

文章題の解決過程における図的表現の有用性についての研究

望月 悟

上越教育大学大学院修士課程 1 年

1 はじめに

計算問題は得意だが文章題は苦手という子供の現状は、算数・数学教育において以前から言われ続けている。その原因については、「読解力が弱い」「本を読む子供が減った」「数学の規則に基づいた記号で上手く表すことが出来ない」などといったことが挙げられている。子供はなぜ文章題を解くことに苦手意識を持つのだろうか、なぜ計算過程を書こうとしないのか。筆者は、その原因として、絵図を用いて出題された事象から正しく式で表すことの難しさや数量関係を捉えることの複雑さが影響していると考えられる。

算数教育によって加減乗除の四則計算を学習した子供は、中学校に上がるまでに計算力はほぼ身につけている。ところが、応用問題の特に文章題になると、式を立てるまでの過程でつまづく子供の姿をよく目にする。文章題は、計算問題のように演算規則に従って処理出来るものではなく、問題解決するための能力が必要となる。

そこで本稿では、問題解決に利用する絵図そのものの種類や方法を中原(1995)に準じて定義し、子供にとって絵図の活用が文章題を解決するために効果的な道具であるかどうかを先行研究から考察する。

なお、「表現」という言葉は、子供が表したものが筆跡として残るように描き表された場合に限り、本稿では用いることとする。

2 算数教育における文章題解決

小学校学習指導要領解説—算数編—(文部省, 1999)の算数科の目標は、次のように示されている。

数量や図形についての算数的活動を通して、基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。

(文部省, 1999, p. 13)

改訂以降の教育現場では、自主的に問題を捉えて算数的に解決する態度や能力を育てるために、様々な工夫をこらしながら指導している。しかし、実際には子供たちに問題解決させているつもりでいながら、子供に問題意識を持たせることが不十分であったり、問題の解き方について余計なヒントを与えてしまったりして、子供が自ら問題解決しないまま授業が進行し、成立してしまう場合がある。

文章題指導に関して、指導者が子供に配慮すべき点として、片桐(2004)は次のように述べている。

「自分の意志で問題をとらえようとする態度」や「自分の解決過程や、自分が出した結果に関心をはらう態度」などの、問題解決の態度を育てるという意識をもって、これからの文章題指導を行っていくべきである。(片桐, 2004, p. 152)

文章題を解決するには、数量的に内容を把握することや既習事項を含めながら答えに導くための見通しを立てることが必要である。例えば、日常の事象について買い物をする過程を考えると、「もとの所持金」「買う商品の代金」「おつり」の3つの関係性を把握することや、おつりを求めるために既習事項である演算を利用することである。これらの活動を展開するには、子供自身が文章題の内容を理解しなければならない。また、解決するためには、数学的事象の関係を見つけ出したり、情報を整理したりして、段階や手順を組み立てなければならない。よって、文章題を指導するにあたり、子供が問題解決するための計画を自ら考え発展させるような支援が大切である。

菊池(1996)は、問題解決することについて、以下のように述べている。

問題解決は、いくつかの段階の活動を経て行われ、その中で、適切なストラテジーが選択され、それを用いたりしながら解決に向かって思考が進められていくものと捉えることが出来る。(菊池, 1996, p. 18)

ここで示されているストラテジーとは、「パターンを探す」「表にする」ことを指している。構造を捉えやすくする手段として、絵図を用いたり、何らかの表現を取り入れたり、実際に問題を試行したりなどする解決過程は、複雑な問題を解く時によく利用される。絵図を用いた表現は、個々によって様々であり、情景的な絵を描く者もいれば線分図や言葉を用いて式や計算過程を記す者もいる。数学的事象に対して何らかの表現を用いて理解しようとすることは、問題解決するために効果的であり、数量関係を捉えるための方法であることが暗示されているように感じる。

土居下ら(1986)は、正しい絵図や線分図がかければ立式出来ると仮説を設定し、小学3年生の子供を対象として正答数別に低

レベル、中レベル、高レベルに分けて調査を行った。高レベルの子供は、絵図を描かずに式を立て始める子供が多く、絵図を描かせても完全な表現に近い。式を先に立てる子供は中レベルでもよく見られたが、間違った絵図や線分図を描く率が高い。低レベルの子供は、式を立てられなければ絵図や線分図も正確に描けないという結果が生じていた。これらの調査結果より、低レベルの子供が正しい絵図や線分図を描ければ立式出来るのではないかと考え、該当する子供を対象に絵図や線分図を利用して解く調査を新たに実施した。そして最終的に、

正しい絵図や線分図をかけるように、子どもたちに指導をしていけば、子どもたちは立式できるようになる。

(土居下ら, 1986, p. 19)

と結論づけている。

これら調査結果より、土居下ら(1986)は絵図や線分図を利用しなくても立式する過程に進むことが出来た子供も、絵図や線分図を用いて表現したことがきっかけで立式する過程に進むことが出来た子供も、共通点として文章題の内容を理解したから立式する過程に繋がったことを示している。また、完成度の高い絵図や線分図を描くことが、問題の構造を把握するために効果的であることを明らかにしている。

3 文章題を把握するための方策

算数・数学教育において、文章題に限らずほとんどの学習単元で、情景的な絵や数直線のような子供に解決の手助けとなるための表現が、言葉で示された問題とともに描かれている。複雑な問題を解く際、絵や図を利用する行為が問題解決に繋がったことは筆者のこれまでの経験でも何度かある。例えば、ある数字をおはじきやお金などに置き換えたり、距離を求める問題に対してテープ図でまとめたりすると、文章表現の

時よりも明確に数量関係を捉えられ、解決するまでの見通しが立つ場面である。

川口ら(1968)は、指導者の視点から文章題の内容を把握することに関して、次のように述べている。

文章題が解けるようにするためには、数学的内容つまり問題内部の条件間の関係把握の仕方のみ指導していたのでは片手落ちで、この「問題への立ち向かい方」いければ、問題と自分との関係把握がよりよくできてはじめて問題解決力は高まってくると考える。(川口ら, 1968, p. 76)

川口ら(1968)は、子供が文章題の内容を想像することによって、理解に繋がったり絵図を用いた新たな試行を生んだりすると示している。

草野(1997)は、算数における文章題から立式までの解決過程の中で、次のことが大事であると記している。

文章題と式を一致させる解決過程において、目的を持って、式と他の表現方法とを関係づけること(草野, 1997, p. 46)

また、他の具体的場面や操作的教具、図による表現が内容を理解するための方法であると述べている。

絵図の利用について、内的に処理しきれない部分や文章題を読んで理解した部分を、自分なりの表現でまとめることが、問題解決に繋がる新たな手段を発見するための方策となるのではないだろうか。絵図は、個々により異なった表現となる。よって独自の表現が可能となり、能力差に応じて理解した部分から、発展させたり改めて捉え直したりすることが出来る。絵図を用いて解決する方法は、個に応じて文章題における構成や本質を見抜く上で有効な方策であると言えるだろう。

4 表現の分類と図の位置づけ

図1は、小学6年生の教科書に掲載されて

いる文章題である。最近の教科書での出題の仕方は、情景的な図やテープ図が既に与えられた状態で問題を提示している。この文章題は、数量関係だけでなく分数倍の知識も要する問題であり、子供にとって解決するに難しい。そのため、文章題と同時に絵図を提示することで、子供は数学的事象を認識しやすくなると考える。

2 ひろこさんの家から学校までの道のりは800mあります。家から駅までの道のりは、家から学校までの $\frac{5}{4}$ 倍あります。また、家から図書館までの道のりは、家から学校までの $\frac{3}{4}$ 倍あります。

家から駅まで、家から図書館までの道のりは、それぞれ何mですか。

★ どんな計算をすればよいか考えよう。

駅..... 答え m

図書館..... 答え m

図1 文章題の出題の仕方

表現と言っても、言葉を用いた表現から絵図やグラフ等を用いた表現、演算記号を含めた表現、さらには矢印を用いて事象の変化を示した表現など様々な種類がある。以下より、中原(1995)が分類した5つの具体的な表現様式から図による表現の特性や役割について取り上げる。

4.1 図的表現の位置づけと類型

中原(1995)は、様々な表現に関して視覚的観点で5つに分類している。

現実的表現：実世界の状況、実物による表現。具体物や実物による実験などはここに含める。

操作的表現：具体的な操作的活動による表現。人為的加工、モデル化が行われてい

る具体物、教具等に動的操作を施すことによる表現。

図的表現：絵、図、グラフ等による表現。

言語的表現：日本では日本語、米国・英国等では英語のように各国の日常言語を用いた表現。

記号的表現：数字、文字、演算記号、関係記号等数学的記号を用いた表現。

(中原, 1995, p. 199)

分類にあたり、現実的表現や操作的表現、図的表現を類似的表現に、言語的表現と記号的表現を規約的表現に区別している。

類似的表現とは、指示対象の何らかの意味内容を視覚的な様式において含んでいることから、直観性、具体性、想像性等に富み、親しみやすい性格を有しているが、厳密性、客観性等に欠ける記号の表現である。対して規約的表現とは、細部まで明確に規定して用いることから、厳密性、客観性等に富むが、直観性、具体性、想像性等には欠ける面がある。

表1 図的表現の分類

情景図	現実的情景、状況を表す図
場面図	算数・数学的場面を表す図
手続き図	操作や計算などの手続きを表す図
構造図	場面や問題などの構造を表す図
概念図	算数・数学の概念を表す図
法則・関係図	算数・数学の法則や関係を表す図
グラフ図	各種のグラフを表す図
図形図	各種の図形を表す図

情景図と場面図の違いは、現実的な状況が描かれた表現の中に数学的要素が含まれているか否かである。図1の右上に描かれた絵を参考にすると、文章題の情景に合わせて家から学校、家から図書館へ向かう主人公の姿と景色が描かれている。しかし、道のりを求める文章題でありながら、絵の

中には家と学校、家と図書館それぞれの距離関係が全く表現されていない。よって、図1は数学的な内容を含んでいない点から情景図と判断出来る。

手続き図と構造図は、ともに問題解決の手がかりや方法を示すものだが、描かれた表現が操作的か数量関係を捉えた図かで見分ける。手続き図は、計算の手続きや試行実験のように事象の変化を数学的記号や数字などを用いて表現したものである。対してテープ図や線分図のような文章題全体の数量関係を示したものは、構造図に類型される。図1の線分図は構造図と判断出来る。

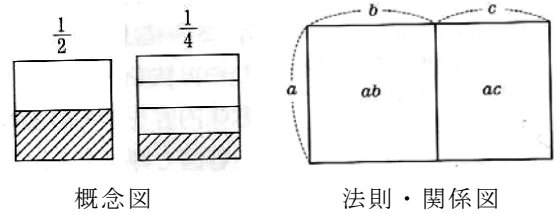


図2 概念図と法則・関係図の例

図2のような概念図と法則・関係図は、ともに学習内容を効果的に示すものである。概念図とは、性質を抽出して算数・数学的に表現したもので分数指導に役立つ。法則・関係図とは、算数・数学におけるきまりに基づいて問題の特性を示した表現であり、面積図がここに類型される。

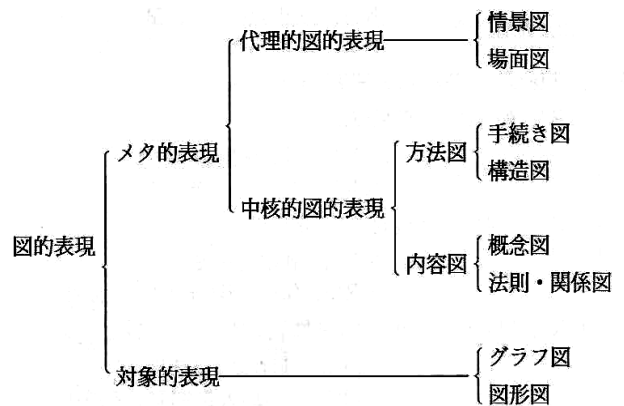


図3 図的表現の類型

図的表現をさらにいくつかの視点で類型化することが出来、学習の対象となる表記か学習指導の方法上において用いられる表記かで区別する。学習の対象となる表記はメタ表記的な性格を持っていることからメタ的表現と呼び、学習指導の方法上において用いられる表記は対象表記的な性格を持っていることから対象的表現と呼んでいる。そして、対象的表現の表し方が数学で定まっていることが多いのに対してメタ的表現はいろいろな表し方が考えられるため、主として図的表現の中のメタ的表現を考察の対象としている。

代理的図的表現は、導入において現実的状况と学習内容とを結びつけることが基本的役割となる。対して中核的図的表現は、問題の解決方法や学習内容を効果的に表現することが基本的な役割となり、前者を方法図、後者を内容図とさらに区別している。方法図は問題解決の手がかりや方法を示す役割であるのに対し、内容図は概念や法則の意味内容を示す役割が基本となる。

このように、中原(1995)は図的表現にも様々な類型や種類があり、算数・数学の学習過程において類や種に応じた役割を果たすべきであることを明らかにした。今日の算数・数学教育において、指導者が多様に図的表現を活用している理由は、図的表現が類似的表現であると認識されていることが挙げられる。しかし、子供たちが図を上手く利用する実態をどう解釈したらよいか。指導者がその図を見て、指示対象を自然に表現したものだと判断しても、利用する子供にとっては、その表現が自然とは言えない状況として存在するとも考えられる。このことから、教師側が提示する図的表現が効果的な役割を果たしているかどうかは、その表現から数学的事象を理解したり操作的に発展させたりして活用する学習者側の認識を確認しなければならないだろう。

4.2 中間図の追加に関する先行研究

菊池(1996)は、子供にとって文章題が苦手な分野である実態を踏まえて、子供が問題解決するにどんな図的表現が役立つのか、という問題意識から調査を行った。その際、中原(1995)が定義する素朴な情景図と問題の構造が示された線分図から、両方の図の間に中間図を加えることで問題解決に繋がられると仮定し、3つの図的表現を用いて調査を行った。中間図とは、菊池(1996)が情景図の延長として自由に描いて思考出来るための場を設けた図的表現である。調査に出した文章題は、以下の親子ライオンの体重を扱ったものである。

問題A; 親のライオンと子供のライオンがいます。2頭の体重の合計は252kgで、親ライオンの体重は、子供のライオンの体重の3倍です。親ライオンと子供のライオンの体重は、それぞれ何kgですか。

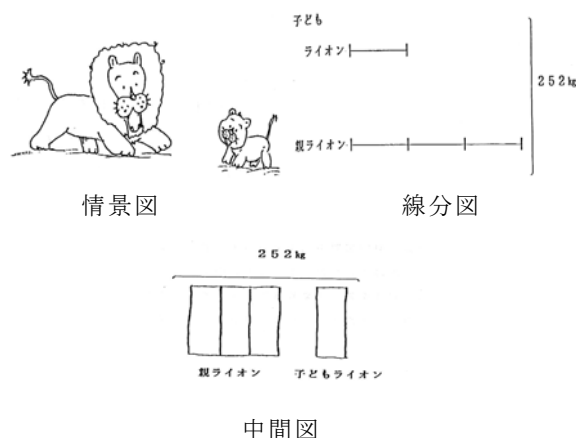


図4 ライオンの文章題で子供が書いた図的表現(情景図、中間図、線分図)

情景図を利用しない子供は、線分図のヒントをもらった後でも線分図を見る前の考えを繰り返していた。この子供は、線分図を見ても答えに結びつく新たな情報に気づくことなく、それどころか新たに線分図の

横に自ら情景的な絵さえ描く子供もいた。このように、線分図を利用して問題解決に至らなかった子供のほとんどは、前の思考過程が繰り返され、次に何も描かないという反応が多かったと示している。

結果的にこの調査で、情景図の延長のような中間図は線分図に比べて子供の構造把握を援助することに有効だったことが、正答率や中間図の使用によって問題解決した大半の子供から証明されている。また、菊池(1996)は次のように分析している。

特定の解決方法を示す図が日常そのように考えていない子にとっては有効に働かなかった。(菊池, 1996, p. 108)

この分析のように、線分図より中間図を利用したグループの方が高い正答率となった調査結果は問題Aの場合のみであり、他の調査では特に中間図が問題解決に効果的な図的表現である証明に繋がる結果を得られていなかった。菊池(1996)が提示した中間図は、問題を把握している者にとって分析すると、情景図が発展した表現となっている。しかし、その図が問題把握に有効でなかった子供にとっては意味のない表現となる。中間図が問題を把握する手段として有効かどうかの判断は学習者側にあり、指導者は個々の思考過程を的確に見抜き、臨機応変に図を提示する、あるいは子供が自ら中間図のような表現を生み出せるように支援する必要があるだろう。

5 図的表現の効果に関する先行研究

子供が文章題を解決するにあたり、図的表現を活用したことで結果的に効果をもたらすことが出来た先行研究を取り上げる。

5.1 情景図から発展する図

Moses(1982)は、視覚的思考を「数学的事象を既習パターンや数字に囚われず、場面のはっきりしたイメージを得る」ものと定

義し、視覚的思考が「見ること」「想像すること」「表現すること」から成ることを明らかにするため、視覚的に表現するように指示を与える集団と与えない集団に分けて調査問題B, Cを行っている。

視覚的思考を用いない子供たちは、特定の数に焦点を当てながら問題を分類し、型にはまったパターンに当てはめようとして解決に失敗していた。対して視覚的思考を用いた子供たちは、型にはまったパターンに問題を押し込めるようなことはなく、全体的な見通しを得て解決に成功していた。以下にその例を2つ挙げる。

問題B; 直径6 cm のふたがついているビン
を想像しなさい。ビンの高さは8 cm
です。そのビンの底には、いも虫が1匹
います。いも虫は、毎日4 cm はい上がり
ます。そして毎晩2 cm 落ちます。いも虫
は、ビンのふたに触れるまでどのくらい
かかりますか。

$4 - 2 = 2$	1 日目
$+ 2 = 4$	2 日目
$+ 2 = 6$	3 日目
$+ 2 = 8$	4 日目

図4 子供の書いた記号的表現

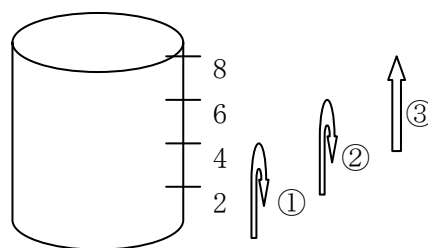


図5 子供の描いた図的表現

絵図を用いて解く視覚的思考の指示を受けなかった子供たちの代表的な解法は、図4のように式を含む分析的方法だった。いも虫が1日に2 cm 上がる事象は捉えられて

いるが、正しい結果に至らなかった。それに対し、絵図を用いて解く子供たちによって描かれた代表的な絵は、図5のように情景図だけでなく、さらに矢印等を用いながら発展したものだ。過去の具体的経験を背景とした問題場面が、実際に再構成されたり、情景図として描かれたりしていた。

文章題とともに情景図を提示することで、問題場面を正確に把握する可能性がわかり、その図的表現を活用して忠実に再構成した子供の姿が見られた。結果として、情景図が手続き図に変化しており、図的表現が子供にとって問題解決するための道具や方策として存在していた事が確認出来る。

問題 C; 消防士は、燃えている建物に水をかけるよう指示しながら、はしごの中間の段に立っていた。煙が少なくなったので、彼は3段登って仕事を続けた。火災はよりひどくなり彼は5段下がらなければならなかった。後で、彼は最後の6段をはい登って、はしごの最上段にいた。はしごには、どれくらいの段数があったのか。

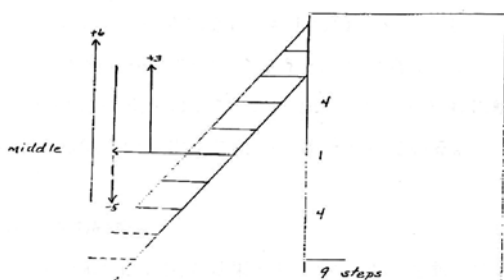


図6 子供の描いた図

視覚的思考を用いて考えるように指示を受けない子供は、数値を安易に組み合わせで立式したため、はしごの段数に囚われずに「 $3 + 5 + 6 = 14$ 」という消防士が動いた軌跡をもとに、全て加法で求められると判断した誤答計算が多かった。対して視覚的

思考を用いて考えるように指示を受けていた子供は、図6のように文章題に示された情報から新たな情報を発見し、問題解決に繋げている。また、図5と同様に消防士の動く軌跡を矢印で新たに描き加えられている点から情景図が発展して手続き図に変化していることがわかる。このように、Moses(1982)は問題場面の状況を十分に想像させることで安易な立式を抑制し、さらに問題文中にない新たな情報を得ることが出来ることを示している。

図的表現を用いずに文章題に与えられた数値だけで消防士の動く軌跡を正しく把握することは難しい。段数のわからないはしごの中間に消防士が位置しているという解釈を容易にするには、視覚的思考が役立つことがわかる。また、はしごの下部が点線で表現されていることに注目する。ここからは正確な段数は数えられないが、この図的表現をさらに吟味することで、はしごの中間の段への意味づけを再度考えられる。

Moses(1982)の視覚的思考を用いると、立式への移行を生み出す可能性や、特に問題解決能力の乏しい子供に解決への手がかりを与えることが出来る。子供は、視覚的に問題解決の見通しを表現することで正しい解釈を見出し得る。

5.2 素朴な捉えから構造の理解へ

廣井(2001)は、小学5年生の問題解決の様子を図の変化や発話に着目して、子供が問題把握に図をどのように利用していたかを明らかにするため、2つの調査問題を準備して問題解決の様相を分析した。以下は、そのうちの1つの調査問題と対する抽出児童(松木)に見られた図的表現の操作の移行である。なお、子供の思考が途中で止まった時や誤った方向に移行した時は、指導者がヒントではなく疑問を投げかける程度の支援により正しい解決へ導いた。

問題 D: つるを折るので、きよしさんとあき子さんは 60まいの色紙を 2人で分けます。あき子さんの方がきよしさんよりも 12まい多くなるようにします。それぞれの色紙の数は何まいになりますか。

(解決の概要)

- ①「 $60 \div 12 = 5$ 」と計算し 5枚と答える。間違いに気づき、情景図を描き出す。



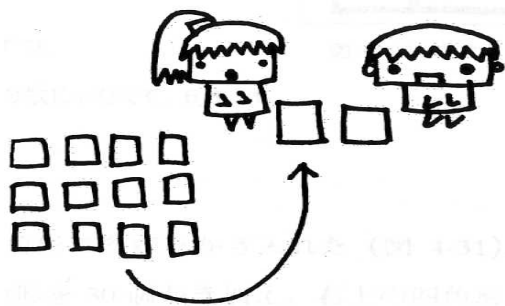
- ②色紙を分ける場面で数学的記号を用いて計算する。

$$\begin{aligned} 60 - 30 &= 30 \\ 30 - 12 &= 18 \\ 60 - 30 &= 30 \\ 30 + 12 &= 42 \end{aligned}$$

きよしさんは、18まいで、あき子さんは、42まいになります。

ここできよしさんに「 -12 」、あき子さんに「 $+12$ 」して答えを 18枚、42枚とする。

- ③「12枚多い」を前の情景図に描き加え、以下の演算をする。



$$\begin{aligned} 60 - 12 &= 48 \\ 48 \div 2 &= 24 \\ 24 + 12 &= 36 \end{aligned}$$

図 7 正しい解釈に至るまでの思考過程

この子供は、最初に文章題に記された数字と「分ける」という言語表現から割り算

を試行した。しかし、不整合を感じたために色紙を分けている様子を図で表現した。このことで「12枚多い」という情報を新たに追加して計算する活動に進んだ。しかし 12枚多いとはどういう意味なのかを把握出来なかったために、再び情景図に戻り、新たに描き加えることで発展させた。すると問題の構造に気づき、結果的に正しく捉えることが出来た。このことから、廣井(2001)は、次の 2点を明らかにした。

- ・子供は、問題の条件を 1つの図にまとめることで、不整合となっている考えに気付いた。
- ・子供は、計算結果を図に当てはめることで不整合となっている考えに気付いた。

(廣井, 2001, p. 61)

この子供は、まず文章題から直接数学的に理解しようと記号的表現を試みた。しかし、5枚という答えに疑問を感じた松木は考えを改め、現実的表現で捉え直した。松木は情景図を用いる方法を選び、これは正しい把握のきっかけとなった。また、図で表現したものへ新たな情報を付け加えた活動により、問題場面の解釈と問題解決のための見通しを獲得出来た。図的表現を利用すること、また描いた図を発展させることで問題解決に有効である。

6 考察

6.1 個によって異なる図的表現の有用性

子供に図的表現を用いて問題解決することを投げかけると、個々によって様々な表現方法で内容を把握しようとする。図 1のように、近年の教科書の出題の仕方は言葉だけでなく情景図や線分図が既に提示されているものが多い。よって、自ら文章題の内容を把握するために独自の絵図で表現しなす機会は、以前と比べると少なくなっている。予め提示された図的表現に対して、その図が何を意味しているのかを理解出来

る子供にとっては、有効に活用し、問題解決することに繋げられる。これは、菊池(1996)の中間図を導入した調査から判断出来る。

中間図は、情景図と線分図との関係性を容易に分かりやすくするために導入した図的表現であり、指導者が考え出して子供に提供したものである。調査結果では、中間図を導入したことで問題解決に繋がった子供もいれば、再び情景図や線分図に繰り返し学習が戻ってしまった子供も現れていた。図的表現が問題解決するために有効な手段となるには、その表現が文章題を解く子供にとって、理解が深まったり新たに考えを発展出来たりするための道具であるかどうかで判断すべきではないだろうか。

土居下ら(1986)の研究においても、正答率から区別したレベル集団によって図的表現の利用率は異なり、高レベルの集団ではすぐ立式する過程に進んだのに対して低レベルの集団になると絵図や線分図を用いて解決しようとする姿が確認出来た。

問題を把握する方策として、もし子供の中で問題の内容を理解出来ない時に線分図を利用すると効果的であると認識されていれば、全ての子供がまず線分図を描き始めるはずである。しかし、調査結果では線分図でない別の図的表現を用いて解決しようとした子供も存在している。図的表現が問題解決するために効果的であるかどうかは、図の種類や方法ではなく、各子供にとってその図的表現が分かりやすいものかどうかで決まると考える。

6.2 代理的図的表現の発展により促される問題解決と新たな中間図の位置づけ

文章題の解決過程の初期段階では情景図や場面図のような代理的図的表現で表現したものの、その表現を利用しながら内容を把握していくと中核的図的表現に変化する

場合があることが確認出来る。Moses(1982)の視覚的思考の指示を受けた子供や廣井(2001)の松木の調査結果より、両者とも自らの表現で情景図を描いてから内容を把握し始めている。それぞれ情景図を完成した時点で計算する過程に発展していない点から、まだこの段階では問題内容を理解していない。しかし、Moses(1982)の例の子供の調査結果では、情景図として描かれた図的表現へ新たに消防士の動く軌跡を矢印や数字を用いたり、はしごの段数を調節したりして描き加えていった。松木も同様に、始めは情景図で表現し、12枚のカードが移行する状況を新たに描き加えることで正しい解釈に繋がった。これらの情景図が発展した表現を中原(1995)の図的表現の分類に準じて改めて捉えなおすと、手続き図や構造図のような中核的図的表現に含まれる方法図として変化していることがわかる。

代理的図的表現を用いて文章題の内容を把握しようとして失敗した子供でも、その絵図から中核的図的表現に変化するような解決過程に進めば、新たな数量関係の発見や解決の見通しを立てられる可能性がある。これらを踏まえると、菊池(1996)の中間図は数量関係を表している点から構造図に当てはまり、中間図の導入によって内容を理解出来た子供は、それが情景図の発展した表現であると内的に認識したから、最終的に問題解決に繋がったのではないだろうか。

6.3 視覚的思考を考慮した図的表現

Moses(1982)は、問題を式などの記号的表現を操作しながら理解していくという分析的思考よりも、問題場面の想像から内容を把握する学習に取り組む視覚的思考のほうが、問題解決することに有効であると述べている。この先行研究の調査問題は、絵図で内容を捉え直さなければ内容を正確に理解出来ないような複雑な問題である。結果

的に視覚的思考の指示を受けた子供は図5や図6のように数学的事象を正確に捉えられている。ここで、Moses(1982)の視覚的思考を支えるための3つの要件と照らし合わせてみることにする。

「見ること」は、図4や図5のように、代理的図的表現でも記号的表現でも確認出来、いも虫が1日に4上って2下がる事象を知ることが出来る。「想像すること」は、文章題の試行を続けることで確認出来るが、ここから視覚的思考を用いた場合と分析的思考を用いた場合とで、学習者の内容理解に差が生じる。視覚的思考を用いると、1日に2ずつ上る事実だけでなく、3日目で最頂点に達するという新たな情報を得られる。しかし、分析的思考を用いた場合は、4日目まで試行実験を繰り返さなければ再頂点の8という数字が表れない。「表現すること」は、文章題に示された全事象を最終的に紙上でまとめられた表現から確認出来る。図4の分析的思考により残された表現では、再確認しても3日目で最頂点に達することに気付にくい。対して図5のように視覚的思考を用いれば、正確に数学的事象を捉えられている。視覚的思考を用いると、分析的思考をした子供より正確に内容を理解出来ることがわかる。図的表現を用いると、文章題の内容を把握出来るだけでなく言葉による表現では示していない新しい情報を視覚的に得られると考える。

7 おわりに

子供によって図的表現の有用性は異なる。個々が表現した図を基に問題解決を促すことが、図的表現を効果的に発揮されるための条件であると考えられる。しかし、指導者が各々の子供に応じて図的表現を発展させることは決して容易ではない。どのような視点を持つことが見極めに必要か、全く絵図で表現出来ない子供への図的表現を勧める

指導はどう展開すればよいか。今後の課題として残る。

引用・参考文献

- 文部省. (1999). 小学校学習指導要領. 解説—算数編—. 大阪書籍.
- 東京書籍. (2003). 教科書, 新しい算数6上.
- 片桐重雄. (1995). 数学的な考え方を育てる「式」の指導. 明治図書.
- 片桐重雄. (1996). 数学的な考え方を育てる「問題解決・文章題」の指導. 明治図書.
- 川口延, 中島健三. (1968). 数学的な考え方と新しい算数 東洋館
- 菊池光司. (1996). 算数・数学の問題解決における図的表現の働きに関する研究. 上越数学教育研究, 11, 51-60.
- 草野収. (1997). 算数における式をよむ活動についての一考察. 上越数学教育研究, 12, 81-92.
- 近藤裕. (2004). これからの算数科文章題指導で教師がより意識すべきこと: 文章題を通して「問題解決の態度」を育成するという意識. 第37回数学教育論文発表会論文集, 151-156.
- 土居下晃宏, 志水廣, 植岡利之, 一崎満夫. (1986). 問題解決における方略の指導: 絵や図についての児童の実態調査と実践. 日本数学教育学会誌, 68(4), 18-22.
- 中原忠男. (1995). 算数・数学教育における構成的アプローチの研究. 聖文社.
- 廣井弘敏. (2001). 算数の問題解決における図による問題把握の研究: 子供が図をかく過程への着目. 上越教育大学修士論文
- Moses, B. (1982). Visualization: A different approach to problem solving. *School Science and Mathematics*, 82, pp. 141-147.