学教育側の動きに対する数学側の「反対勢力」を考えれば、Wittmann 等がこのような能力の必要性を叫びたくなるのは身に沁みてわかります。(資料の右側参照、この資料には後に触れます。)

質的・学習方法的側面は、数学を指導するときと同様な仕方で学習することが望まれます。この方法のみで全てを通すという考えよりも、この方法を基本とし、数学的に重要な点での扱いに留意するのが妥当です。実際には、教官による教材研究、授業実践、その評価と修正とが行われなければなりません。近時行われているFDの本質はこんなものでしょうか。なお、特に数学においては学生に興味・関心をもたれることは重要なことではあっても、学生が観客としてではなく数学的活動の主体となることが目標であるべきです。

#### (10) 橋渡し教材

本学の入学生の数学的能力と期待される数学との間の落差が大きければ、橋渡しが必要になるでしょうが、入学生の数学的能力等については未知でありますので触れることはできません。私の経験からお話しすれば、学習指導要領にもよりますが、分数概念(計算ではありません、1とaとの最大公約量、共約可能性)、数の乗法と除法の意味、代数和、加法群、乗法群と分配法則による実数体( $a \times 0$ )、ベクトル概念(位置ベクトル)、分類と同値関係(分数:有理数 vs 有向線分:幾何ベクトル、図形)、座標系(直交座標系、極座標系、空間の座標系)、極限の概念(自然数nを限りなく大きくすると、 $1/n$ は限りなく0に近づく、の意味など)、変数と定数との区別(直線 $y = ax$ でaを0から次第に大きくする)などに十分留意して学習させることが望まれます。

一方、教師に必要な数学の多くをC型授業で生徒が学習し、教師が指導するときと同じような方法で学習すべきなので、橋渡し教材が必要なら、高等学校数学の再履修、例えば高校教科書を辿る、の形をとらずに、C型授業を実施し、学習内容を更に発展させるのが望ましいでしょう。例えば、数列の基礎的概念を把握させるには、数列の定義と(訳の分からぬ数字の羅列の)例、等差数列、等比数列、・・・と進むのではなく、ハノイの塔(OHP)から入り、項や一般項を議論の必要に応じて導入していく方法があります。等差数列は、その付け足しの形で扱うこともできます。学部の初等科数学の教材としてこの方法で導入したこともありました。また、複利計算を細かく実行することから指数関数に進めた事もありますが、今日の利息は魅力不足かも知れません。

#### (11) 教材開発とその例

高々1、2の単位時間をカバーし、学習目

的を一応完結するような課題は小・中学校の教材として色々開発されており、それらを数学的立場をも考慮しながら学習することも教員志望学生には好ましいことですが、実際には教材研究に近いものとなります。ハノイの塔の例では、必要に応じて一般項の表記法を入れるなど、必然性が感じられるようにすることが大切で、この方法は中学数学の根本的な方針と一致します。等比数列、更に発展させて等比級数などにも進めれば、もう少し大きい単位が設定できます。アリスモゴンから出発すれば、線形変換、行列・行列式迄も進め得るかも知れません。ともかく、数学的に発展性のある、学習の意味がある数学が背景にある教材が望まれます。

ここでは一つの簡単な例として、一昨年のおきた算数・数学フェスティバル開催以来、ほぼ毎週朝日新聞秋田版に掲載されている問題の一つ(資料 〃、問題作成者は秋田大学教育文化学部附属中学校 田仲誠祐教諭)をとりあげます。この 〃 は、不特定多数のフェスティバル来場者に見てもらうために作成したものを現場教師向きに若干修正したものです。修正の趣旨は、問題の変型や一般化の私による例示にあります。フェスティバルでは、子供達に数学の問題に「チャレンジ」させますが、その際は与えられた原問題を解いたら、問題を更に発展させた問題をつくってそれを解くことをさせており、そのような原問題の作成のための参考に供することです。

資料 〃 では、問題の解答を円周の8等分点として示した後に、もう少し具体的に長さで考える仕方を示しました。また、脚色も工夫できることを示しています。次に巡回群と捉え得る事を述べました。更に、問題の一般化をし、あまり高水準にはならないところで様々な問題を作り出しました。この問題から回転群に進むことも可能です。群の概念を抽象的に導入するのではなく、簡単かつ具体的でイメージを伴うものとして導入することが大

切で、有理数や実数における群と合わせて、群の概念の把握に有効です。

以上の例は「問題をちょっと変型」を子供達にまかせて C 型授業で学習する教材として相応しいし、学生が解いてみるのも良いでしょう。学生達は、受験数学のような見た目に高度な問題は解けるが、それからはずれた簡単な問題が解けないものです。勿論、学生には参考にさせながら別の問題を扱わせる事も可能です。

ともかく、数学的には陳腐だと捉えている方々も居られるでしょう。そう捉えて頂いて全くかまいません。こんな場合、自分の数学的能力の優秀性を誇示したがる教科教育研究者も居るものです。一つの行き方は頑張っ、時には他人の作成した教材を盗用したりして目的を達成する、もう一つは能力が判定される事態の回避のために具体例など出さないという対処法です。私はどちらもとりません。私は教科教育の専門家であり、教科教育の実践と研究に必要な数学の力は要求されますが、それ以上を他人から要求されるいわれは全くありません。明らかなことですが、数学の能力が必要な程度を越えて高いことが数学教育の能力の高さの指標にはなりません。このようなことへの理解の欠如が教員養成大学・学部を駄目にしてきたのです。この理解が出来なければ、教員養成大学・学部はつぶした方がよい。実際、一方には教科専門教官不要論があり、他方には教科教育教官不要論があるならば教員養成大学不要論に至るのは当然です。第二次大戦後の教員養成はずっとこの問題を解けずに来ました。ともかく、前記の Simon (1996) 等を読んで下さい。

教科教育の研究と指導とが私の仕事でした。教科専門の方々の領域を犯してまで教員養成大学・学部における「教科専門教官不要論」を唱えたいのでは全くありません。これと併行的なことは、附属の先生より授業が上手だと教科教育関係教官が自慢することで

す。それが事実なら、彼が大学教官として優れていることを示すどころか、彼は学部の教科教育教官として劣っていることを示すと私は捉えます。

教材開発には、平林一栄（1994）、Wittmann, E. Ch. 講演録, 湊 訳（2000）、Müller G. and Wittmann, E. Ch.（1984）、Development Research Project "mathe" 2000（2001）等が参考になります。

#### (12) 教科専門の数学教官の役割

これまで、教科専門の数学教官は、学部でいえば理学部に次いで教育系大学・学部が、レベルは別として数学のままに講義が出来るところとして多分住み良いところであったでしょう。然し、学部学生の学習の要求を考慮してそれに応えることが、その学部の常勤職員としての必要な資格である以上、数学者だから数学を教えていますでは存在理由になりません。これが先に、教授会に出席する・・・でお話したことです。これは、どこの学部へ赴任されても同様であって、その大学、学部において大学生の[数学教育]を担当しなければならないのです。最近、大学においても授業を観察し、評価し、改善することが行われるようになりました。（私は、20年以上前に、心理学、理科教育と数学教育の三者で、私の場合は算数科教材研究に関して授業研究を行ったことがあります。）ともかく、この仕事は、数学それ自体の研究とは違った地平のこと、数学指導を一つの纏まりとして捉えることを要求します。

数学の程度に高低の違いがあり、方法も少し違うかも知れませんが、中学校で数学を指導することと数学教育の実践という意味において本質的には同じです。数学教育研究者に数学の力が或る程度は必要であるのと同様に、教員養成大学・学部の数学教官には、数学教育に関して素人の常識を幾らか越えた知識や見識が必要です。尤も、指導の概念はと

んでも無く難しい概念であることも課題になるでしょう。

秋田大学教育学部の学部改革と併行して、事情に共通性をもつさる大学教育学部の改革が行われており、その学部長から、目ざす学部改革をすると自分たちの仕事が無くなると数学教官から泣き言を言われているけれども、あなたの所ではどのように説得していますかとの質問を受けたことがあります。その際の答は以下に述べるところと同じものでした。

教科専門の数学教官は教材開発をするべきです。現場の数学教師と教科専門の教師(場合によっては教科教育研究者も)とが同一のテーブルについて、その地域、その学校、その学級、その子供に相応しい教材を開発されることを期待します。学校教育は、唯一絶対の臭いの強い数学の場合でも地域性をもつ教材が開発されねばなりません。その開発した教材を、多少手直しが必要かも知れませんが、学生に課しながら、教員養成のための数学を学習させるべきです。この仕事は、数学教育教官よりも数学に力のある者、大学で数学を指導する者の手に委ねられるのが原則的です。

なお、子供に数学を手渡すにはともかく子供の知識と整合的であるべきだと言うのが、参考文献等(内在的数学観の OHP シート、編集委員会(1999))で記したことです。教員養成が地域に根ざすことの必然性は、多分このことしかないでしょう。学部改革に関連してそのような文書を作成して本省に提出したことがあります。昨年、類似の考えが報道されていました。

#### (13) C型授業科目の免許法上の取扱

教員養成大学・学部の教科専門の数学の指導がC型を基本として行われるならば問題はないのですが、以前と同様の講義型、即ち旧制中学の数学教師の養成に見合うようにな

される場合、その穴埋め、あるいは横方向の橋渡しが望まれます。即ち、学問・科学に沿って教えられた数学と数学科教育法・算数科教材研究(算数・数学教育論)・授業実践との間の横の繋がり、別に表現すれば、規則解明の科学としての数学の学習、を付けることが必要になります。平成10年(1998)年に発足した秋田大学教育文化学部の学部改革に際して、このことをとり上げ、C型授業的数学の授業科目の設置と指導とを構想しました。然し、教科専門の担当者は、数学だけではないのですが多くが別課程に所属することからこのような話しは受け入れられないと判断しました。教育学部の事務担当官は、免許法上は教科専門と教職専門とに分かれてそれぞれの資格が審査されるから、教科教育担当者が(無審査で)教科専門科目を担当することはできず、そのような科目は教科専門科目としての単位認定は不可能だとしました。そこで、この問題を事務局から本省に掛け合ってもらうことを要請しました。

不可能であることを覚悟の上で、教職科目の教科教育関係科目に、上記の科目の目的を一部達成しながら教科教育科目として認められる科目を1教科当たり4科目、8単位を上限とし、また状況が許せば(担当者が居るかなど)ここまで開設することとし、「内容学」の名称で設定することとしました(秋田大学教育文化学部, 2001)。教科によって異なりますが、8単位とは当時の40単位の五分之一、専門科目(5人として)の1人分を上回らず、教科教育担当者2名で各2科目(例えば隔年で1科目ずつ)とあまり無理がなく、また、数学の場合は代数、幾何、解析、応用数学の4領域に対応するとして定めたものです。代数学と幾何学とに関するこれらの科目、私案的概要が、これが正式な案で、資料に例示した

- ・算数・数学科内容学 (代数学系)
- ・算数・数学科内容学 (幾何学系)

の題目をもつものです。( )を付けたのは、教科専門科目への対応を明確にしたかったからです。従って、ここに記したものは当初意図した橋渡し教材それ自体ではありません。なお、先に触れたように、の幾何学で数学の体系化を知らせる意図を含んでいます。

新学部の教育課程やシラバスが完成後に出示された新免許法では、丁度8単位が教科専門と教職専門のどちらでも良い単位となりましたので、新学部の教育課程の上では符合してはいますが、私の考えは、教科専門科目では、従来型の講義・演習から抜け出せない可能性があり、C型科目を専門科目の中に若干でも設置することを狙っていたので、ずれを感じています。但し、教科専門の全体の基本をC型にしていくためには都合の良いことかも知れません。勿論、この授業型の移行は我が国の高等学校でも困難であり、米国の中学校でも最大級の問題とされていることです。講義に命を懸ける大学教官は、内容を変える以上に困難ではないか、特に現在のような外圧によって変えねばならないという意識の強い時期には難しいと考えます。

おわりに

教科専門教官不要論は私の心の中からは解消しましたが、教科教育教官不要論については何も述べてきませんでした。然し、ここでお話しした授業観や授業型に基づく教員養成の問題への探求は、数学の範囲では全く無理、教育学などの範囲でも数学の特殊性からして甚だ困難で、算数・数学教育研究者にして初めて可能です。

尤も、Aの講義型授業なら数学教育教官は全く不要であり、数学者と現場教師が指導すれば充分です。Bの問答型授業は、全く驚異的な授業方法でしたから、学生の指導にはこの方法に理解のある教科教育教官が居た方が良かったでしょうが、短い発問・応答程度の問答型授業なら教科教育教官の必要性は殆ど



無いように思います。B型授業を基にする数学を教えるための効果・効率に関する研究は私には魅力は全くありません。私はB型授業、授業観に基づく数学教育を積極的に推進しようという考えはありませんでした。

ここで一層明らかになったことは、数学(M)と子供(P)との関係を示すための先の概念図が教科専門と教職専門との関係をも如実に示していることです。勿論、これまでも述べてきたように、量の問題よりも質の問題が重要であり、この概念図は要求の強さを表現していても、時間数などの量的側面を強調しているものではありません。

教員養成大学・学部の学生の質、数学的能力、が問題の解決を困難としているとの考えは数学者側に強いでしょう。大学で数学を講義してもわかるような学生が少ないのだと。多少繰り返しになりますがこれにお答えします。まず、それ、即ち少ないということは事実だろうと考えます。では解決法策はあるか。定員を五分の一とか十分の一にする、勿論一般大学でも教員になりたい者への免許交付条件を極めて高くすることが具体的です。こうすれば、少子化といえども数学教員不足となり、そのために数学を中学校でも、勿論高等学校でも必修科目からはずします。数学者が言うようなまともに数学に取り組める子供達と教師達の事として数学を限定してしまうのです。私は、最悪のシナリオと称して類似の提案をしたことがあります(湊, 1993)。民主主義の世の中では、それこそ戦争など異常事態が発生しない限り、数学への予算は付かなくなるでしょう。平時に予算が出たら、有権者として私は文句を言います、それこそ大声出して喚きます。

勿論、そのような行き方に私は全く反対です。私が考える数学教育は全ての人のための数学教育ですから。更に、別の数学教育学的立場からも反対です。先にも述べたとおり、大学における従来型の講義で得られる知識と

中学数学の知識は異なる世界の知識だからです。そして、今日の多くの大学教授と同様にそのように養成された教師は講義型、高々問答型の入門程度の授業をしようとし、それしか出来ないでしょう。一般に、知識はそのような学習法では力をもつ知識にならないことは既にわかっています。勿論、エリートだけの数学教育だよと言われれば、それまでですが。但し、その数学教育は先に記した学校教育法のもとでの数学教育ではないことも覚悟しておいて下さい。

本講演で強調致しましたC型授業の大学における最も容易で且つ有効な実践は、時に高校数学の繰り返しの形をとりやすい橋渡し教材にあると考えます。一つ、二つの実践を試してみるところから始まるでしょう。教官が難儀し工夫するだけでなく、受講学生をも引き込んで授業の一員に仕立てることが出来れば大成功です。

本学教官が我が国のみではない世界的な数学教育の問題に、積極的に関わろうとされていると私は考えますので、皆様の意欲に感謝致します。数年前とは更に異なった状況が出現しているかも知れませんが、自身の大学ではなし得なかったことを試みようとして居られると感じ、敬意と感謝とを申し上げます。私は、素晴らしい春の気配をようやく感じているところです。

#### 配布資料

教科指導のパラダイムの変遷 1

数学教育の窓から見た戦後の教員養成  
風土 1997 8pp.

算数・数学教育の呼称をめぐって 14pp.  
豊かな算数・数学教育の創造のために  
風土 1999 6pp.

算数・数学科内容学 の概要予定  
1p

出会う地点何力所? 問題(朝日新聞  
2001.10.10 秋田版) 1p



「出合う地点何カ所？」をうんと楽しもう

1p

## OHPシート

- ・授業三型論
- ・A 講義型 3枚
- ・B 問答型(講義・問答型)
- ・C 自立解決・討論型
- ・教科指導のパラダイムの変遷
- ・外在的数学観
- ・内在的数学観
- ・ハノイの塔
- その他項目だてなど

## 参 考

### 算数・数学教育関係科目とその概要

- ・算数・数学教育学概論(小学校免必修) : 目標・内容・方法の推移による目標の明確化, 算数・数学の独自性と連続性との教材による検討, 発達段階に関する理解
- ・算数・数学教育学演習: 数学的認識, 指導内容・方法・評価の理解の深化
- ・算数・数学教育学講義 : 小・中・高を通じた発展の相と子どもの発達段階
- ・算数・数学教育学講義 : 算数・数学が関わる総合的な学習の意義と実践事例
- ・算数・数学教育学講義 : 現代の科学論・人間観・認識論と数学論, 及び授業との関係
- ・算数・数学教育学講義 : 算数・数学教育史, 教科の成立, 改造, 進歩主義, 現代化等
- ・算数・数学教育学講義 : 学習指導と評価, 授業設計
- ・算数・数学教育学講義 : 算数教育目標論に基づく教材開発論
- ・算数・数学科内容学 : 代数系教育内容, 文字式の学習心理
- ・算数・数学科内容学 : 幾何学, 幾何教育の歴史と教材, Van Hieleの学習水準論
- ・算数・数学科内容学 : 解析学の発展と自然科学, 数量関係・関数の教育材

・算数・数学科内容学 : 統計学の発展過程, 蓋然性、具体的教材, コンピュータ活用

## 文 献

- ・Abrantes, P. (2001); Revising the goals and the nature of mathematics for all in the context of a national curriculum. Proceedings of the 25th Conference of the PME. Freudenthal Institute. I・25-40 .
- ・秋田大学教育文化学部 (2001); 平成 13 年度開設講義一覧 - 平成 12 年度・13 年度入学者用 - .
- ・安保 宏 (1968); シート学習方式による学習指導法改善の実証的研究. 数学教育学論 15・16, 43-66 .
- ・第 81 回全国算数・数学教育研究(秋田)大会要項編集委員会 (1999); 研究主題[解説], 同大会要項. 17-18.
- ・Developmental Research Project "mathe 2000" (2001); mathe2000 Selected Papers . University of Dortmund, Dept. of Mathematics .
- ・平林一栄 (1994); 小学校教師の数学体験. 黎明書房 .
- ・平林一栄 (2001); 算数・数学教育の基礎的問題の反省. 東北数学教育学会 32. 3-13 .
- ・国本景亀 (2001); ドイツの算数・数学教育の最近の動向. 日本数学教育学会誌 83, 9, 39-49 .
- ・湊 三郎 (1975); 数学教育における教育内容の一考察. 秋田大学教育研究所報 12, 92-110 .
- ・湊 三郎 (1993); 数学教育とは数学を教えることであるのか - マンガによる数学教育原理 - . 秋田の数学 27. 所収. 秋田市算数数学教育研究会
- ・湊 三郎 (1995); 数学に対する態度. 「数学教育の理論化へむけて」所収論文, 日本数学教育学会編 167-176 .
- ・Minato, S. (1997); Three Modes of Classroom Teaching of School Mathematics

Relating to Two Conceptions of Mathematics.

東北数学教育学会年報, 28, 3-13. (解説 1 頁を含む)

・湊 三郎 (1997); 数学教育の窓から見た戦後の教員養成. 秋田県教育雑誌 風土 42. 10-16. 資料

・湊 三郎 (1999); 豊かな算数・数学教育の創造のために. 秋田県教育雑誌 風土 49. 22-27. 資料

・湊 三郎 (1999a); 第 81 回全国算数・数学教育研究(秋田)大会のご案内. 日本数学教育学会誌 81-3, p.1.

・湊 三郎 (1999b); 第 81 回全国算数・数学教育研究(秋田)大会大会要項所収, 同大会実行委員長挨拶文 p.3.

・湊 三郎 (2001); 算数・数学教育の呼称をめぐって. 東北数学教育学会年報 32. 14-27. 資料

・湊 三郎, 八柳久夫 (1989); 算数の授業過程を学習するためのビデオ教材の開発. 秋田大学教育学部教育工学研究報告 11, 33-41.

・宮阪義彦 (1978); 発問, 教育学大事典 4 所収項目, 第一法規.

・Müller G. and Wittmann, E. Ch. (1984); Der Mathematikunterricht in der Primarstufe 3., neubearbeitete Auflage. Vieweg.

・布川和彦他 7 名 (2001); 教育系大学における算数・数学教育に関する科目内容とその編成: 教育実習と講義, 実践との関連から. 第 34 回数学教育論文発表会論文集 639-640, (平成 13 年 11 月 23・24 日) 東京学芸大学.

・Simon, H. (1996); The Science of the Artificial. MIT Press.

・Stigler, J. and Hiebert, J. (1999); The Teaching Gap. Free Press.

・鈴木正彦 (1999); 第二次大戦後のわが国の数学教育の発展について( ) - 強靱な自立運動の展開と"科学化運動"への飛翔 - . 数

学教育学会研究紀要 40.3・4, 41-56.

・Wittmann, E. Ch. 講演録, 湊 三郎訳 (2000); 算数・数学教育を生命論的過程として発展させる. 日本数学教育学会誌 82, 12. 30-42.

・吉田民人、鈴木正仁 (1995); 自己組織性とは何か 21 世紀の学問論に向けて. ミネルバ書房.

資料



## 授業三型論

我國の教育改革は次の三型を以て行われて来た。

- A 講義型
- B 問答型
- C 自力解決・討論型

## A 講義型

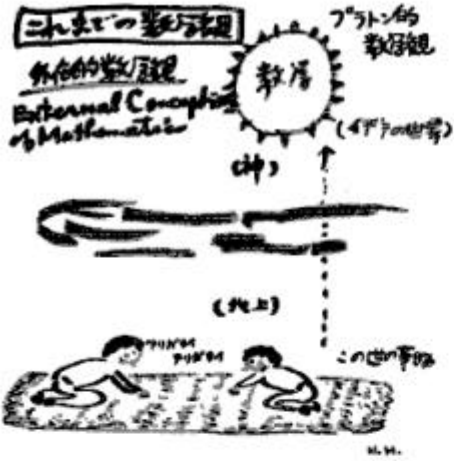


## B 問答型



## C 自力解決・討論型





### ハノイの塔

