

ある生徒の数学学習と授業とのかかわりに関する研究 - 授業に遅れがちな生徒の証明の学習に焦点をあてて -

池田由佳
上越教育大学大学院修士課程2年

1. はじめに

筆者は,これまで生徒として学習の場に参加し,そこに存在する学力差を目の当たりにしてきた。そして現在,学力差の存在する教室の生徒一人ひとりに対する適切な支援について考えるようになった。支援を考えるためには,まず生徒の実態を知る必要がある。特に,一斉指導の場における支援では,生徒の学習について,授業から何を学習しているのかを教師側が把握している必要がある。

本研究では,特に,授業に遅れがちな生徒に焦点をあてる。そして,その生徒が授業から何を学んでいるのか,すなわち,生徒の学習と授業とのかかわりをよりよく理解することにより,支援を含む指導への示唆を得ることを目的とする。

2. 研究の背景

一般に学力差は,ペーパーテストの点数で測ったものとして捉えられる傾向がある。しかし,その背景にある,授業や教科に対する個人の興味・関心を考慮すると,学力差には個人の内的側面,つまり,個人差が関係するように思う。

水越(1985,1988)は,個人差を,量的な個人差(時間・点数・回数など,数量化してその差を示すことができるもの)と質的な個人差(問題解決の過程,興味・関心の差として捉えられるもの)に大別し,その対応策とともに,表1のようにまとめている。テストの

点数比較による学力差は,表1では「学習到達度の差」に位置づけられるだろう。その対応策の1つとして,習熟度別の指導が挙げられている。1つの教室の中に大きな学力の差がある場合,遅れがちな生徒は教師と他の生徒の対話内容を理解することすら困難を感じるであろう。この点からすると,習熟度別の指導は学習到達度の差への対応として効果的である。しかし,差がなくなるわけではない。

個人差(学力差)への対応として,まず一人ひとりの生徒の実態を把握し,その学習過程を理解すること,そしてその生徒にあった対応策を見出すことが必要であると考えた。

個人差のタイプ		対応策
量的な個人差	学習速度の差	プログラム学習 無学年制 フレーム型のC A I
	学習到達度の差	習熟度別の指導 完全習得学習
質的な個人差	学習タイプの差	適性処遇交互作用 コース選択学習
	興味・関心・ 問題意識の差	認知型のC A I 課題選択学習 課題設定学習

表1

そこで,次に,学習に遅れがちとされる一人の児童の学習過程に焦点をあてて個別指導を行なった松屋(2002)の研究に注目した。対象児童は,九九の範囲を超えたわり算ができ

ない状態にあった。しかし、かけ算九九の学習には意欲的であったために、松屋はその児童の文脈に沿った「かけ算九九の拡張」というアイデアを用いて指導方針を立てている。その結果、対象児童はそのアイデアを利用したわり算を行い、彼独自のアルゴリズムを構築した。さらに、教科書で扱われているアルゴリズムも受け入れ、2つのアルゴリズムを問題によって使い分ける姿が認められた。

ここでは、生徒には一人ひとり、独自の学習過程があること、特に、授業に遅れがちな生徒には、いわゆる出来る生徒とは異なる、その生徒独自の学習過程があることが示唆された。また、ここで用いられていた「生徒(児童)ができることをみとり、そこから始める」という支援のしかたは、個に応じた支援を行うために有効であるという示唆を得た。

では、一斉指導の場における支援にはどのようなものがあるのだろうか。

関口(1994a)は、一斉指導の場において教師が用いる手立てに注目し、それがどう機能しているかを焦点の1つにしている。授業では証明の導入が行われていた。教師からの支援の1つであった「穴埋め証明」は授業の進行と共に変化した形で与えられていた(空欄の大きさが徐々に大きくなる等)。その支援のしかたは、生徒が独力で証明を記述できるようになるまでの1つ1つのステップであり、scaffolding^{註1)}としての働きをもっていた。しかし、この手立てが生徒にどのように伝わっていたのかについては明らかにされていなかった。

筆者は、教師からの支援に対して、その支援の影響を受けた生徒の実態があるはずであり、その実態を把握することが適切な支援を考えるために重要であると考えた。そこで、生徒の学習に焦点をあて、授業とのかかわりを捉えた岩崎(2001)の研究に注目した。

岩崎は、一人の中学校2年生の生徒に焦点をあて、その生徒が授業中(三角形の合同条

件の導入)の相互作用から何を学んでいるかに注目している。対象となった生徒は、他の生徒との相互作用(批判的検討)を通して、自らの予想が確信に変わるという変化を見せた。つまり、相互作用を通して学習をしていたのである。ここでは、対象生徒の、数学的関係に関する認識の変化の発生源には、その授業に特有の社会的相互作用、人間関係があることが明らかにされている。一方で、対象生徒は目に見えて積極的に授業にかかわった参加者の一人であった。ここで同氏も述べているように、授業で聞き役の子(積極的に発言をしない生徒)にとって、授業での相互作用がどのような意味をもっていたのか、彼らがどのような学習をしていたのかについては明らかにされていない。

筆者は、授業で積極的に発言をしない生徒の取り組みや授業とのかかわりを理解することによって、より適切な、支援を含む指導を考えることができると考えた。

3. 相互作用主義の立場

生徒の学習と授業とのかかわりを捉えるために、相互作用主義の立場をとる Bauersfeld(1994)、Sierpinska(1998)、Voigt(1998)を概観した。彼らは次のように述べている。

「学習とは、個人が生活を形作る過程である。それは、規範や知識、客観的な事項を伝達することを通してではなく、むしろ、ある文化に積極的に参加すること(同時にその文化自体を作ることになる)を通して、その文化に相互作用的に適応していく過程である。(Bauersfeld, 1994, p.138)」

つまり、学習を、子どもたちが教師と、または子どもたちどうしで相互作用的に文化を構成する活動と捉えているのである。

「もしも、生徒が数学として学んでいることが、あるディスコースであるならば、その生徒の知り方は、その生徒が学習過程に参加しているところでなされているコミュニケーションと

相互作用の特徴の関数である。(Sierpinska, 1998, p.54)」

この言葉は、生徒の知り方(学習)をみとるには、それと関数関係にあり、生徒が参加している相互作用に注目する必要があることを示唆している。

「生徒たちを相互作用のパターンに参加させることは彼らの認知発達にとって有用である。(Voigt, 1998, p.215)」

この言葉は、「相互作用のパターンと生徒の学習にはかかわりがある」と読み替えることができる。

これらの言葉から、生徒が何らかのことを学習しているとすれば、その学習を引き起こしたのものとして、相互作用のパターン等が考えられるという重要な示唆を得た。筆者は、生徒の学習に目を向け、それに影響を及ぼす要因を、彼らが受けてきた授業に求めることは有効であると考ええる。

4 調査の概要

4.1 調査目的

本研究では、相互作用主義の立場をとり、授業における相互作用と生徒の学習との間には整合的な関係があると考ええる。つまり、生徒のある問題に対するかかわり方が、授業における相互作用の結果であると仮定する。

本調査は、授業に遅れがちな一人の生徒の学習の状態を明らかにし、それが生徒の参加している授業とどのようにかかわっているのか、また、教師の指導や支援がどのように伝わっているのか、を明らかにすることを目的とする。

4.2 調査対象

本調査の対象となったのは、新潟県公立J中学校2年生の女子生徒、野田(仮名)である。野田は、数学担当のK教諭(21年の教職経験を有し、学習に遅れがちな生徒に配慮した授業を行なっている)に依頼し、担当しているクラスの中から見出された生徒である。

野田は、授業中の他の生徒たちの相互作用を聞きながら自己の学習を進めている(と思われる)ことが多い生徒であった。本稿では、このような参加形態を「相互作用に間接的に参加している」と表現する。また、教師の板書をノートに記録するというように、授業中に努力をしている様子はいかがえるが、定期考査では点数が取れていないとK教諭が気にかけている生徒であった。筆者は野田と面識はなかった。

また、調査を行う中で、野田が次のような生徒であることも明らかになった。

- ・授業中に記録したノートを頼りにして学習を進めている
- ・授業中の自発的な発言はほとんどみられない
- ・授業以外で教師に質問することはない
- ・家庭学習の習慣がほとんどない
- ・テスト対策として「暗記」をする
- ・授業やインタビューでの出来事をよく記憶している

4.3 調査方法

本研究で実施した調査は、インタビュー調査と授業観察である。

インタビュー調査は、平成13年9月から平成14年3月までの約5ヶ月間、全10回(各45分程度)、放課後、筆者と対象生徒の1対1の形式で行なった。インタビュー調査は、主に取り扱っている内容から大きく2つに分けられる。1つは等式に関するインタビュー、もう1つは、図形の証明に関するインタビューである。その様子はATRで記録し、この記録からインタビューのプロトコル^{註2)}を作成した。インタビューは、主に野田の考えをよりよく理解しようとする臨床的なものであったが、必要に応じて授業との関連をつけながら指導も行なった。

授業観察は、図形の証明の学習が行われていた平成13年9月から11月までの約2ヶ月間、全22回、対象生徒(野田)が参加する教室で行なった。その教室は、通常の学級編成

を解体し、数学授業のための編成に組み替えられている教室（男子17名、女子13名）であった。授業はK教諭が行い、その様子はVTR（教室後方に固定）、ATRにより記録した。その記録から授業のプロトコル^{註2}を作成し、授業中の教師や生徒の発話を分析に利用できるようにした。

分析の焦点は、「(インタビューにおいて)野田がなぜそのようなことができるのか」にある。その要因を授業に求め、授業記録や野田の授業ノートを手がかりに、授業とのかかわり、整合性を確認した。

5. 野田の学習と授業とのかかわり

5.1 野田の実際

右の図で、 $\square ABCD$ の対角線AC, BDの交点をOとし、BD上に $BE = DF$ となるように2点E, Fをとる。このとき、 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ であることを証明しなさい。

$\triangle ABO \cong \triangle CDO$ にみる

共通の辺は、 $BD = DB$ - ①

平行四辺形の性質より

$AB = DC$ - ②

$AB \parallel DC$ より

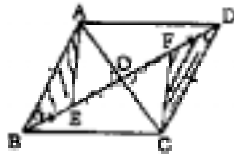
$\angle ABO = \angle CDO$ - ③

①②③より2組の辺とその間の角がそれぞれ

等しいので、

$\triangle ABO \cong \triangle CDO$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$



野田は、調査協力校の定期考査で出題された証明問題4問（全て生徒による完全記述を求めるもの）のうち、2問に証明を記述していたが、その記述では、1点も点数を取ることができなかった。上記の証明は、野田が定期考査で記述していたものの1つである。

野田は、最初、 $\triangle ABO$ と $\triangle CDO$ に注目している。では、辺BDが共通な辺としている。しかし、辺BDは、注目した2つの三角形に共通な辺ではない。仮に、 $AB = DC$ の条件がそろったとしても、成り立つのは $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ であり、 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ は成立しない。最後の2行に関しては、論理が飛躍している。

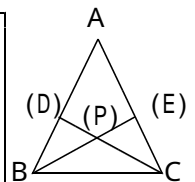
この記述から筆者は、野田が「合同にみえる2つの三角形に注目する。と、等しく見える辺などを3つ挙げる。合同条件、合同、結論を順に記述する」というように、形式的に証明を記述しているように感じた。しかし、そうではないことが後の野田とのインタビューを通して明らかとなる。

5.2 方針の立て方と授業とのかかわり

5.2.1 方針の立て方

インタビュー中、次のような場面があった。以下の調査問題に対して、野田は $\triangle EBC$ と $\triangle DCB$ に注目していた。そこで筆者が「 $\triangle CAD$ と $\triangle BAE$ に注目してはどうか」と、別の三角形を提案した場面である。

右の図のように、 $AB = AC$ の二等辺三角形ABCで、点B, Cから辺AB, ACに垂線BE, CDをひき、この交点をPとする。このとき、 $\triangle EBC \cong \triangle DCB$ であることを証明しなさい。



10029N これは $\triangle EBC$ を証明するけどー、 $\triangle ABE$ の三角形でー、この $\triangle EBC$ の角が含まれていない。

野田は、問題文の結論にある角 $\angle EBC$, $\angle DCB$ が、筆者によって示された三角形 $\triangle CAD$, $\triangle BAE$ に含まれていないために注目することができないことを述べている。「辺や角の相等を証明する場合、その証明しなければならぬ辺や角が含まれている三角形に注目する」ということを意識していたと考えられる。これは「方針を立てる」ことの1例といえる。

また、方針の立て方に関して、結論（辺や角の相等）を意識する言動が、主に次の2つの場面で確認された。

1つは、調査問題に取り組む際、図中の結論を示す部分に斜線を引いたり印を記入する場面、もう1つは、次頁のプロトコルのように自分の考えを説明する場面である。

07016N えっとー、まず、ここを出さなきゃいけないんだからー〔 ABE, CDFに斜線〕

09054N 合同です。で、ここを知りたいんです。〔 EBC, DCBに印とxを記入〕

このように、野田は、方針を立てること、三角形に注目することに関して、何らかの学習をしていたといえる。

5.2.2 授業とのかかわり

家庭学習の習慣がほとんどないという野田の学習の状況を考慮すると、野田が授業から影響を受けている可能性が大きい。

そこで、野田の方針の立て方の学習と、授業とのかかわりを調べるために、次の2種類

の構造図^{註3)}を作成し、比較する。

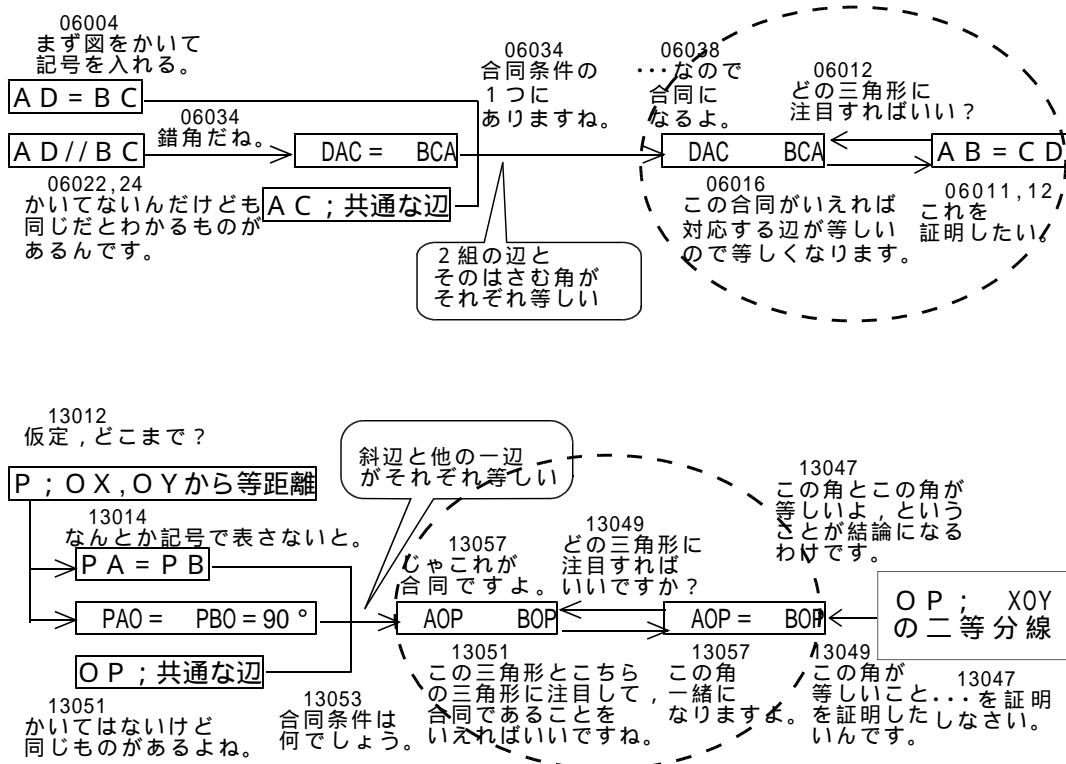
- ・教師の発言を主とした、授業で扱われた証明問題の構造図【1】

- ・野田の思考過程を記述した、インタビューにおける調査問題の構造図【2】

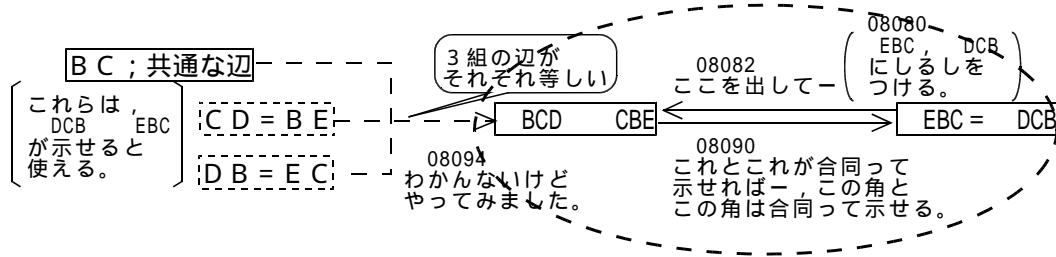
各構造図は、仮定や結論など、証明に必要な要素(1つ1つのステップ)を矢線で結んだものである。その矢線の向きは、Solow(1982)による前進後退法の観点から決定した。教師の支援とされる発言や、インタビューにおける野田の思考過程が前進過程にある場合は右向き、後退過程にある場合は左向き、である。

以下に、構造図の一例を示す。(紙面の都合上、問題文は省略する)

【1】教師の発言を主とした証明の構造図



【2】野田の思考過程を記述した証明の構造図



破線で囲んだ部分に注目してほしい。これらの構造図の各々に、前進後退法の意味をもたせた右向き、左向きの矢線が重なる部分を確認できる。そして、これらは極めて整合していることがわかる。(この部分は、他の証明の構造図にも確認されている)

特に、【2】の構造図にある、の言動は、インタビュアーの介入がない状態での野田の言動であった。そのため、これらの言動は、授業とのかかわりがより強く表れている部分であるといえる。授業において、この一連の思考の流れが繰り返されたことが、野田の学習に大きく影響していたのである。

5.3 証明の進め方と授業とのかかわり

5.3.1 証明の進め方

本稿では、証明をどのように進めていくか、という証明の流れのことを「証明の進め方」と呼ぶ。野田は、証明の進め方についてインタビュー中にたびたび述べている。

- ・仮定・結論を意識すること
- ・三角形に注目すること
- ・合同条件に当てはめること
- ・結論は の条件として使えないこと

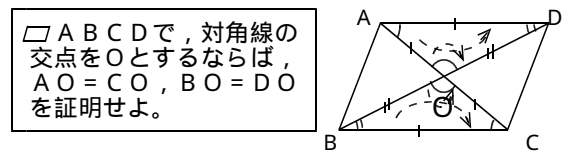
以下に示すプロトコルは「合同条件に当てはめること」について野田が話す場面のものである。

- 09184 I 証明するときって、まずどうすればよかったです。
- 09185 N 合同条件、3つあるじゃないですか。

- 09186 I うんうんうん。
- 09187 N それに当てはめる。
- 09188 I 当てはめる。どういうふうに当てはめる？
- 09189 N えっと、3組の辺がそれぞれ等しい、かー、2組の辺とそのはさむ角が等しいのかー、1組の辺とその両端の角が等しいのかー、を見つける。で、合同なところを見つけてー、それに合うやつを探して証明する。で、どこの三角形に注目するかとか。

この場面では、野田はノートや教科書を見ていない。これは、野田が合同条件に当てはめるということをよく行なっており、自信をもっていたための発言であったといえる。

また、「結論は の条件として使えないこと」に関して、次のように述べている。



- 05077 N 最初ー、これ〔AO = CO, BO = DO〕が仮定って思っちゃって、でも、「え？」と思って、これは結論だから、だからこれ〔AO = CO, BO = DO〕が仮定だと思っちゃったから、こうやれば〔手の動き ~ 〕、2組の辺とそのはさむ角が等しい、で、できると思ったけど、こ

れは結論だから，できないからこっち。

5.3.2 授業とのかかわり

そこで，野田の証明の進め方の学習と，授業とのかかわりを調べるために，以下に示すような，証明指導のパターンを視点として用いる。証明指導のパターンとは，各授業で繰り返されていた証明指導の構造を再構成し，6段階に表したものである。

証明指導のパターン

教師が問題文を図等を用いて解釈する
教師と生徒で仮定結論の確認をする
教師と生徒で合同を証明するための要素を確認する
教師と生徒でどの合同条件を使うか確認する
教師は生徒に証明を各自で書くように促し，穴埋め形式の証明を板書する
教師が黒板で証明をまとめ，再度 ~ で確認したことを振り返り説明する
(以下，「パターン」と記述する)

この証明指導のパターンと，先に示した「野田の思考過程を記述した証明の構造図」における野田の言動の記録を比較して，証明の進め方の学習と授業とのかかわりについて分析する。

問題を読む様子パターン

08080 ($\angle EBC$, $\angle DCB$ に印をつける)

図中の，結論である角に印をつける。問題文の解釈をするとともに，結論の確認をしていると考えられる。パターン

08082 「ここを出してー」

08090 「これとこれが合同って示せばー
この角とこの角は合同って示せる」

野田が方針を立てている部分であり，三角形の合同を証明するために見通しを立てている部分である。[5.2 参照]パターン

08092, 94 (印の記入)

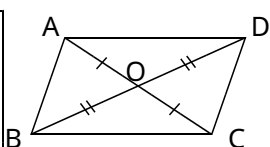
野田は，合同条件に当てはめて，仮定として書かれていないが，等しいと考える辺に印をつける。パターン

このように，野田の証明の進め方は，授業にみられた証明指導のパターンとほぼ整合していた。

「印の記入」では，野田は合同条件に当てはめて，再度，証明のための要素を確認している。ここでは，パターン から への思考過程が確認される。授業における証明指導のパターンに逆行している。しかし，授業において証明指導のパターンが繰り返されるうちに「合同条件に当てはまるような要素を探せばいい」という考えが野田に生じた可能性がある。これが事実であれば，野田の証明の進め方と証明指導のパターンの整合性はより強くなる。

また，野田の「結論は の条件として使えないこと」の学習に関しては，授業中の教師との直接の対話に関係していた。その場面は平行四辺形になるための条件を扱った授業にある。

四角形 $ABCD$ において，対角線がたがいに他を二等分するならば， $ABCD$ は平行四辺形であることを証明せよ。



18058 T はい，もう1つ仮定でここここ等しいといっています。さて，書いてはないけどももう等しいのが実はここにあるんだけど，どうですか？どうですか，野田さん。

18059 野 辺 AD

18060 T AD 。イコール，

18061 野 BC 。

18062 T BC 。どうして？…ここここ等しいっていうこと，もうわかっているのかな。どっか書いてある。平行四辺形だよってどっかに書いてあればこれがいえる。ね，

平行四辺形って向かい合う辺の長さ同じだもんね。でも平行四辺形って書いてある，結論でいいことだもん。ちょっとそれは使えない。ではどれ。この中に等しいのあるよね。

この後，野田は正しい答えを述べる事ができた。この場面で，教師に直接誤りを指摘されたことにより，「結論は 〇〇 の条件として使えないこと」が野田の中に強く残った可能性がある。

この場面のように，一連の授業において，生徒と教師が直接対話をする場面が確認された。そして，教師の発言（生徒への支援）が生徒の遂行レベルに合わせて調整されていたことから，scaffolding としての働きが確認された。

5.4 証明の書き方と授業とのかかわり

5.4.1 証明の書き方

5.1では，定期考査で記述した野田の証明を示した。結果として，間違っただけではあったが，筆者は，野田が記述をしていた，ということに注目した。証明の書き方に関して生徒が何の学習もしていなければ，証明を記述することにさえ困難を示すのではないだろうか。野田は，証明の書き方を学習していたといえる。

しかし，インタビューを通して，野田は，証明の記述をする中に自信をもてない部分があることが明らかになった。以下は，調査問題に対する野田の証明の記述と，それを書き上げたときの野田の発話である。

A B E と C D F において

仮定より $BE = DF$ -

平行四辺形の性質より $AB = DC$ -

$AB // CD$ より、2組の辺とそのはさむ角が

それぞれ等しいので

$ABE \cong CDF$

〇〇部は筆者による

07111N ん～。これでいいのかな。でもここ（〇〇部）の表し方がよくわからない。

野田は「よくわからない」と言いながらも，そこに「平行四辺形の性質より」と記述していた。

5.4.2 授業とのかかわり

授業では，証明指導のパターンの中のものにもあるように，穴埋め形式の証明が板書されていた。それは次のような形式のものであった。

〇〇と〇〇において
仮定より $=$ -
仮定より $=$ -
共通な辺だから $=$ -
より $〇〇$ がそれぞれ等しいので

合同な図形の性質より $=$

この穴埋め形式の証明において，1行目「〇〇と〇〇において」は，教師が問題によって，注目する三角形をあらかじめ板書したり，空欄にするという変化がみられた。しかし，その他の部分は，空欄の位置はほとんど変化しなかった。野田が「よくわからない」と述べていた部分は，空欄になったことがなかったのである。

また，野田は，穴埋め形式の証明が板書されたときのノートの取り方について，「埋めながら書いていく」と述べている。このとき，意識は少なからず空欄を埋めることに向けられるだろう。これらを考慮すると，教師の板書をノートに記録することに一生懸命であった野田にとって，あらかじめ板書されていた部分はほとんど記憶に残っていなかったと考えられる。

しかし，先述したように，野田はわからないと言いながらも記述をしていた。それは，証明に作られている空欄の位置が変化するこ

となく繰り返されていたことによって、「この部分には「より」のような言葉が書かれていなければならない」ということを野田が学習していたためであるといえる。

したがって、野田の記述する証明の形式と、証明指導のパターンにおいて教師が繰り返し記述していた証明の形式は、整合しているといえる。

K教諭による穴埋め形式の証明には、関口(1994a)の研究にみられたような空欄の大きさの変化はみられなかった。しかし、変化がなかったことが野田の学習に良い影響を及ぼしていたのである。

6. 結語

野田は、授業中の相互作用に対して「間接的参加」という形態をとる生徒であった。また、授業外でも教師に質問をすることがない生徒であった。そのために、教師は、野田の理解の状態を、定期考査などのテストの結果で把握することしかできなかった。

本研究によって、野田ができていることに焦点をあてて分析を行なった結果、野田は授業において繰り返される相互作用のパターンから、方針の立て方、証明の進め方、証明の書き方、について学習をしていたこと、そしてそれらが、彼女の受けてきた授業における相互作用のパターンと整合していたことが明らかになった。

これにより、支援を含む指導について、「繰り返す」ことは、授業中の相互作用に間接的に参加している生徒の学習にとって有効な支援となる、という示唆を得た。もちろん、教師によって、指導の方法は異なる。しかし、教師の指導のパターンが生徒の学習に与える影響は大きいといえる。

一方、ここで明らかになった野田の学習が定期考査等では明らかにされず、教師にも、野田自身にもフィードバックされてこなかったということには注意を要する。このことは、

生徒の学習の状態を適切に把握し評価する、その方法自体も考え直す必要性を示唆しているからである。

本研究で得られた示唆を踏まえた指導を実践を通して検討するとともに、より実践的な評価方法を開発していくことは今後の課題である。

【註】

1) scaffolding (足場がけ)

教育の過程で、より熟練したパートナーが子どもの現在の遂行レベルにあうように、提供する援助を調整して援助の質を変化させること。本来、家庭の中で親が子ども(幼児)に手助けをしながら教えていくという、家庭における援助を概念化したものである。



2) プロトコル番号の表示について

インタビューのプロトコルと授業のプロトコルを区別するために、後者には番号に下線を付した。

5桁の番号のうち、先2桁はインタビュー(または授業)の回数、後3桁は各回における発話番号である。


番号後のI, N/野, Tは、それぞれ発言者を示す。I: インタビュアー(筆者), N/野: 野田, T: 教師

3) 構造図の表記について

矢線  ,  : 教師の発言(または野田の思考過程)が前進過程にあるか後退過程にあるかを示す。右向きの矢線は前進過程、左向きの矢線は後退過程を表す。なお、破線は、誤った思考の流れを表す。

丸数字: 構造図における教師の発言(野田の思考過程)の順を示す。

5桁の番号: 授業、インタビューのプロトコル番号を示す。

 : 当該証明において利用される合同条件を示す。

【引用・参考文献】

- Bauersfeld, H. (1994). Theoretical Perspectives on Interaction in the Mathematics Education, in R.W.Scholz, R.Strar, B. Winkelmann(Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp.133-146.
- Berk, L.E., Winsler, A. (2001). ヴィゴツキーの新・幼児教育法 - 幼児の足場づくり - (田島信元他訳). 北大路書房. (原書は1995年).
- 池田由佳.(2002a). 数学学習における学習者の理解過程に関する研究 - 数学の授業における相互作用のパターンの影響 -. 上越数学教育研究, 17, 137-146.
- 池田由佳.(2002b). ある生徒の数学学習と授業とのかかわりに関する研究 - 授業に遅れがちな生徒に焦点をあてて -. 日本数学教育学会第35回数学教育論文発表会論文集, 397-402.
- 池田由佳.(2003). ある生徒の数学学習と授業とのかかわりに関する研究 - 授業に遅れがちな生徒の証明の学習に焦点をあてて -. 上越教育大学大学院修士論文(未公刊).
- 岩崎浩.(2001). 数学の授業における相互作用と学習との関係に関する考察 - 一人の生徒からみた授業がもつ社会的側面の意味 -. 数学教育学研究, 7, 全国数学教育学会, 51-67
- 加藤幸次(編著).(2001). タイプ別学習集団の効果的な編成 - 少人数指導, 学級編成弾力化の手引き -. ぎょうせい.
- 古藤怜.(1990). 基礎基本の重視と個性を生かす教育. 数学教育研究, 5, 1-14. 上越教育大学数学教室.
- 松屋徹.(2002). 算数を苦手とする児童の学習過程に関する実践的研究. 上越教育大学大学院修士論文(未公刊).
- 水越敏行.(1985). 個を生かす教育. 明治図書.
- 水越敏行.(1988). 個別化教育への新しい提案. 明治図書.
- 中西知真紀.(1987). 図形の証明問題の難しさの分析. 小関熙純(編著), 図形の論証指導 (pp.57-89). 明治図書.
- 関口靖広.(1994a). 論証指導で何が起きているか: ある授業実践の民族誌的研究. 筑波数学教育研究, 13, 1-10.
- 関口靖広.(1994b). 数学の教授・学習過程におけるScaffoldingについて. 日本数学教育学会第27回数学教育論文発表会論文集, 203-208.
- 関口靖広.(1995). 数学の教授・学習過程におけるScaffolding(足場設定). 古藤怜先生古希記念論文編集委員会(編), 学校数学の改善: Do Mathの指導と学習 (pp.166-182). 東洋館.
- Sierpiska, A. (1998). Three Epistemologies, Three Views of Classroom Communication: Constructivism, Sociocultural Approaches, Interactionism, In H. Steinbring, M.G.B. Bussi, A.Sierpiska (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom*, NCTM, Reston, Virginia, pp.30-62.
- Solow, D. (1985). 前進後退法. 証明の読み方・考え方 - 数学的思考過程への手引 - (安藤四郎他訳) (pp.8-22). 共立出版. (原書は1982年).
- Voigt, J. (1998). The Culture of the Mathematics Classroom: Negotiation the Mathematical Meaning of Empirical Phenomena, In F.Seeger, J.Voigt, U.Waschescio (Eds.), *The Culture of the Mathematics Classroom*, Cambridge University Press, pp.191-220.
- Wood, D.J., Bruner, J.S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, pp.89-100.