

## 算数の問題における絵図を用いた解決過程についての研究

上越教育大学大学院 修士課程2年

望 月 悟

### 1、本論文の目的

文章題が苦手な子どもの現状は、算数・数学教育において以前から問題視されている。文章題につまずく要因の1つとして、文章に含まれる数量関係の把握ができないことが挙げられる。解決策として、それら数量関係を子ども自らが様々な表現方法を用いて表すことがあろう。算数の問題に対して、小学生が、自ら表現した絵や図を用いながらどう数量関係を把握し、どう思考を進めるのだろうか。

そこで本論文では、解決過程と子どもが描いた絵や図をどのように用いて文章題を解決するのか、その過程を明らかにすることを目的とする。

### 2、図的表現に関する先行研究より

#### 2.1 図的表現の分類と類型

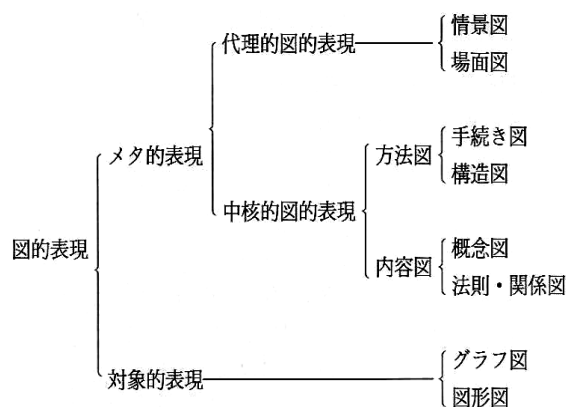
図的表現に関する定義や様々な表現を用いて解く子どもの解決過程を先行研究より考察する。中原(1995)は、様々な表現様式を5つの視覚的観点で分類し、現実的表現や操作的表現、図的表現を類似的表現に、言語的表現と記号的表現を規約的表現に区別している。

類似的表現とは、指示対象の何らかの意味内容を視覚的な様式において含んでいることから、直観性、具体性、想像性等に富み、親しみやすい性格を有しているが、厳密性、客観性等に欠ける記号の表現である。対して規約的表現とは、細部まで明確に規定して用いることから、厳密性、客観性等に富むが、直

観性、具体性、想像性等には欠ける面があると述べている。

さらに、図的表現をいくつかの視点から表1のように類型化している(表1)。対象的表現は数学で定まっている性質を持つのに対し、メタ的表現は個によって様々である。代理的図的表現とは、現実的状況を対象としている表現を指す。対して中核的図的表現とは、数学的内容を対象としている表現を指し、現実的状況と学習内容とを結びつけること(方法図)や問題の解決方法や学習内容を効果的に表現すること(内容図)が基本的な役割となることを定義している。

表1 図的表現の類型(中原, 1995, p. 235)



絵や図には、情景的な絵や線分図、面積図など様々な形態があり、それぞれ異なった意味や特徴を持つ。また、教科書にも問題文に図的表現が添えられている。算数の問題に対して、数量関係を把握しやすくするために利用していると筆者はとらえる。しかし、全て

の絵や図を分類できるとは限らない。例えば子どもが自ら描いた絵や図である。子どもが絵や図を用いて解決に発展したと仮定すると、指導者が筆跡を見て場面図や情景図のような抽象的表現だと判断しても、子どもにとってはその図的表現は構造的にとらえた表現であるかもしれない。図的表現が効果的な役割を果たしているかどうかを指導者が認識・判断するには、活用する子ども側の内的な思考を吟味すべきである。

Bruner(1967)は、表象(representation)の問題として活動的表象、映像的表象、象徴的表象の3つの段階が存在し、発達段階にふさわしい方法で指導を行えば、年齢の低い子どもにも高度な問題を理解させることができることを示している(Bruner, 1967, pp. 68-69)。

活動的表象とは、刺激と反応との直接的な結合から成るもので意識過程が微弱な段階を指す。映像的表象とは、刺激と反応が直結し、心象(イメージ)という心的な内面過程が成立している段階を指す。象徴的表象とは、刺激と反応が直結し、心的な内面過程が分析と総合を加えて成立している段階を指す。また、この3つの表象の意味からわかる通り、活動的・映像的・象徴的が順次性を成し、幼児期から成人していくまでの長期的な視野で知的発達をとげていくことを述べている。

ここで、Bruner(1967)が定義した3つの段階を中原(1995)の5つの表現様式の分類に当てはめてみる。活動的表象とは、具体物がなければ思考を進めることができず、概念的に問題場面を把握しないまま行動に移す段階の表象を指す。直観的な意味合いを成している反面、厳密性に欠ける性質を持つ点より、類似的表現と合致するといえる。映像的表象について、Bruner(1967)が示した定義には子どもの立場から心象(イメージ)による認知構造を述べている。しかし、中原(1995)は表象そのものの構造的な表現様式を区別している。したがって、類似的表現に映像的表象は

含まれるが、映像的表象の定義に類似的表現は含まれないといえる。象徴的表象は、事物を言語記号によって構造的に把握したり表現できる段階である。言語や記号での表現は、簡潔に数量関係を表現している一方、現実場面から離れるだけでなく操作的な過程も数学的記号によりまとめられる。これは、厳密性や客観性に富むが直観性、具体性、想像性に欠ける性質を持っていると判断でき、象徴的表象は規約的表現に合致するといえる。

## 2.2 子どもの思考過程に関する先行研究

菊池(1996)は、子どもにとって文章題が苦手な分野である実態を踏まえて、問題解決するにどんな図的表現が役立つのか、という問題意識から調査を行った。その際、中原(1995)が定義する素朴な情景図と問題の構造を示した線分図から、両方の図の間に中間図を加えることで問題解決につながれると仮定し、3つの図的表現を用いて調査を行った。中間図とは、菊池(1996)が情景図の延長として自由に描いて思考できる場を設けた図的表現である。調査に出した文章題は、以下の親子ライオンの体重を扱ったものである。

親のライオンと子どものライオンがいます。2頭の体重の合計は252kgで、親ライオンの体重は、子どものライオンの体重の3倍です。親ライオンと子どものライオンの体重は、それぞれ何kgですか。

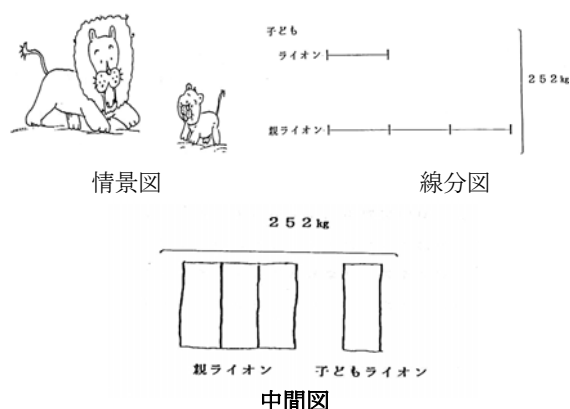


図1 ライオンの問題に対して子どもに与えた図的表現  
(菊池, 1996, p. 56)

情景図を利用しない子どもは、線分図のヒントをもらった後でも線分図を見る前の考えを繰り返していた。この子どもは、線分図を見ても答えに結びつく新たな情報に気づかなかった。このように、線分図を利用しても問題解決に至らなかった子どものほとんどは、前の思考過程を繰り返し、次に何も描かないという反応が多かったと示している。また、菊池(1996)は次のように分析している。

特定の解決方法を示す図が日常そのように考えていない子にとっては有効に働かなかった。

(菊池, 1996, p. 108)

この分析のように、線分図より中間図を利用したグループの方が高い正答率となった調査結果はある問題の場合のみであり、他の調査では特に中間図が問題解決に効果的な図的表現である証明につながる結果を得ていなかった。結果的に、正答率や中間図の使用によって問題を理解した大半の子どもを対象とした調査で、情景図の延長のような中間図は線分図に比べて子どもの構造把握を援助するに有効だったことが明らかになったといえるだろう。菊池(1996)が提示した中間図は、問題を把握している子どもにとって分析すると、情景図が発展した表現となっている。しかし、その図が問題把握に有効でなかった子どもにとっては意味のない表現となる。そこで、中間図が問題を把握する手段として有効かどうかの判断は、子どもが握っているととらえることにする。指導者は個々の思考過程を的確に見抜き、臨機応変に図を提示する、あるいは子どもが自ら中間図のような表現を生み出せるような支援が必要であると推測する。

渡邊(1995)は、文章題の数量関係を図に描く能力と文章題の数量関係を読み取る能力との関係について調査を行っている。調査は、文章題にある数量関係を図に描かせる問題Aと、文章題の数量関係を表す線分図に数値をはめ込む問題Bの関係を調べるものである。その結果から、次のことを明らかにしている。

1つ目は、問題Bが出来ない児童は、問題Aにおいて、Successful Diagram(正確な絵図)を描く率が少ないということである。2つ目は、問題Bの成績の高い児童は、問題Aの図において抽象度の高い図を描く率が高く、逆に、問題Bの成績の低い児童は、問題Aの図において、抽象度の低い図を描く率が高い、ということである。(渡邊, 1995, p. 299)

ここで言う抽象度の高い図とは帯び図、線分図、数直線のようなものを、対して抽象度の低い図とは情景図や場面図を指している。この研究で渡邊(1995)は、子どもが図を描けない理由について、図を描く以前の状況をつかむ段階に原因があると推察し、図を描く指導以前に文章題の状況をつかませる指導が必要だと述べている。そして問題の状況をつかんでいないと図は描けないと指摘している。

問題に対して数量関係をとらえるには、指示対象を理解し、答えを導くための見通しをつけることが必要である。解決にあまり絵や図を利用しない子どもでも、指導者が絵や図を用いて問題を解くことを推奨すれば、何かしらの表現を紙面上に描き出すことは可能だろう。そして、情景図や場面図を用いて問題状況を大まかに想像することもできるだろう。しかし、問題全体の内容理解には、個々に適した絵や図で表現し、時にはそれを変容しなければならぬ。また、変容するためには、始めに子どもが表現した絵や図がどの程度文章題の内容を示しているのか、始めの絵や図がどの程度の場面や状況を補っているのか、などを解く子ども自身が認識しておく必要があると考える。

## 2.3 図的表現の効果に関する先行研究

Moses(1982)は、視覚的思考を「数学的事象を既習パターンや数字に囚われず、場面のはっきりしたイメージを得る」ものと定義し、視覚的思考が「見ること」「想像すること」「表現すること」から成ることを示すため、視覚的に表現するように指示を与える集団と与えな

い集団に分けて2つの調査問題を行っている。そのうちの1つを例に挙げる。

消防士は、燃えている建物に水をかけるよう指示しながら、はしごの中間の段に立っていた。煙が少なくなったので、彼は3段登って仕事を続けた。火災はよりひどくなり彼は5段下がらなければならなかった。後で、彼は最後の6段をはい登って、はしごの最上段にいた。はしごには、どれくらいの段数があったのか。

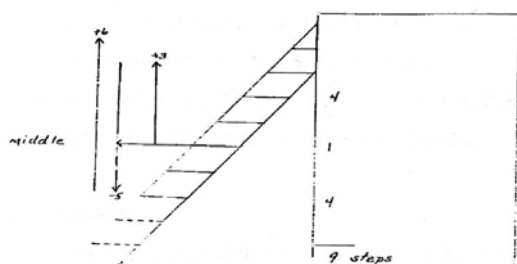


図2 文章形式で出題した問題と対する子どもの描いた図  
(Moses, 1982, p. 146)

視覚的思考を用いない子どもは、特定の数に焦点を当てながら問題を分類し、型にはまったパターンに当てはめようとして解決に失敗していた。対して視覚的思考を用いた子どもは、型にはまったパターンに問題を押し込めるようなことはなく、全体的な見通しを得て解決に成功していた。視覚的思考を用いて考えるように指示を受けなかった子どもは、数値を安易に組み合わせて立式した。そのため、はしごの段数に囚われず「 $3 + 5 + 6 = 14$ 」という消防士が動いた軌跡をもとに、全て加法で求められると判断した誤答計算が多かった。対して、視覚的思考を用いて考えるように指示を受けた子どもは、図2のように文章題にない新たな情報を発見し、正確な問題把握につなげている。また、消防士の動く軌跡を矢印で新たに描き加えている点から情景図が発展して手続き図に変化している。こういった分析より、Moses (1982) は問題場面の状況を十分に想像させることで安易な立式を抑制し、さらに問題文中にない新たな情報を得られると示している。

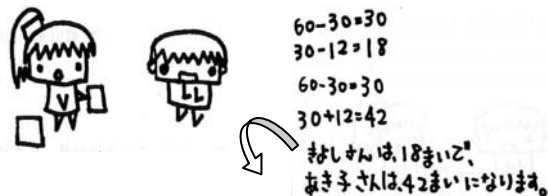
問題の難易度によって異なるが、複雑な問題に対して絵や図を利用せず、文章題に与えられた数値だけで消防士の動く軌跡を正しく把握することは難しい。そういった時、段数のわからないはしごの中間に消防士が位置しているという問題設定を容易に解釈するにあたり、Moses (1982) が述べる視覚的思考が役立つことがわかる。はしごの下部が点線で表現している箇所に注目すると、正確な段数は数えられないが、この図的表現をさらに吟味、構築することで、はしごの中間の段への意味づけを再度考えることができる。この思考過程は、Bluner (1967) の映像的表象から象徴的表象への順次性にも関連している。視覚的思考を用いると、立式への移行を生み出す可能性や子どもに問題解決への手がかりを与えることができる。また、子どもは、視覚的に問題解決の見通しを紙面上に描き表すことで正しい解釈を見出し得ることがわかる。

廣井(2001)は、小学5年生の問題解決の様子を図の変化や発話に着目して、子どもが問題把握に図をどのように利用していたかを明らかにするため、2つの調査問題を準備して問題解決の様相を分析した。図3は、そのうちの1つの調査問題と対する抽出児童(松木)に見られた図的表現の操作の移行である。

子どもは、最初に文章題に記された数字と「分ける」という言語表現から割り算を試行した。その後、不整合を感じたために色紙を分けている様子を図で表現した。このことで「12枚多い」という情報を新たに追加して計算する活動に進んだ。しかし、12枚多いとはどういう意味なのかを把握できなかったために、再び情景図に戻り、新たに描き加えた。すると問題の構造に気づき、結果的に正しくとらえられたと、廣井(2001)は分析している。

つるを折るので、きよしさんとあき子さんは 60まいの色紙を2人で分けます。あき子さんの方がきよしさんよりも12まい多くなるようにします。それぞれの色紙の数は何まいになりますか。

- ①「 $60 \div 12 = 5$ 」と計算し ②色紙を分ける面  
5枚と答える。間違い で数学的記号を  
に気づき、情景図を描 を用いて計算。  
き出す。



※ここできよしさんに「-12」、あき子さんに「+12」して答えを 18 枚、42 枚とする。

- ③「12 枚多い」を前の情景図に描き加え、以下の演算をする。

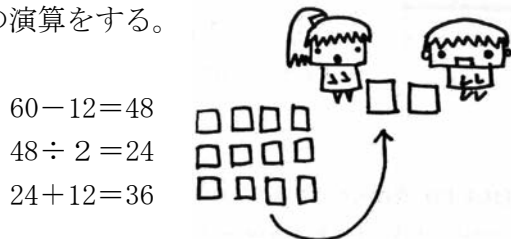


図3 正しい解釈に至るまでの思考過程 (廣井, 2001, pp. 101-110)

また、以上の分析より、廣井(2001)は次の2点を明らかにした。

- ・子どもは、問題の条件を1つの図にまとめることで、不整合となっている考えに気付いた。
- ・子どもは、計算結果を図に当てはめることで不整合となっている考えに気付いた。

(廣井, 2001, p. 61)

この子どもは、まず文章題から直接数学的に理解しようと記号的表現を試みた。しかし、5枚という答えに疑問を感じた松木は考えを改め、現実的表現でとらえなおした。松木は情景図を用いる方法を選び、これは正しい把握のきっかけとなった。また、図で表現したものへ新たな情報を付け加えた活動により、問題場面の解釈と問題解決のための見通しを獲得できた。図的表現を利用すること、また描いた図を再構成する思考過程は問題解決に有効であることが見て取れる。

土居下ら(1986)は、1年生から4年生を対象に、正しい絵、図、線分図が描ければ立式できると仮説を立て、調査結果から高レベル

の児童は解けるから正しい絵、図、線分図が描けるのであり、低レベルの児童は正しい絵、図、線分図が描けないから解けないと結論づけた。また、問題の構造を把握するためには、より完成度の高い線分図を描くのが効果的であることを、授業実践から明らかにした。

- ・低レベルの児童は、式を先に考える児童は急激に減少し、絵図や線分図の内容も悪くなると同時に絵図や線分図が描けない児童も急激に増加する。
- ・中レベルの児童は、直観的に見通しを立てる児童が多いが、間違う率も高くなる。
- ・高レベルの児童は直観的に見通しを立てることが出来、しかもそれに応じた絵図や線分図が描ける。

(土居下ら, 1986, p. 19)

絵、図、演算記号で表現する訓練をしてきた子どもは、正確な絵や図を描いたり、構造的な図的表現を読み取れると述べた研究は、これまでの先行研究に挙げた Moses (1982) や廣井(2001) も明らかにしている。したがって各子どもの認知発達の段階により把握する度合いや絵や図で表現する緻密さが異なることは、土居下ら(1986)の研究結果からも決定づけられるだろう。しかし、調査結果の中には、線分図でない別の図的表現を用いて解決しようとした子どもも存在している。絵や図が問題解決するために効果的であるかどうかは、図の種類や方法ばかりでなく、一人一人の子どもにとってその図的表現が分かりやすいものかどうかという価値も関係すると考える。

### 3、算数の問題における絵図を用いた解決過程

#### 3.1 調査の概要

調査は、抽出児童を決定するための事前調査と思考過程の分析・考察を行う本調査の2部に分けて実施した。新潟県公立小学校3年生を対象に、5日間に渡りインタビュー形式で行った。この時、インタビューはヒントを与えずに子どもの自己解決だけで考えさせるように仕向けた。途中活動が止まってしまった場合、それまでの解決過程を振り返らせる

ことで新たな発見を生むように支援した。また、子どもが絵や図を変容するごとに、そう表現した理由や考えを聞き出した。問題解決後、各対象児童に図的表現が解決に役立ったか、どの図的表現や発言時に考えが変容したかを中心に、感想や意見をインタビューした。

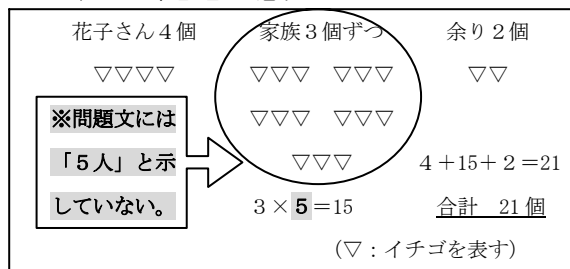


図4 問題1における解決場面の構想

本調査問題1は、子どもが絵で表現しやすいイチゴを題材に、「花子さんに4個」「家族5人（兄、父、母、祖父、祖母）に3個ずつ」「余った2個」の3つの事柄から総数を求める問題である。ただし、問題文には家族の人数「5」という数値を提示しなかった。子どもが問題を把握するにあたって、文中にない新たな数量語「5人」に発見できるかどうかを筆跡から確認するためである。

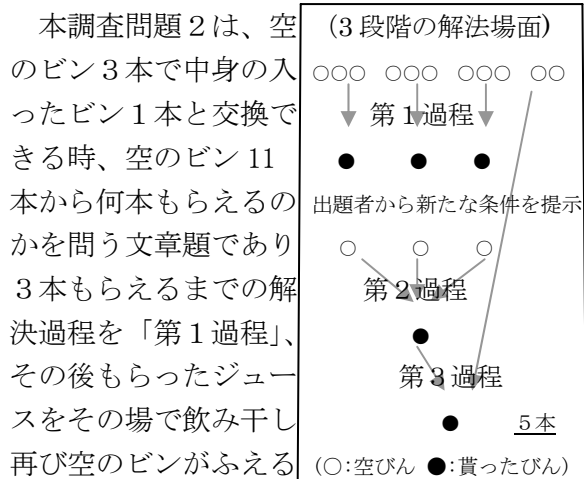


図5 問題2で構想する解決場面

ことで割り算の問題から相殺問題に変化させる。そこで、第1過程の問題把握を保ちながら、4本目に気づくまでの解決過程を「第2過程」、5本目に気づくまでの解決過程を「第3過程」とする。問題設定を切り換えたのは、第2過程以降に絵や図を利用した解決過程を

見るためである。

## 3.2 子どもに見られた解決過程の変容

### 3.2.1 atsuの解決過程の分析

atsuは、問題を提示するとまず、絵で表現してから考える思考過程が見られた。本調査問題1では、まず問題文にある「4個」「3個」「2個」のイチゴから絵で表現し、それを問題文の内容と照合しながら答えを求めた。「 $4 + 3 = 7$ 、 $7 + 2 = 9$ 」の累加する考えは、自ら描いた図的表現を見て立式したものであり、「 $4 \times 3 = 12$ 、 $12 + 2 = 14$ 」に気づいたのは、問題文の「ずつ」という文章表現が影響していた。さらに、乗法から加法の解法に改善したのも、自ら図を構成しなおしただけではなく、絵や図で表現する中で累加計算（ $3 + 3 = 6$ 、 $6 + 3 = 9$ 、 $\dots$ ）を念頭で立式しながらイチゴの数を全て記載した。こういった様子から、図的表現を用いながら自分なりに数量関係を理解していると考えられる。

図6 atsuの解決過程①

本調査問題2では、問題文の理解に苦戦し立式だけでなく絵や図でさえ表現することが困難であった。まず問題提示から約5分間はずっと考え込んでいた。その後、「3本で1本もらえる」内容や「11本のビン」を「□」で表現する。しかし、インタビューがいくつか質問しても、絵や図を新たに描き足したり、あるいは立式したりなど、発展することはない

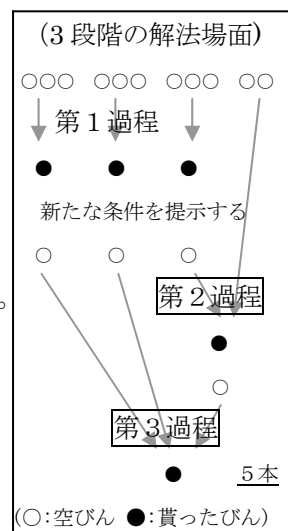
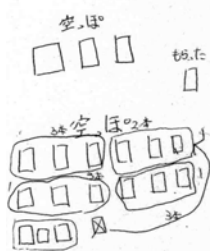


図7 問題2でatsuが  
実行した解決場面

かった。第1過程は、筆者が予測したものと等しく、空のビン3本で1本入ったジュースをもらえる考え方や、絵や図でまず3本もらえる解釈をしていた。実際に atsu は、空のビンを「□」で、もらったビンを「1」や「1本もらう」といった言語や数で描き表している。表現形式は異なるが、第1過程までの atsu の解決過程は筆者の構想(図5)と変わらない。第2過程では、第1過程で残った2本と第1過程でもらえた3本のうちの1本とを結びつけた解法を展開した(図7)。この時この抽出児童は、「1138 atsu でもこれ2本、余ってる」と発言している。第1過程で空のビン2本が残っていることに抵抗を感じていた。

この思考過程とつづやきより、atsu は自ら表現した場面図と問題文をもとに問題を把握していたこと、空のビンが第1過程終了時点で5本ある事実を理解していたと見て取れる。問題に対し 図8 atsu の解決過程②



### 3.2.2 yui の解決過程の分析

yui は、本調査問題1と2で図的表現を活用する度合いが異なっている。本調査問題1では、筆算・イチゴの絵・計算式の3つが描かれているが、絵や図をほぼ利用せずに問題文の把握や計算を行なっている。また、「21」と答えを求めた後のインタビューとのやりとりでも、その姿が確認できる。

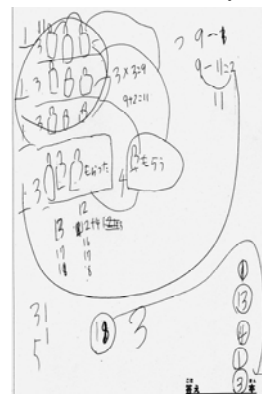
まず最初に表現したのは「15」という数値であった。yui に「15」の数値が意味する説明を求めると、「2005 yui お父、お兄さん、お父さん、お母さん、おじいさん、おばあさんに3個ずつ

渡したから、お兄さん、お父さん、お母さん、おじいさん、おばあさんは、5人合わ・・・人数にすると5人だから、ごさんじゅうご

( $5 \times 3 = 15$ ) して「15」。」 図9 yui の解決過程②と発言した。問題文を読んだ時点で、文中に数値を載せていない「家族5人」の人数を理解している。また、「家族に分けるイチゴ・花子さんが受け取るイチゴ・残ったイチゴ」の3つの指示対象を足し合わせることで答えに結びつくことを理解している。

しかし、本調査問題2で最初に描いたものは、計算式や数値ではなく絵や図で表現し始めたことだった。問題文を読み終えた後、yui

は最初念頭で数量関係を整理してから場面図を構成し始めた。まず空のビン11本中9本を情景的に表現し、そこに入ったジュース3本と交換できることを線と数値で示した。この時、余る2本のビンは



描かなかった。第2過程では、もらえたビン3本でさらに1本もらえることを場面図からの変容と新たな条件の解釈により発見した。しかし、第3過程には至らなかった。原因は、自ら表現した図的表現を利用して解いたことにある。yui は空のビン11本のうち余る2本を紙面上に表現しなかった。インタビューから第1過程に戻る機会を与えない限り、もらえるジュース5本目に気づかなかった。その後インタビューからの助言により、第2過程から第3過程にかけて様々な図的表現を描きながら整理していた。表現形態がビンの形から「□」へ置き換えたり、空のビン11本全てを紙面上に描き加えたりと、徐々に数量関係を構造的に示した図に変容していった。

本調査問題 1 では簡略化して表現した結果に対し、本調査問題 2 では口頭で説明しながら細部にわたる yui 自身の考えを紙面上に表現、構築している。yui は、問題の難易度に応じて、表現する度合いを調整している。

### 3.2.3 yuki の解決過程の分析

yuki は、本調査問題 1 では答えしか記さなかったものの、本調査問題 2 では問題内容をまず絵で表現し始めてから答えを求めようとする様子がある。yuki は問題文を読み終え、内容を把握できると絵や式も描かずに答えを求める解決過程を展開している。

4010 yuki なぁんにも描かなくてもいいの？

4011 T うん、何描いてもいいし何も描かなくてもいいよ。

4012 yuki 答えだけ書いてもいいの？

4013 T いいよ。

( 中 略 )

4028 T うんうん、そっか。頭の中でできちゃったか。

4029 yuki うん。

4030 T もう絵とかそういうのはいらない？

4031 yuki うん。

4032 T 式を書くのもいらない。

4033 yuki うん。

本調査問題 1 において問題の内容を把握し、紙面上で表現しなくても念頭で答えを求めることが可能だと判断すると、yuki は答えしか記入しなかった。問題内容を理解した上で計算したかどうかを問うと、yuki は、問題文を指でなぞりながら「4015 yuki 4 たす 3 は 7、7 たす 3 は 10、10 たす 3 は 13、13 たす 3 やって 16、それで 16 たす 3 やって 19 で、2 個余ってるから 21。」と累加して答えを導いた思考過程を説明している。また、インタビュー後の感想でも難しい問題に対しては、絵や図を描いて解きたい意向を示している。こういった点より、解答用紙に絵を描くこと、式を立てることを必要と感じない場合は、解くための手段として利

用しない様子が伺える。

対して本調査問題 2 で、yuki が図的表現を用いた大きな理由は、問題内容を把握するためだった。その描いた図は、yuki 自身が理解するために表現したものであるとインタビューで確認できた。

4187 yuki ……さっきので合ってるんじゃない！！

4188 T うん、さっきのってどこの 5 本だったっけ？初めに 5 ほんって言ってたのは。

4189 yuki 最初に 5 本って言ったのは、……ここ（最初の場面でもらえたジュースびんの絵図を指して）の 3 個とここ（最初に余ってた空っぽのびん 2 本の絵図を指して）の 2 つ、を合わせたから 5 本って言った。

4190 T うん。でもこの（最初に余ってた空っぽのびん 2 本の絵図を指して）びんって……

4191 yuki 空っぽじゃん！！

4192 T そうだね。家から持ってきたんだよね？

4193 yuki うん。

4194 T お店から貰ったんじゃないんだよね？

4195 yuki （うなずく）

4196 T うん、たまたま答えは一緒だったけど、ちょっと違う意味の 5 だっ……

4197 yuki 違う 5。

4198 T うん。そうだね。

問題文を読み始めてから正しい解釈と正答に導くまでの過程は、筆者がとらえた第 1 過程から第 3 過程までと同じ流れであった（図 5）。初期段階で yuki は誤った解釈で 5 本という答えを導き出して



いた。調査終盤の正確 図 11 yukiの解決過程②に問題を把握した場面で、誤答と正答の「5 本」それぞれの違いを理解している様子が確認できる。yuki は、自ら紙面上に表現した場



面図を指しながら、初めに勘違いした5本と正確な解釈での5本とを説明しだした。

現場指導について、小学3年生の子どもが絵や図を用いて問題を把握したり数量関係をとらえたりする訓練は、これまでの授業にほとんどなく、教師側の意図で板書説明するための方法として利用した程度である。よって、図的表現から問題内容を読み取る経験が多少あるにしても、自ら絵や図を表現して問題を解く学習には慣れていない。しかし、yukiは初期の段階ではもらったビンと空のビンが混合した5本と解釈していたこと、最終段階ではもらったビン5本と解釈したことを理解している。自ら表現したものが意味を成して描いたことが本調査問題2で判断できる。

### 3.2.4 抽出児童6名の総合的な分析

全体を通して、まず本調査問題1では、yuiやyukiのような問題文を読んだ時点で数量関係を念頭で整理できた子どもが4名いた。この子どもは絵や図を描かずに式表現や暗算を始め、問題文に隠れている家族の人数「5人」を理解していた。対してatsuのように数量関係を念頭で整理できなかった子ども2名は、イチゴの絵を21個全て表現し、累加して正答を導いた。また、家族の人数「5人」に気づいたのは、図を用いて表現した後だった。

本調査問題2においては、全ての抽出児童がまず場面図や手続き図で表現し始めた。そして絵や図を用いた解法により、第2過程まで正答を導き出した。しかし、自ら第3過程まで発展する子どもはいなかった。解決過程を分析すると、第1過程で余った2本の空のビンが、新たな条件を加えてから消去されてしまった原因が挙げられる。第2過程を終えた時点で、空のビンの残りの本数に視点をおく子どもは、atsu以外にいなかった。結局、インタビューから直接関連するヒントを与えるまで、子ども等は自ら空のビン2本を発見する視覚的思考ができなかった。

## 4、本稿のまとめ

算数の問題を正しく解決するためには、まず与えられた数値や数量関係を正確に読み取らなければならない。筆者のこれまでの経験より、認知発達していくに連れて多くの知識や様々な解決手段を知っていく。にもかかわらず、複雑な数量関係を持つ問題を安易に立式してしまう子どもの解決過程をよく目にしてきた。絵や図を用いなくても問題内容を把握できる子どもはいる。しかし、間違えた理解をしていることすら気づかないで解決したつもりでいる子どもも決して少なくない。こういった実態を改善する方法の1つとして、図的表現を利用した解法を推奨した。

図的表現は、念頭だけでなく視覚的に検討したり振り返ったりできる利点を持ち、中間図や代理的図的表現が問題を解決するにあたって有効な手段となり得ると菊池(1996)、Moses(1982)は明らかにしていた。しかし、その有用性の度合いは個によって異なり、それぞれの発達段階に応じて絵や図を提示したり支援をしなければ意味を持たないことを土居下ら(1986)、廣井(2001)が述べていた。そこで、現実的な場面から数学的な理解へ段階的に展開する過程が問題解決につながることを中原(1995)、Bruner(1967)が述べていた。様々な事例や先行研究から、問題を解決できない要因として、提示された問題の内容を正確に把握できなかったことが見受けられた。その解決過程を研究するにあたって、子どもが自ら描く表現から念頭でのとらえを分析できると考えた。

本調査では、抽出した児童6名に新たな問題を2問提示し、個別にインタビュー形式で実施した。本調査問題1において、問題文を読んだ時点で数量関係を念頭で整理できた子ども4名は、絵や図を描かずに式表現や暗算を始めた。この子ども等は問題文に隠れている家族の人数「5人」を理解していた。対して数量関係を念頭で整理できなかった子ども2

名は、イチゴの絵を 21 個全て表現したことで正答を導き出した。この子ども等は、紙面上に表現したイチゴの絵を 1 つずつ数えたり、3 個ずつ累加する思考を繰り返すことで解決に至った。また家族の人数「5 人」に気づいたのは、図的表現を用いて表現した後だった。

本調査問題 2 は、全ての抽出児童が複雑さを理由に、まず情景図や手続き図を表現し始めた。結果、第 1 過程までは 6 名みな 3 本と正答を導き出した。また、新たな条件を加えてから第 2 過程に至る 4 本目は算出するものの、自ら第 3 過程まで発展する子どもはいなかった。その原因は、第 1 過程で余った 2 本の空のビンが、新たな条件が加えられたときに除外されてしまった点にある。しかし、インタビューから子どもへ自ら表現した絵や図を視覚的にとらえなおすよう促すと、第 1 過程で余っていた 2 本のビンに気づき、さらに思考を進めることができた。また、第 3 過程に到達すると、子どもは情景的に示した絵や図を再構成して、新たに構造的な図を紙面上に表現しなおした。

以上の調査結果より、次の知見を得た。

- ・子どもは、問題文を読んだ時、念頭で数量関係を整理できたり、解決するまでの筋道を明確に立てられれば、文脈を成した絵や図を紙面上に表現できる。
- ・子どもは、数量関係の理解が深まるに連れて、自ら情景的な表現から構造的な表現へ変容することができる。
- ・子どもの視覚的思考は、自ら表現した筆跡に他者から支援が加えられることで新たな発見を見出すことができる。

様々な図的表現の見方や表現方法を知らない子どもでも、問題を独自の絵や図で表現することができた。また、自ら構造的な図を表現することは、子どもの問題把握が明確になったとき可能となる知見を得た。子どもが自

ら示した絵や図を視覚的にとらえなおすためには、問題内容を想見する力や他者からの支援が影響することが明らかとなった。

(引用・参考文献)

- J. S. Bruner. (1967). 田浦武雄, 水越敏行訳, 教授理論の建設. 黎明書房.
- Moses, B. (1982). Visualization: A different approach to problem solving. *School Science and Mathematics*, 82, pp. 141-147. 学校図書. (2001). 教科書, みんなと学ぶ: 小学校算数 1～6 年.
- 菊池光司. (1996). 算数・数学の問題解決における図的表現の働きに関する研究. 上越教育大学大学院学校教育研究科修士論文.
- 近藤裕. (2004). これからの算数科文章題指導で教師がより意識すべきこと: 文章題を通して「問題解決の態度」を育成するという意識. 第 37 回数学教育論文発表会論文集, 151-156.
- 土居下晃宏, 志水廣, 植岡利之, 一崎満夫. (1986). 問題解決における方略の指導: 絵や図についての児童の実態調査と実践. 日本数学教育学会誌, 68(4), 18-22.
- 中原忠男. (1995). 算数・数学教育における構成的アプローチの研究. 聖文社.
- 中原忠男. (1999). 構成的アプローチによる算数の新しい学習づくり. 東洋館出版社.
- 廣井弘敏. (2001). 算数の問題解決における図による問題把握: 5 年生のインタビュー調査より. 第 34 回数学教育論文発表会論文集.
- 廣井弘敏. (2001). 算数の問題解決における図による問題把握の研究: 子供が図をかく過程への着目. 上越教育大学修士論文, 16, pp. 167-176
- 渡邊一弘. (1995). 算数学習における図的表現についての一考察. 数学教育論文発表会論文集, No. 28.