

# 生徒の目的意識の形成を大切にした数学の授業構成に関する研究

— シツエーションを手がかりとして —

佐藤 秀彦

上越教育大学大学院修士課程 1 年

## 1. はじめに

平成 11 年の学習指導要領において、自ら課題を見つけ、自ら学び、自ら問題を解決していく数学学習の実現を目指す内容が重視され、生徒の主体的な姿を育てることが求められている。しかし実際の授業の中では、生徒が教師の指示に依存する傾向がみられるなど、実際に目指す姿とは相反することが多い。また、生徒が自身の考えを発表する場面においては、教師が発表する生徒の考えに対して少しでも否定的な態度を示すと、生徒は説明することをあきらめ、最後まで説明する姿を期待する筆者の思いとは違った姿を見せることがある。

筆者は生徒が主体的に取り組み、やり抜こうとする姿があってこそ授業は成り立つと考えている。そしてこれらの姿を育成することは、数学を学ぶことの楽しさや喜びを実感させることにも通じ、今日叫ばれている生徒の数学離れを解消させるひとつの手段になるとも考えており、教師にとって重要な役割ではないだろうか。

本稿では、生徒の主体性を育てるためのひとつの方策として、数学の授業において生徒の目的意識を形成することに視点を当ており、そして生徒の目的意識を形成するためにシツエーション論を手がかりとしている。しかし、ただ目的意識の形成とシツエーションとの間の関係、または目的意識の形成に対してシツエーションが単に重要であるというだ

けでなく、どのようにしてかようなシツエーションを授業の中で実現していくかという実践的な手立てを明らかにすることが本稿の目的である。

## 2. 目的意識とシツエーション

### 2.1. 目的意識の捉え

平林(1987)は、目的意識について以下のよう

人間は自己活動のうちに最も明瞭に目的を意識しうるものであり、目的意識のない自己活動というのは、ほとんど矛盾した概念である。(p40)

これは目的意識の形成なしには自己活動が成り立たないことを示唆しており、本稿での目的意識の形成が重要であるという立場を裏づけている。よって学習活動が生徒の主体性に基づいて構成されるためには、生徒がその活動自体に目的を持ち、自己の活動として認識することが重要であると捉える。

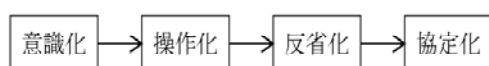
また、生徒は問題解決をするために自分の活動を見直したり、修正することが必要とされることがある。このような自分の活動を反省し、新たな活動を自主的に確立するために、目的自体も変容すると考えられる。よって目的とはいつまでも同じ状態が続くのではなく、ときには変容することもあり、それらを繰り返しながら活動自体を成長させたり、解決するための計画性なども成長させることができると考える。

## 2. 2. 目的意識の明確化

目的意識を形成することの意義については前述のとおりであるが、実際の数学の授業において生徒にどのような目的意識を形成すべきなのであろうか。そこで先行研究における授業過程モデルをもとに、筆者が数学の授業の中で生徒に形成したい目的意識を明らかにする。

### 2. 2. 1. 授業過程モデル

中原(1995)は、生徒が主体的に数学的知識を構成する授業の創造を目的として授業過程モデルを考案した。また、ひとつの数学的知識を学習するのに適した時間が1単位時間あるいは1～3時間であるとして、この授業過程モデルが示されている。中原が授業過程モデルの第1次案([図1] 中原,p138)として示したものが以下の図である。



【図1】授業過程モデルの第1次案

次に中原は操作化と反省化との間での飛躍が大きいこと、また反省化の内容が多すぎることから、それらの間に媒介化の段階を取り入れ、第1次案を修正した第2次案([図2] 中原,p144)を立案した。



【図2】授業過程モデルの第2次案

また、中原が示した授業過程モデルにおいてのそれぞれの段階の内容については以下の通りである。

#### <意識化>

問題を意識し、その問題の解決へ向けての見通しを立てる段階である。

#### <操作化>

源問題の解決を目指して操作的活動を行い、知識の原型をつくり出す段階である。

#### <反省化>

活動を振り返り数学的抽象を行う段階である。

#### <協定化>

知識の整合性や適合性などを検討し、それが生存可能な知識であるかを学級において協定する段階である。

#### <媒介化>

必要な場合に操作化と反省化との間に設け、源問題と関連する新たな問題を解いたり、操作化の段階に類似した活動を行う段階である。

(中原,p143)

### 2. 2. 2. 生徒に形成したい目的意識

中原の授業過程モデルから数学的知識の協定化に至るまでに、教師がどのような過程を経て授業を構成すべきかの示唆を得ることができた。しかし、教える側の教師に活動の目標やねらいが明らかになったとしても、学ぶ側の生徒にはそれらの過程が知られることはないため、生徒がそれらの過程に対して目的を見出すことはないと考ええる。また、教師が次に行う活動を直接的に示したとしても、教師から与えられた目的では主体的な活動が生じることはない。よって生徒が自分自身の手で目的を見出すことで、その目的は真に意識されたと考えている。ならば、どのような目的意識を形成することが可能なのであろうか。

岡本(2001)は、数学の授業において目的意識が希薄な生徒の存在を指摘し、その要因としては、生徒が教師によって問われることに慣れ、問われることを当然と思い、自ら問おうとしないことを挙げている。よって中原の授業過程モデルの中で生徒が自ら問う場面が起こり得るのかをを考える。また、ここでは第2次案の媒介化の段階が必要な場合に設定されることから、第1次案の授業過程モデルをもとに考える。

意識化および操作化の段階においては、生徒が自ら問う対象となるのは源問題であると

考える。源問題に対してわからないことや疑問を作り上げて問うことができなければ、生徒は学習に対して何の目的もないまま進められることになる。これらのことに関する先行研究は多く、例として清水(1987)の問題解決における最初の仕事は問題意識の獲得であるとして、ある課題が生徒のどのような心的状態との関係において「問題」となり得るかの研究などが挙げられる。

反省化の段階においては、教室内で個人にある数学的知識の原型の共有化をはかるために、生徒が問う対象は自身または他者の解決方法や結果となる。また、協定化の段階においては、教室内で生存可能な数学的知識を作り上げるために、練り上げてきた数学的知識を全体に広めようとする。よって反省化、協定化の段階においては、生徒が自分の解決方法や結果を他者に伝えようとする、または協定化された知識を価値づけ利用しようとするに對する目的を意識させる必要があると考える。そして、そのことが教師によって意図的に仕組むことが可能であるかに焦点を当てたいと考える。

## 2.3. シツエーション

目的意識を形成するためにどのようにすればよいのか。このことに対して本稿ではシツエーションを手がかりとする。

平林(1975)は、シツエーションとは何であるかの問いに対し、広義的にはデューイ哲学にみられる主客一如の場所であるとして、次のように述べている。

situation において、はじめて個人は問題を問題とすることができる。situation は自己のものであればこそ、問題を自由に構成することもできれば、situation は自己に對立する客体であるがゆえに、解決には抵抗があり、ときには思わぬ問題が意識される。(p66)

これは生徒に創造的な活動、発見的な活動、

自発的な活動などを生むためには、教師がそのような活動を導くためのシツエーションを設定することによって可能となることを意味する。また、本稿での目的意識の形成に関しても、目的意識が形成されないことの責任は生徒にあるのではなく、そのような状況に導くことができなかった教師側の責任が大きいことを示唆している。よって、目的意識を形成するためには何らかのシツエーションを教師が意図的に設定することが必要であり、生徒が自ら解決すべき問題に目的を見出し、その解決に自発的に取り組み、追究する姿を育成するためには、適切なシツエーションを選定することが重要であると考え。

## 2.4. シツエーションの設定

ここでは、N.Balacheff のシツエーションの観点から、前述の授業過程モデルのそれぞれの段階においてどのようなシツエーションを設定すべきかを考える。

### 2.4.1. N. Balacheffのシツエーション

N.Balacheff(1990)は、「数学的知識は社会的知識である」と述べており、数学的知識は社会的な機能によって構成されるべきであるとしている。そして Balacheff は生徒の数学的知識に関わる初期の考えが結果として教室内で認められる知識となるまでの過程を教授学的過程(didactical process)によって制御できるとして、G.Brousseau(1981)の教授理論をもとに4つのシツエーションを取り入れ、証明問題を対象に教授実験を行っている。

#### ①行為のためのシツエーション

(situation for action)

意図的に仕組まれた推測とに関連した捉え方の結集によって成り立つと述べられており、生徒の行為に目的を生じさせるシツエーションであると捉える。

#### ②定式化のためのシツエーション

(situation for formulation)

明示的なモデルと言語を構成すること、またはそれらを獲得することを含むと述べられており、行為など

をもとに自分の予想や考えを定式化するためのシツエーションであると捉える。

### ③妥当化のためのシツエーション

(situation for validation)

生徒が問題を解決する過程において基礎となる手段を定式化することを要求すると述べられており、問題を解決する手段として生徒に説明や証明を要求するシツエーションであると捉える。

### ④制度化のためのシツエーション

(situation for institutionalization)

教室での活動の間に構成された新しい構成物に、知識という公的な地位を与えると述べられており、教室全体で指摘し合い、討論することを目的とするシツエーションであると捉える。

Balacheff のシツエーションは、行為、定式化、妥当化、制度化それぞれの活動を導くためのものである。生徒が教師にやらされている活動と捉えている限り、その活動は生徒にとって意味のあるものではない。Balacheff のシツエーションはそれらの活動に必然性を生み、生徒が自己の活動と認識するためのシツエーションであるとも考える。よって生徒が活動に目的を持って取り組むための具体的な方策に対する示唆も得られると考える。

## 2. 4. 2. N. Balacheff のシツエーションと授業過程モデル

ここでは Balacheff のシツエーションと前述の授業過程モデルとの関係を考えると共に授業過程モデルのそれぞれの段階を導くためのシツエーションについて述べる。

授業過程モデルの操作と Balacheff がいう行為はほぼ同じであると捉える。生徒が操作的活動を何のために行うのかを認識するために、または操作的活動を導くために Balacheff のいう行為のためのシツエーションが設定される。よって行為のためのシツエーションは、授業モデルの意識化の段階と大きく関係していると考ええる。また操作化の段階は知識の原

型をつくり出す段階であり、そしてそれを自分だけのものでなく教室全体へ広める必要があるため Balacheff のいう定式化のためのシツエーションがここに設定されると考える。

反省化の段階は、操作化の段階において生徒がつくり出した知識の原型や生徒自身が行ってきた活動を振り返る段階である。それらを反省するためには、生徒が問題を解決する過程での手段を明らかにする必要がある。よって Balacheff のいう妥当化のためのシツエーションがここ設定され、教師や生徒間で説明をすることが要求されなければならない。

授業過程モデルの協定化と Balacheff がいう制度化はほぼ同じであると捉える。生徒の操作等で得た知識の原型は、この段階に至るまで反省や修正が加えられ吟味されている。この知識を協定化するために Balacheff のいう制度化のためのシツエーションが設定され、教室内で生徒同士で指摘し合うこと、討論することが要求される。

以上のことより Balacheff のシツエーションと授業過程モデルとの関係は大きいと考える。また、Balacheff のシツエーションは証明問題を対象としているが、数学の授業がある意味論証的（証明的）な要素を含んでいると考えられ、授業過程モデルに Balacheff のシツエーションを取り入れること（[図3]）は可能であると考ええる。



【図3】授業過程モデルとシツエーションの関係

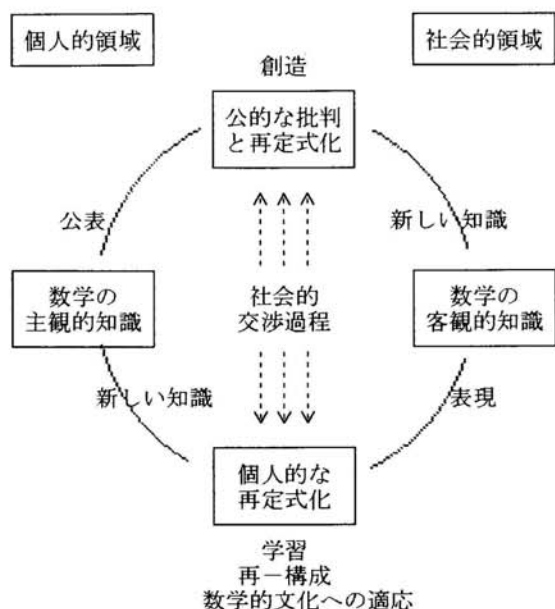
## 3. 反省化を導くシツエーション

中原は、授業過程モデル第2次案を立案する際に、操作化と反省化の間に飛躍が多すぎることを理由に媒介化の段階を設定した。このことは、生徒が自分の考えや解法を反省することに対しての目的を形成する上でも困難

が生じることの示唆を与えている。

### 3. 1. 社会的交渉過程

P.Ernest は数学における主観的知識と客観的知識の関係を図 ([図 4], 中原, 1994) に表している。



【図 4】数学の主観的知識と客観的知識の関係

このことにより主観的知識とは個人の内面にあり、個人の領域に属している限り再構成したり再生産することはなく、客観的知識へと変わるためには、間主観的な社会的交渉過程が必要であると捉えることができる。また、社会的交渉過程が数学的活動を成り立たせるために重要な役割を果たすことから、生徒が交渉過程に対する目的を生じさせることは重要であると考えられる。

社会的交渉過程が授業過程モデルのどこに位置するかについては、意識化または操作化が個人の領域の側面を持つこと、そして反省化または協定化が社会的領域の側面を持つことから反省化の前に位置づけられることを中原氏より直接御教授を賜り明らかとなっている。そしてこの社会的交渉過程が操作化と反省化を媒介する役割を持つことも明らかとなっている。これらのことにより Balacheff の妥当化のためのシツエーション(説明をする

ことの要求)が、社会的交渉過程を成立させる上で重要な役割を担っていると考えられることができる。そして生徒が説明することの目的を意識するためには、説明することの要求がどのように行われるべきかを明らかにする必要があると考える。

### 3. 2. 責任の委譲

教師が生徒に単に説明することを要求としても、生徒が説明することを受け入れるかといった問題がある。確かに教師の権威により生徒は説明を行うかもしれないが、その過程で批判や困難が生じると生徒は説明をそこで停止することが多い。これは生徒が公的な批判に慣れていないことや数学の客観的知識を作り上げるための社会的交渉過程の必要性を理解していないことなども要因として挙げられるが、生徒が説明しなければならない状況、または説明したい状況を築いていないために起こったと考えることもできる。よってここではそのような状況を築くための要因について考える。

Balacheff は社会的相互作用での教師と生徒間、または生徒間における教授学的契約 (didactical contract) について述べており、その中で特に重要視しているのが「責任の委譲」である。Balacheff は数学の授業において何が真であるかという責任が通常教師に依存するため、問題が生徒の問題となっていないとし、そのため教師から生徒に真に対しての責任が委譲されることが数学教授では必要だとしている。このことから生徒が説明をするにおいても同様に、教師から生徒へ責任が委譲されたときに、説明しなければならない、または説明しようとする状況が生徒に生じると捉える。よって説明することに対する目的が生徒に意識されるためには、教師から生徒へと責任が委譲されることが重要であるという示唆を得たと考える。

### 3.3. 探究しようとする状況

生徒は操作化での活動により何らかの結論を導き出したとする。何らかの結論を出したとき、生徒は問題に対して問うことの目的が達成されたと感じるはずである。よって反省化を導くためには、生徒が自分の行ってきた活動を吟味、または反省しようとする状況を作らなければならない。

J.Dewey は、人間が事象に対して探究しようとするのは、次のような状況に陥ったときだとしている。

- ①疑問に満ちた状況
- ②不安定な状況
- ③混乱した状況
- ④曖昧な状況
- ⑤不確定な状況 (杉浦,p186)

これらの状況に陥ったとき人間はそこで活動を停止することもあるが、多くの場合その状況を解決したいという思いが生じるはずである。学習に関しても同様であり、生徒がこれらの状況に陥ったとき、それらの状況を解決したいという目的意識を形成する機会になると考える。また意識化の段階で生徒が問題を意識したとしても、それは教材を与えた教師によって統制された目的の形成であり、生徒が Dewey のいうこれらの状況への変容を見せたときこそ、教師から与えられた問題が真に意識されるのではないかと考える。よって Dewey のさらに探究しようとする状況は、教師から生徒へと責任が委譲される過程においても関わりがあると考えることができる。

以上のことより、反省化を導くために生徒を「不確定的」などの状況にすることがひとつの方法であることが明らかとなった。

### 4. 実際の授業より

これまでに反省化を導くためのシツエーションとして社会的交渉過程の重要性が明らかとなった。また生徒が社会的交渉過程に対す

る目的を意識するために、Balacheff の「責任の委譲」、または Dewey の「探究しようとする状況」から示唆を得ることができた。しかし「責任の委譲」「探究しようとする状況」を実際に意図的に生じさせることができるかについては不十分である。よって実際の授業をもとにそれらが起こる過程を明らかにすると共に、目的意識の形成に関わる教師の介入方法を考察及び分析の対象とする。

#### 4.1. 実践①とその分析と考察

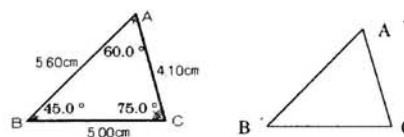
##### 4.1.1. 実践①

岩崎(2001)の授業実践からは、「責任の委譲」「探究しようとする状況」がどのように起こったかを考察する。

なお、この授業は「三角形の合同条件」の導入の授業であり、「2辺と1角の条件の場合には三角形が必ずしも1種類に決まらないこと」を作図によって発見することを目的としている。また、この授業過程については中原の授業過程モデルをもとにそれぞれの段階にわけてまとめたものを掲載している。

##### 【源問題】

$\triangle ABC$  と  $\triangle A'B'C'$  が合同であるためには、どのような条件が満たされなければならないか。



##### 【意識化の段階】

この源問題が提示されただけでは、問題は生徒に意識されない。生徒の問題ではないし、解決しようにも何をしたらよいかわからない。問題を意識させるために、教師によって「一組の条件で合同な三角形がひとつに決まるか」、「二組の条件で合同な三角形がひとつに決まるか」の順に問題を変えて提示され、それらの条件では合同な三角形がひとつに決まらないことが、作図によって解決された。

次に教師から「三組の条件で合同な三角形が1種類にきまるか」という問題が提示され、3辺の場合では



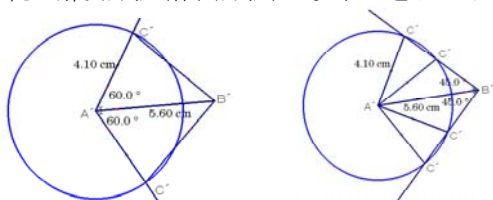
合同な三角形が 1 種類に決まることが妥当化された。

### 問題：2 辺と 1 角の条件で三角形は 1 種類に決まるか。

まずはじめに 2 辺と 1 角の条件にはどのような場合があるかが生徒と教師の間で確認される。そこで 2 辺と 1 角の条件は 9 通りであることが確認される。

#### 【操作化の段階】

生徒の解決方法(作図方法)は以下の通りである。



知識の原型となるものとして、2 つの考え方がでる。

- 2 辺と 1 角の条件で三角形は 1 種類に決まる。
- 2 辺と 1 角の条件で三角形は 1 種類に決まらない。

#### 【操作化と反省化をつないだものとして】

生徒 S1(考え方 a)は、発見の瞬間、まず、「あれー！」と教室全体に聞こえるほどの声でつぶやく。そして「ねー、真ん中の隣やってみ。」とこれも教室のみんなに聞こえるほどの声で右隣の生徒に声をかける。

そのあと右後方の座席にいる別の生徒 S2(考え方 b)に「それ簡単だったよ」と声を掛けられる。S1 は、「簡単なんだけど 2 つ答えが出る」といって、S2 の方に身を乗り出し、自分の作図したノートを見せながら話し、自分の発見を相手に伝えようとする。しかし S2 は自分のみつけたこととは違うので、S1 に対して批判的な態度を示す。

#### 【反省化の段階】

S1 は自分の作図方法をもとに S2 に自分の見出したことについて説明する。S1、S2 により S1 の作図方法が検討され、S2 は自分の考えが正しくないことに気づき、自分の考えを修正する。

#### 【協定化の段階】

S1 の発見がクラス全体に広められる場面である。ここでは作図方法によって全生徒が発見を共有することになる。そのあと発見の確認をするために、教師から

再び発見に対する説明が S1 に与えられた。以下はそのときの発話記録である。

- S1：はい、えーとですね。ぼくはね、ぼくはねーじゃないや、ぼくはですね、まず、 $\angle A$ の角度を最初にとって延ばしちゃうんですよ。ぼくはですね、 $\angle A$ を先に描いちゃうんですよ。
- T：お、何を基準にとればいいんですか？
- S1：いきなりぼんと置いて、 $\angle A$ をキュー、キューと描いちゃって、
- T：えっ？だって、基準がないのに $\angle A$ どうやってとんの？
- S2：AB 描けって！
- S1：だからー、まあいいや、AB でいいです。AB 描いてください。
- T：AB、AB こうですか？だいたい、このへんでさっきと同じでいいですか？はい、それで？

### 4. 1. 2. 分析と考察

＜責任の委譲が起こっている事実＞

この授業において、問題の真に対する責任が教師から生徒に委譲していることを示唆するのは、協定化の段階での「6 S1：だからー、まあいいや、AB でいいです。AB 描いてください。」の発話である。この発話以前にみられる「4 T：えっ？だって、基準がないのに $\angle A$ どうやってとんの？」という教師の介入によって S1 は自分の説明方法の見直しを余儀なくされた。しかしそれにもかかわらず、S1 が教師の指示を受け入れ、自分の説明を再考して最後まで説明をしようとした。このことが S1 に責任が委譲していると解釈した理由である。

＜責任が委譲した過程＞

次に S1 へと責任が委譲した過程について考える。S1 は操作化の段階で、「2 辺と 1 角の条件で三角形は 1 種類に決まらない」という数学的発見をした。しかしこの段階での発見は S1 にとって不確定的なものであり、まだその発見に対する自信はない。このことは S1 が発見した瞬間に発した「あれー！」とい

うつぶやき、または「発話表現やイントネーションから、発見した数学的關係が彼にとって十分に確信が持てず、まだ予想の段階であることがうかがえる」(岩崎,p55)から読み取ることができる。S1 は作図での結果があるにもかかわらず、この発見に確信を持てず、不確定な状況になったのはなぜなのであろうか。その理由については次のように考える。

S1 は意識化の段階で「3 辺の場合では合同な三角形が 1 種類に決まる」ことが明らかにされたことにより、操作化の段階以前に、2 辺と 1 角の場合であっても合同な三角形が 1 種類に決まるのではないかという予想があり、その予想と実際の操作から得た自分の発見との間に矛盾または不安が生じ、不確定な状況となったのではないかと考える。しかし単なる予想と作図による結果とを比較したとき、普通ならば即座に作図方法が表す事実を妥当とするはずである。よって S1 にとって作図前の予想は単なる予想ではなかったと考えることができる。意識化の段階で、「1 組の場合」「2 組の場合」が合同とならない条件であることが十分吟味されており、「3 組の場合」の 3 辺相等が合同条件と認められたときに「2 辺と 1 角の条件で合同な三角形が 1 種類に決まる」ことは予想よりも強い「確定的な状況」になっていたと考えることができる。「確定的な状況」があったからこそ、作図による発見によって「不確定な状況」が S1 に起こったと考える。これらの過程によって、教師から与えられた問題が S1 自身の問題となり、問題の真に対する責任が生徒に委譲したと考える。

＜数学的発見がどのように起こったか＞

生徒に責任を委譲するためには、生徒を不確定な状況とすることの必要性が上記の考察に現れている。よって、次に S1 を不確定な状況とした発見がどのようにして起こったかを考える。発見を得ることができたのは、

発見に至るまでの操作が明らかにされていたことが大きいと考える。この授業においては、意識化の段階で教師と生徒との間の相互作用により操作方法(ここでは作図方法)が確立されており、解決への見通しを明らかにして操作化の段階に移行したことが、生徒が自分の手で発見を得ることにつながったと考える。

＜反省化を導くために＞

この授業での反省化を導くためのシチュエーションとなったのは、生徒同士が発見を共有する場であると考えられる。S1 は自分の発見が不確定であることから、自分と同じ発見をした人がいないか、またはその判断を仰ぐために相互作用が必要となったと考える。S1 と S2 それぞれが操作的活動からつくり出した知識の原型は異なったものである。S2 は S1 の発見を批判的にみており、S1 もまた自分の発見に確信を持てない状況である。そのような状況である両者によって相互作用が行われたことにより、それぞれが自分の考えを反省、あるいは修正しようとする目的意識を形成したのだと考える。

以上のことより S1 に責任の委譲が起こるまでの過程が明らかとなった共に、生徒間における相互作用を意図的に取り入れることが反省化を導くためのひとつのシチュエーションになると考える。

## 4. 2. 実践②とその分析と考察

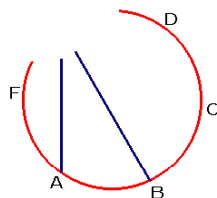
### 4. 2. 1. 実践②

金山(1997)の授業実践からは、主に「生徒が説明しなければならない状況」がどのように起こったか、そして目的意識を大切にしたい教師の介入方法について考察する。金山は、説明の妥当性の判断を生徒に委任することが不可欠であるとし、そのために「状況設定」と「教師の介入」を考慮しなければいけないとしている。なお、金山のここで挙げている授業は「円周角の定理」を扱っており、教師



の介入がうまくいかなかった例としている。  
そして金山は、後に教師の介入がうまくいった授業を示している。

【源問題】

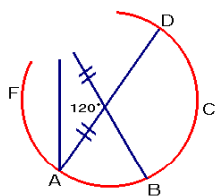


左の図は、円の一部分が破れたものです。円周上の点はもとの円を6等分した点です。ところで、2点 A,B から引かれた線分は、破れた円周上でちょうど交わっていました。その点を P と

します。このとき、 $\angle APB$  の大きさを求める方法を考えてください。そして、あなたの方法で友達も角の大きさを求められるように教えてあげてください。ただし、破けたところには一切描き込むことはできません。

この問題に対して生徒 S1 は、点 P も 6 等分にした点にあることを仮定し、次のような解法を学級に提示した。

破れた  $\angle P$  は 6 等分点上にあり、半径が等しいから二等辺三角形ができる。その頂角は  $120^\circ$  なので、底角が等しいことから、 $\angle P$  は  $30^\circ$  である。



この解法について S2 は「点 P が 6 等分点上にあるのかどうか」という疑問を呈してきた。S1 は S2 に以下のように反論した。

S1 「円周上の点はもとの円を 6 等分した点と書いてあるから」

S2 「だから、点 P も 6 等分されたところにある」

そして、教師は生徒の議論に対して次のように介入してきた。

T 「この表現だな。円周上の点はもとの円を 6 等分した点ですと、これの P を含めた解釈だよね。これ別な解釈ありますか。S1 の解釈は点 P を含めたんだって話です。教室がこれを認めれば OK です。いや、そういう解釈じゃない解釈が成り立っていえば、そういうふうに考えなくちゃならないし、どうだろう、相談してみて。近所で相談してください。」

#### 4.2.2. 分析と考察

<説明をしなければならない状況>

この場面では、S1 が自身の解法を見つけ出しているが、その解法を反省または修正するまでに至っていないということから、操作化と反省化の間に位置する。この場面では、S1 は自分の解法について説明する事実が表れており、説明を要求するシチュエーションがどこかに設定されていたと考える。しかし説明しなければならない状況は、源問題自体によって形成されている。源問題の文脈中に「あなたの方法で友達も角の大きさを求められるように教えてあげてください。」が含まれていることで、意識化の段階ですでに説明を要求する状況が設定されているのである。このことから説明することに対する目的を意識させることのひとつの手立てが明らかとなった。

また、説明しなければならない状況が築かれているため、教師が意図的に少人数のグループで討論する場を設定したとしても、それは生徒にとって自分の考えに自信を持つためといった目的が意識されてことも可能であると考ええる。

<目的意識を大切にした教師の介入>

次に教師が生徒の議論に介入する場面について考える。S1 の解法は点 P が 6 等分点上にある場合について考えた解法であり、S2 は点 P が 6 等分点上にない場合を考えている。S1 は意識化の段階で点 P が 6 等分点上にあるとして説明した以上、S2 の問題解釈の場合で説明する責任は S1 にはないのである。よって教師が「これ別な解釈ありますか。S1 の解釈は点 P を含めたんだって話です。」と言って S1 の問題解釈を変えようとしても、S1 はそれを認めることはないであろう。よってここで教師は S1 の解法は認めた上で、新たに S1 が点 P が 6 等分点上にない場合でも解決する状況を新たに設定しなければならないと考える。よって生徒が目的を意識して取り組ん

でいると教師が感じたとき、教師はその活動がねらいとするものでなかったとしても、まずは生徒の活動を認めることが重要である。

## 5. おわりに

中原の授業過程モデルから数学的知識がどのような段階を経て構成されるかの示唆を得た。授業を構成する側の立場にある教師には授業過程を設定するねらいが明らかになっているが、学ぶ側の生徒にはなぜそのような授業過程が設定されているかを明らかになっていない。よってそれらの授業過程を生徒自身の活動とするために、活動の目的を生徒が意識することが重要であるとしたのが本稿の立場であり、その実践的な手立てを明らかにすることが本稿の目的である。

それらの実践的な手立てを明らかにするための示唆を求めたのが、Balacheff のシツエーションであり、教授学的契約での責任の委譲である。Balacheff のシツエーションにおいては、シツエーションがそれぞれの過程を導くために設定されるべきとすることから、生徒の授業過程に対する目的を意識させることが教師によって制御できることが可能であることの示唆を得た。また責任の委譲においては、教師から生徒へ責任を委譲することによって生徒は新たな活動を生み出すことができ、目的が意識された活動が生じると考える。そして実際の授業を考察する中でどのような過程を経て責任の委譲が成されるかを明らかにすることができ、今後授業を構成する上で役に立つものと考ええる。

本稿では授業過程モデルにおいて操作化と反省化を媒介する具体的手だての必要性、または社会的交渉過程の重要性から説明することへの目的意識の形成について述べてきた。しかし説明することへの目的意識以外にも生徒に形成すべき目的意識が存在すると考える。よって、それらの目的意識をいかに形成していくかの手立てを明らかにし、それらの

目的意識の形成をもとにして、実際にどのように授業をデザインしていくかが今後の課題となる。

## <引用・参考文献>

- 岩崎浩.(2001).数学の授業における相互作用と学習との関係に関する考察:一人の生徒からみた授業がもつ社会的側面の意味.全国数学教育学会誌数学教育研究.第 7 巻,pp.51-67.
- 岡本光司.(2001).状況論学習に基づく数学授業の構想と実践:生徒が『数学する』数学の授業.日本数学教育学会誌,83(5),pp.36-47.
- 金山光宏.(1997).生徒の証明のとらえ方の変容を促す証明指導の研究:学級の合意作りとしての証明をめざして.上越数学教育研究,第 12 号.上越教育大学数学教室,pp.71-80.
- 清水美憲.(1987).数学的問題解決における問題意識と「問題」の変容に関する一考察.筑波数学教育研究,第 6 号.筑波大学数学教育研究室.
- 杉浦美朗.(1984).デューイにおける探究としての学習.風間書房.
- 中原忠男.(1994).数学教育における構成主義の展開:急進的構成主義から社会的構成主義へ.日本数学教育学会誌,76(11),pp.2-11.
- 中原忠男.(1995).算数・数学における構成的アプローチの研究.聖文社.
- 平林一榮.(1987).数学教育の活動主義的展開.東洋館.
- 平林一榮.(1975).算数・数学教育のシツエーション.広島大学出版研究会.
- Balacheff,N.(1990).Towards a problematic for reserch on mathematics teaching.JRME,vol.21 ,No.4.
- Brousseau,G.(1981).Problemes de didactique des decimaux [Problems in teachingdecimals] .Recheches en Didactique des mathematiques, 2,37-128.