

## 生徒の目的意識の形成を図る数学の授業構成に関する研究

佐藤 秀彦

上越教育大学大学院修士課程 2 年

### 1. 本研究の動機

筆者はこれまでの教職経験において、「教師が問題を提示したから生徒がそれを解く」、「教師がある解決方法を示したから生徒がその解決方法を使う」、または「教師が説明を求めたから生徒が説明する」というような教師の介入が前面に出された活動を、生徒が教師の指示を待つ姿を助長するものとして、反省的に検討してきた。

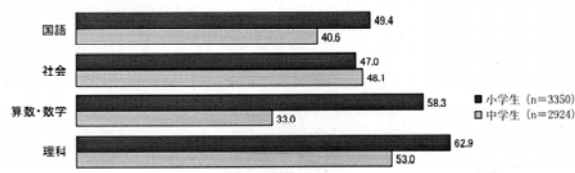
学習指導要領(1999)において、[生きる力]を基本方針とする生徒の主体的な学習姿勢の育成が重視されているが、前述した活動においては生徒の主体性はいっこうに育っていかないと考える。そこで数学の授業の中で行われる活動が教師のためにあるのではなく、生徒が自己の活動と認識して取り組む必要があり、そのためには活動に対する目的意識を形成することが必要である(平林,1987)ことを示唆とし、目的意識を形成するために、教師がどのように指導または介入したらよいかを考えようとしたのが、本研究の動機である。

### 2. 学校教育における諸問題及び本研究の目的

中央教育審議会第一次答申(1996)において、[ゆとり]の中で自ら学び自ら考える力などの[生きる力]の育成を基本方針として、教育内容の厳選と基礎・基本の徹底を図ること、または一人一人の個性を生かすための教育を推進することなどが提言された。しかし、基礎・基本の確実な定着を目指しているにも

かかわらず、TIMSS2003 の結果などから、学力低下が懸念されている。また、生徒の数学嫌いが増加の傾向にあることは周知のことであり、見過ごすことのできない問題である。

文部科学省は義務教育に対する期待や、子どもの家庭での生活状況を調査することを目的に「義務教育に関する意識調査」(2005)を実施している。その調査項目の中で小中学生を対象にした「教科や活動の時間の好き嫌い」の項目([図1])に着目したい。この調査結果から、中学生の「数学が好き」と答えた生徒が全体の3割程度に過ぎないことに加え、小学生から中学生への変化の推移が他教科に比べて大幅に減少していることが分かる。



【図1】教科や活動の時間の好き嫌い

学力低下問題、子どもの理数系離れといった数学教育の危機は今に始まったことでなく、長年にわたって叫ばれてきたことである。このような数学教育の問題に対して、長崎(1998)は今後の日本の算数(数学)教育における課題を次のように述べている。

日本の算数教育は、算数ができるとか、分かるということと、算数を好きになる、楽しむということのバランス、いわば量と質の深化というバランスを求められていると思います。しかも、このことを子どもの自主性を尊重して行おうというのです。(p.21)

学校現場においては学力向上を目指し、様々な学習過程・形態の工夫や開発が進められており、少人数指導や習熟度別学習もその代表的な例として挙げることができよう。このことは長崎の述べたことの中では「できる」「わかる」といった認知的な側面の向上を図ろうとする実践であると考えられる。しかし、長崎は「できる」「わかる」と「好きになる」「楽しむ」といった情意的な側面とのバランスが重要であるとしており、どちらかに偏った学習では算数・数学教育の現状に変化はないとしているのである。このことは学習指導要領の『自ら学び自ら考える力[生きる力]』を育てることに直結しており、教育的な側面としても重要なことである。よって「認知的な側面」、「教育的な側面」の双方の側面を関連させて授業設計をした上で、指導を展開することが今日の数学教育には必要であると考えられる。

また、中原(2000)は算数・数学教育の目的を考えるとときに重視することは、ピアジェやC.Kamii(1987)が掲げる「自律性」の育成であるとしている。本研究における生徒の目的意識の形成を図ることで生徒の主体性を育てることは、中原が示す自律性の育成と本質的に同様の考え方であり、教育的に重要な意義があると捉えることができる。

そこで本研究の目的は、シツエーションの教育学の立場から、生徒の目的意識の希薄な現状を、「そもそも生徒が目的意識を形成できる状況であったのか」という視点から反省し、生徒の目的意識の形成や変容がどのように起こるかを実証的に検討するとともに、目的意識の形成を図ることから生徒の主体的な活動を中心とした授業を構成するための示唆を得ることである。

### 3. 目的意識を形成する要因

#### 3.1. 不確定的状況

J.Dewey は、「探究」とは「状況の変容」に

他ならないとして、探究を次のような言葉で簡潔に定義している。

- (1) 疑惑に満ちた状況の解決された状況への変容
- (2) 不安定な状況の安定された状況への変容
- (3) 混乱した状況の統一された状況への変容
- (4) 曖昧な状況の明瞭にされた状況への変容
- (5) 不確定的状況の確定的状況への変容

(杉浦,1984,p.186)

Dewey は、「不確定的状況」とは「探究の様相」そのものをさすのではなく、「探究の先行的条件」として取り扱うことにより、「不確定的状況」と「問題的状況」と区別していると捉えることができる。そしてまた「不確定的状況」から「問題的状況」への転換こそが「探究」の生起を意味すると捉えることができる。よってこの「探究」を引き起こす「不確定的状況」に生徒をいかにして導くかということが実際的な問題であり、教師の重要な仕事のひとつであると考えられる。

「不確定的状況」が、「探究」または「問題的状況」の必要条件となることの示唆を得たが、学習者が問題であると感じたとしても、それを探究する方法が思いつかない場合や持ち合わせてない場合、あるいは自信がない場合、生徒は探究することをあきらめてしまうことがある。よって、「探究」することに対する目的意識を形成するには、「不確定的状況」を形成するだけではなく、探究する方法へいかに接触させるかが重要であり、ここに学習指導上の問題点があるのではないかと考える。

#### 3.2. 責任の委譲

通常、数学の授業は教師から問題が提示されることから始まり、教師はその問題に対する意識化を図り、生徒自身の問題となるように工夫をしている。しかし N.Balacheff (1990)は、「教師がある問題を生徒の問題となるように提示するだけでは不十分である」

としている。この言葉は、Balacheff が社会的相互作用での教師と生徒間、または生徒間における教授学的契約 (didactical contract) の中で、特に重要視している教師から生徒への「責任の委譲」についてを意味している。Balacheff はこの「責任の委譲」について、構成主義的仮説と認識論的仮説に基づいて、次のように述べている。

教師がある問題を生徒の問題となるように提示するだけでは不十分である。なぜなら、数学の授業においては、何が真であるかという責任が通常教師に依存するからである。生徒が問題の解決の妥当性に対する責任をもつ場合にのみ、問題は生徒にとって問題となるのである。(p.259)

このことは、生徒の知的活動が問題の妥当性を判断するために行われるべきであること、または生徒の知的活動そのものも問題にフィードバックして妥当であるかが判断されなくてはならないことを意味している。生徒が問題を意識しその問題を解決しようとしたとする。そこでは問題を解決したいという目的を形成して解決方法と相互作用をしているのである。たとえ、その解決方法が間違っていたとしても、生徒には知られておらず、教師のみが知ることなのである。よって Balacheff が「生徒が問題の解決の妥当性に対する責任をもつ場合にのみ、問題は生徒にとって問題となるのである」と述べることで、問題解決の妥当性に向かった目的意識の形成を図らなければいけないと考える。すなわち、教師が問題解決の妥当性を判断するのではなく、生徒自身の力で問題にフィードバックして妥当性を考えることが、目的意識の形成のみならず、生徒の主体的な活動を中心とする授業構成へとつながると考える。

### 3.3. 生徒同士の相互作用

数学の授業では生徒間で多くの相互作用が起こっており、生徒間の相互作用というのは

教室内でごく自然に生じる活動である。

J.Dewey (1984) は、生徒が共通の目的や関心をもつとき、共同体を構成するとしている。そして生徒が共通の目的や関心を持つためには通信が必要であるとし、これは生徒間の相互作用の必要性を意味しており、このことから生徒が共通の目的に関心を持ったときにひとつの共同体が教室内に生じるのだと考えることができる。そして生徒個々の活動に対する目的に違いがあったとしても、生徒相互間のコミュニケーションにより新たな目的や共通の目的を生むことの示唆を得ることができる。Sierpiska (1998) は、数学の知り方と生徒が参加している相互作用は関数関係にあるとして「もしも教師と生徒たちがタイプ A の相互作用に従事しているならば、生徒たちは  $f(A)$  の知り方と理解の仕方を発達させる可能性がある。」と述べ、岩崎 (2001) はこの相互作用主義の立場の考え方をもとに次のように述べている。

もしも教師が、生徒たちの知り方、つまりは、対象への(数学的な)係わり方、あるいは、その結果としての意味の構成に不満である場合、まずこれと関数関係にある、生徒たちの相互作用への係わり方に注目する必要がある。そして、そこで起こっている相互作用の質を改善することが数学指導を改善する行為を意味する。また、このことは同時に、生徒たちの数学の学習の改善を図る行為を意味するのである。(p53)

数学の授業では生徒間で多くの相互作用が起こっている。そしてそこでの相互作用により、生徒たちの知り方、数学的な係わり方も変容する。このことは目的意識の形成に関しても同様であり、生徒同士の相互作用の中で生徒は様々な目的を形成するのだと考えることができる。目的意識の形成を図ることは教師と生徒とのやりとりの中でのみ起こるのではなく、生徒同士のやりとりの中でも当然起こると考える。しかし、生徒同士の単なる会話や教え合うようなやりとりの中では、目的

意識の形成を図ることは難しいのではないであろうか。ここでいう「相互作用の質の改善」とは、生徒同士のやりとりの中で生徒が「環境」とさらに関わり合おうとしたり、またはやりとりの中で J.Dewey の「不確定的状況」に陥ったりすることのできることを指しているとも考えることができる。そのような相互作用がどのようにして起こるかは問題として残るが、相互作用の質に着目することは、本研究の目的意識の形成を図るための指導を改善する上での示唆になると考える。

### 3.4.G. Brousseauの教授学的状況論

生徒は授業の中でいつも教師を意識して活動をしているのであろうか。生徒が教師の指示から離れ、生徒自身で活動を作り上げていく姿を実際の授業で目にすることがある。そのような教師の手からはなれた学習状況について G.Brousseau の教授学的状況理論をもとに述べる。

G.Brousseau(1997)は、一般的に教室内では生徒、教師、milieu(環境：生徒が働きかける対象)とのやりとり([図2])を通して数学的知識が獲得されているとし、授業の中で起こっている一般的な教授状況を「教授学的状況(situation didactical)」としている。



図2) Sは主体、Mは「環境」

そして Brousseau はこの教授学的状況(situation didactical)において、生徒が自ら数学的知識を発見・獲得できたような学習を築くために、生徒が milieu(環境)に対してあたかも自分から無意識のうちに相互作用することがあるとして、この状況を「亜教授学的状況(situation a-didactical)」として区別している。どちらの状況においても教師の存在は確かであるが、これら2つの状況以外にも、教師が生徒の知識の構成にあたり何もせず、生徒に任せっきりにする状況(例えば、生徒が

自分の考えの誤りを発見する機会を与えない)があるとして、Brousseau はこの状況を「非教授学的状況(situation non-didactical)」と呼び、批判の対象としている。

Brousseau は、「教授学的状況」、「亜教授学的状況」のどちらの状況においても教師生徒間のコミュニケーション、または教師の介入が行われているとしている。しかし「亜教授学的状況」においては、教師は働きかけてはいるが、生徒にとっては自ら学習しているように感じる状況であるとしている。「亜教授学的状況」についてさらにつけ加えるならば、生徒が教師の要求ではなく、milieu(環境)の要求として、対象となる概念との関係を形成し、その関係を改善できる状況である(宮川,2002,p.65)ということである。この2つの状況を図で表すと次のようになる([図3]、[図4])。[なお下記の図においては、Sは主体、Mは「環境」、Pは教師を示しており、実線は教師の介入を生徒が感じている状況であり、点線は生徒にとって教師の介入が不透明であることを表している。]

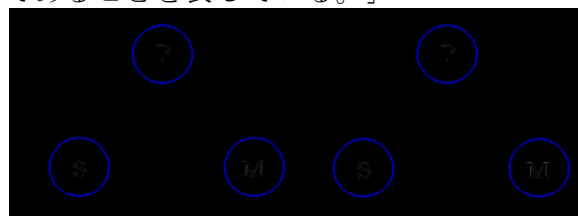


図3) 教授学的状況、図4) 亜教授学的状況

Brousseau はこれらの教授学的状況を「20までの競争(THE RACE TO 20)」というゲームを扱った授業で具体的に述べている。その中で注目すべきは、「責任の委譲」は「亜教授学的状況」において起こっているということである。このゲームでは、子どもたちがゲームをする中で勝つための方法を考えていく。そしてグループ対抗になれば、勝つための方法が定式化されることになり、それが妥当であるかを理論的に考えていく。ここには妥当化のシチュエーションが設定されている。このとき教師ではなく、子どもたちが自身に勝たないわけであり、子どもたちはグ

ループ内の他者に対して理論的に説明し納得させなければいけないのである。よってその真偽を判定するのは子どもたちであり、そして子どもたちは教師のコントロールを感じていない状況であるとしているのである。ここに「責任の委譲」が起きていること、そしてそれが「亜教授学的状況」において起きていることを意味するわけである。

教室という集団の中で、生徒にとって教師とは権威のある存在である。生徒は権威を感じているからこそ、教師の指示に頼ろうとする姿は仕方のないことであると考ええる。教師から問題を提示され、生徒があたかも自分の問題として解決を図ったとしても、それは教師の権威を感じながらのものであり、目的意識が欠如した状態での問題解決である。しかし生徒が教師の介入から離れて、または教師の要求でなく、環境の要求として活動を行うならば、そこでは生徒自らの力で目的意識を形成して取り組んでいると考えることができる。よって、Brousseau が述べる亜教授学的状況を授業の中で形成していくことが目的意識の形成を図ることにつながると考える。

#### 4. 目的意識の形成に関する実証的検討

##### 4.1. 実践の概要

本実践では、「平成17年度大学・大学院における教員養成推進プログラム」（上越教育大学）の趣旨のもと、新潟県内の公立中学校第2学年6学級を対象に、単元名「確率」の授業を計画及び実施している。この実践には筆者も授業者の一人として参加しており、筆者は計画された単元構成計11時間のうち8時間の授業を行った。授業の様子は1～3台のVTRと1台のICRで記録した。VTRは教室前方より教師や生徒の動き、または板書などの授業全体の様子を記録するものが1台、単位時間によって異なるが特定の生徒の活動や様子を記録するものが2台である。

本稿において分析及び考察の対象とする授

業は、計11時間のうちの導入時から第3時までの計3時間の授業である。この3時間の授業では、次の問題の解決を図るなかで確率知識の発展を目指した。

##### <問題①>

1個のサイコロを投げたとき、1の目が出る確率はどれだけだろうか？

##### <問題②>

1個のサイコロを1回投げたとき、1の目が出るという方に太郎君が賭け、出ないという方に花子さんが賭けました。太郎君と花子さんではどちらが有利だろうか？

##### <問題③>

1個のサイコロを3回投げたとき、1回でも1の目が出るという方に太郎君が賭け、1回も出ないという方に花子さんが賭けました。太郎君と花子さんではどちらが有利だろうか？

上記の問題を中心として設計された計3時間の授業では、まずはじめに生徒が既存の確率知識によって解決が可能である問題①を設定している。そして次に既存の確率知識を発展させなければ解決できない問題③を設定し、「実験によって考えること」、「樹形図によって考えること」を通して既存の確率知識を発展させることをねらいとしている。

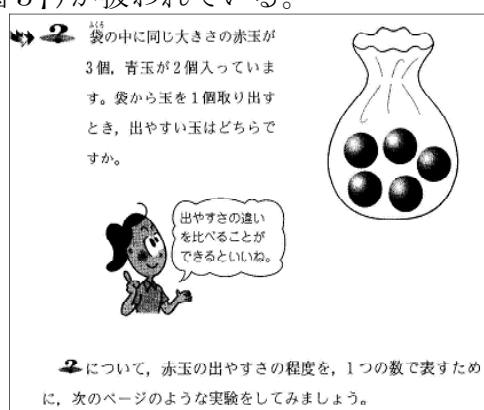
上記の問題を扱った3時間の授業においては、既存の確率知識がどのように発展したかを視点とすると次の5つの場面に分けることができると思う。

- (1) 「既存の確率知識」が生起される場面
- (2) 「既存の確率知識」を標本空間によって表記する場面
- (3) 「既存の確率知識」を揺さぶる場面
- (4) 実験によって確かめる場面
- (5) 「標本空間」「樹形図」によって解決する場面

##### 4.2. 問題について

岩崎(2005)は、確率概念が先行き不透明で

変化の激しい現代社会において生きていく上ですべての人にとってますます必要かつ重要な知識であるとし、そしてさらに中学校確率において生徒の知的興味・関心を覚醒することの必要性について述べている。そこで確率で取り扱われている問題が、生徒の知的興味・関心を覚醒できるものかについて考える。例えば、教科書では導入時に次のような問題（[図5]）が扱われている。



[図5]教科書で扱われている問題

この問題の文脈において「出やすい玉はどちらですか」と問われているが、生徒が既存の確率知識によってこの問題を解決することは十分可能であると考えられる。教科書の意図としては、まず確率とは「起こりやすさを表すための数値」であること、つまり確率の意味を理解させることをねらいとして、「どちらが出やすいか」を解決する方法のひとつとして実験が導入されるのである。しかし、どちらがでやすいかが分かっている状況で、生徒が実験をすることに対して必然性を感じることができるかという疑問が生じる。よって生徒の知的興味・関心を覚醒することのできる確率の問題を扱うことが必要であると考えられる。

本実践において主課題となった問題③は、導入時の問題としては生徒にとって解決が難しいと考えられる。しかし、解決が困難であるからこそ、実験や樹形図などを利用して考えることの必然性が生じ、生徒の知的興味・関心を覚醒することのできる確率の問題にな

り得るのだと考える。ただし、問題が難しいことから、生徒に問題を理解させるために教師は問題の提示の仕方など様々な工夫をしなければならないと考える。

### 4.3. 分析の目的と方法

本授業実践のねらいは、教師から与えられる確率の問題を生徒の知的興味・関心を覚醒させるように提示し、その問題を実験による観察、そして既存の確率知識を発展させた「数学的確率の定義」によって解決することである。本実践では「実験によって解決すること」、「樹形図の導入」、さらに「樹形図による解決」というように様々な活動が行われる。よって、生徒の主体的な活動を中心とした授業となるために、いかに生徒がこれらの活動に目的意識を形成して取り組むことができたかが、本研究の目的に関わることである。

分析するにあたっては、まず生徒が目的意識を形成し主体的に活動しているか、否かの事実を捉えることである。この点については筆者が教職現場にある身として主観的な部分が含まれるかもしれないが、目的意識の形成が起こった事実をもとに、それが起こったことの背景にある要因を明らかにする。

そして特に、J.Dewey の「探究」を引き起こす先行的条件である「不確定的状況」が起こっているか、そして本研究で捉えた目的意識の形成を図る構成要素として、N.Balacheff (1990) が示す「責任の委譲」、Sierpiska (1998)、岩崎(2001) が示す「生徒同士の相互作用」、G.Brousseau (1997) が示す「亜教授学的状況」などが、生徒の活動とどのように関わっているかに焦点をあてて分析及び考察することとする。

### 4.4. 不確定的状況となる要因

解決的学習をおこなうためには、生徒に「探究」をすることへの目的意識を形成することが必要である。そこで J.Dewey が示す「探究」

を生起させる要因(先行的要因)である「不確定的状況」が、実際の授業の中でどのようにして起こり、そのことから生徒の活動にどのような影響を及ぼしたかを、一人の生徒 **nagu** に焦点を当てて考察する。

場面(3)の「既存の確率知識」を揺さぶる場面で「サイコロを3回投げたとき、—(省略)—太郎さんと花子さんではどちらが有利か」の問題③に対して、**nagu** は即座にプリントに「花子さん」と記入したが、その根拠については書けない状況である。**nagu** はこのような状況において **sino** を環境、または相互作用の対象として位置づけている。次の発話記録には、**nagu** と **sino** のやりとりが表れている。

1410 **nagu** : 花子さんじゃない。

1411 **sino** : どうして?

1412 **nagu** : だって5種類あるじゃん1回投げたとき1以外のやつ。それが3回あるんだから増えるんじゃない。

1413 **sino** : 何が増えるの?

1414 **nagu** : 1回のとき5回も出ないんだから、3回なんだからもっと出ないことが多くなるんだよ。

1415 **sino** : でも1の目が出ることだって3回やれば増えるから、多くなるよ。

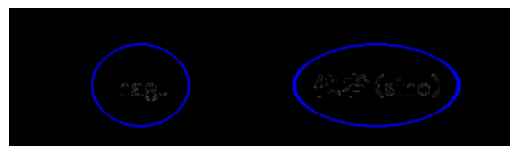
1416 **nagu** : あっそうか。何かわかんなくなった。頭混乱してきた。

問題③に至るまでに教師からいくつかの問い(問題①, ②)が生徒に投げ掛けられたが、教室内の生徒同様、**nagu** 自身も既存の確率知識を用いて簡単に解決している。ある意味 **nagu** は自身の力で問題解決をし、自信を持っている状況が続いているともいえる。しかし問題③が提示されたことにより、**nagu** は「不安定な状況」に陥っていると捉えることができる。

**nagu** はプリントに「花さんが有利」と記入したのは早かったが、その理由について

は記入することができずにいる。しかしその理由については「だって5種類あるじゃん1回投げたとき1以外のやつ。それが3回あるんだから増えるんじゃない。」(1412)の発話より、**nagu** は確率知識をもとにして考えようとしていることがわかる。ここで **nagu** は直観的には「花さんが有利」ということを判断しているが、問題が「サイコロを3回投げたとき」という文脈に変化したことにより、既存の確率知識とをどのように結びつけて考えたらいいかで迷っているのである。よって **nagu** は「花さんが有利」ということと既存の確率知識とをどのように結びつけるかという問題が形成されており、それは「説明できそうなんだけど、できない」というような「不安定な状況」からつくり上げられたものであると考える。よってこの場面において、**nagu** は J.Dewey の示す探究の先行的条件である「不確定的状況」に導かれていると考える。**nagu** はこの場面において「既存の確率知識」を揺さぶられているのである。

**nagu** は「不安定な状況」を解決するためのひとつの手段として、**sino** に相互作用を求めた。「不安定な状況」を解決するために、他者と相談するのは教室内でよくみられる光景ではあるが、ここでは **nagu** と **sino** の相互作用に着目したい。**nagu** が自分から **sino** に相互作用を求めた姿から、不安定な状況の中で **nagu** 自身の要求によって新しい環境である「他者(ここでは **sino**)」を位置づけたと考える([図6]参照)。



[図6] **nagu** が設定した環境

**nagu** は **sino** との相互作用の中で、「だって5種類あるじゃん1回投げたとき1以外のやつ。それが3回あるんだから増えるんじゃない。」(1412)から「花さんが有利」と考える理由を説明しようとしている。しかし、**nagu**

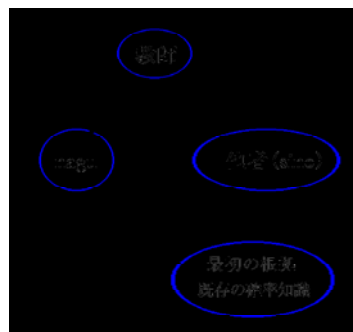
の説明に対して sino が「でも1の目が出る  
ことだって3回やれば増えるから、多くなる  
よ。」(1415)と答えたことにより、nagu は「あ  
っそうか。何かわかんなくなった。頭混乱し  
てきた。」(1416)という言葉を出している。  
nagu は不安定な状況を解決しようとしたに  
もかかわらず、sino の発言は同意を得られる  
ものでなく、どちらかという批判的であつ  
たためにさらに混乱していると考えられる。  
このように nagu と sino の間でやりとりが行  
われ、nagu は最終的にプリントに、花子さ  
んが有利とする理由を次のように書してい  
る。

《nagu のプリントより》

1回投げるとき、1の目がでるは  $\frac{1}{6}$ 、出ないは  $\frac{5}{6}$ 。  
3回投げたときでもやっぱ1回ずつ投げるんだか  
ら、1の目がでることより、でないほうが多いか  
ら。だから花子さんの方が有利。

nagu が sino に花子さんが有利であるとし  
た最初の理由は「だって5種類あるじゃん1  
回投げたとき1以外のやつ。それが3回ある  
んだから増えるんじゃない。」(1412)であり、  
1の目が出ない場合に着目した説明であつた  
と捉える。しかし最終的にプリントには「1  
回投げるとき、1の目がでるは  $\frac{1}{6}$ 、出ない  
は  $\frac{5}{6}$ 」と書かれており、1の目が出る場合  
にも着目していることが分かる。このことよ  
り nagu は sino の「でも1の目が出ることだ  
って3回やれば増えるから、多くなるよ。」  
(1415)のメッセージによって、最初の理由に  
フィードバックして、それを修正したのだと  
考えることができる。このことから nagu は  
「他者(sino)」の要求に応えるために、「最  
初の根拠」にフィードバックしたのだと考  
えることができる。この場面において、教師は  
nagu に問題を提示しただけであり、nagu に  
解決するための環境を位置づけていない。  
nagu は自分自身の目的にあつた「他者(sino)」  
を位置づけたのである。そして nagu は「他

者(sino)」との相互作用により、「他者(sino)」  
の要求に応えるために知識を発展させている  
のだと考える。またこれらのことから教師の  
直接的な介入なしに「環境」の要求によつて、  
新しい「環境」をつくり上げている([図7]  
参照)ことから、G.Brousseau が示す亜教授学  
的状況がこの場面において起きていると考  
えることができる。



[図7] 亜教授学的状況

また、nagu はこの場面において「太郎く  
んと花子さんのどちらが有利か」(問題③)  
を問題にしているのではないと考える。nagu  
にとっては「花子さんが有利」であることは  
明らかであり、そのことを説明する根拠に焦  
点を当てた活動が nagu 自身によって形成さ  
れている。この nagu の活動は自身の解決方  
法が妥当であるかを考えているものであり、  
Balaceff が述べる妥当性に対する責任が委譲  
している活動であると考えられる。そして、  
G.Brousseau が「責任の委譲」が亜教授学  
的状況において起こり得ると述べられて  
いることに整合していると考えることがで  
きる。

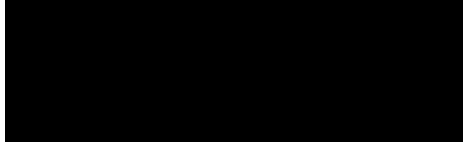
この場面の分析及び考察により、生徒の確  
定的な「既存の知識」を揺さぶることで、生  
徒を「不確定的状況」に導き、問題解決対  
する目的を形成することが可能であると捉  
えることができる。また、生徒同士の相互  
作用によって生徒が自分の考えを修正し  
ようとする事実が明らかとなったと考  
える。そしてこのように主体的に活動し  
ていると考える nagu の姿には、目的意  
識の形成が図られた上で、様々な環境  
と相互作用していると考え



ることができる。

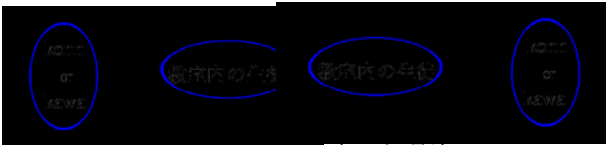
#### 4.5. 妥当化に対する目的意識の形成

場面(3)の「既存の確率知識」を揺さぶる場面において、問題③が教師から提示され、教室内では「太郎くんが有利」、「花子さんが有利」、「五分五分である」の3つ立場が明らかとなっている([図8]参照)。



[図8] 問題③に対する生徒の予想

教師がそれぞれの立場の説明を生徒に求めると、「花子さんが有利」、「五分五分である」の立場の生徒が教師の要求に応えた。よってここでは教師が次の図([図9])のように環境を設定し説明活動を位置づけたことになる。



[図9] 教師が設定した環境

次の発話記録は「五分五分である」の立場を支持する kawa の説明を表すものである。

1267 kawa : 6分の1かける3は6分の3。

1268 T : (板書しながら) 6分の1かける3は6分の3。式まで言ってくれたな。

1269 kawa : で、1の出る確率が6分の3で50%。

1270 T : (kawaの考えを板書する) じゃ、1が出ないのは？

1271 kawa : 1が出ないのも50%。

1272 T : (板書する) 50%。この式ってどこから出てきたの？

1273 kawa : えっと、1回振ったときの1の目が出る確率は6分の1で、6分の1を3回振って…3回振るってことです。

ここで kawa、または教室内の生徒に対して環境を設定したのは教師であるが、kawa からの一方的な作用となり、教室内の生徒が kawa の説明を相互作用の対象としなかった

ことが問題点として挙げられる。ある意味教室内は対立している状況であることから、教師はここで、N.Balacheff(1990)が示す妥当化のシチュエーションを設定するべきであり、構成主義の立場を視座としたならば教師の役割としての反省的思考の促進(中原,1995,p.132)に務める必要があったと考える。よって kawa が「五分五分である」とした説明をもとにして、妥当化のためのシチュエーションをどのように設定すべきかについて考える。

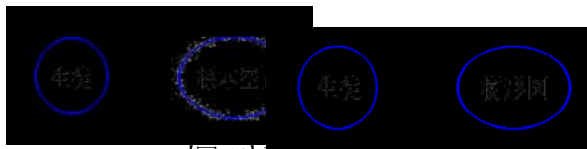
kawa は「五分五分である」という立場から、教室内の同様の立場の生徒は kawa の説明を妥当であると判断することは当然であると考えられる。ならば、教室内の「花子さんが有利」とする生徒が kawa の説明を相互作用の対象として、その説明が妥当であるかの問題を意識したならば、kawa、または教室内の「五分五分である」という立場の生徒は自身の考えを反省的に検討する発展的な活動へと導くことができると考えられる。kawa は「五分五分である」ことの根拠を先の発話記録に表れているように説明している。この kawa の説明を批判的に検討するならば、1の目が出ないことの確率を求めるための「 $\frac{1}{6} \times 3$ 」の立式である。同様の考え方で1の目が出ることを立式したならば、「 $\frac{5}{6} \times 5$ 」となり、「1の目が出ること」、または「太郎くんが有利」とする立場を支持する考え方であることを指摘することで、ある意味「不確定的状況」に導くこともでき、反省的思考へと促進することにつながる。そして教室内が対立した状況と捉えるならば、このように妥当化のシチュエーションへと導くことは十分可能であり、必然性もあると考える。

本実践では生徒から批判的検討へと発展することは起こらなかったが、ここで必要となるのが教師の役割である。教師が批判的な介入をすることにより、本実践がどのように発展したかは定かではないが、妥当化のためのシチュエーションを設定するのは教師の重要な

役割であると考えることができる。そして、生徒がどちらが正しいのかという状況になっているとしたら、そこには妥当性の判断に対する目的意識が形成されている。教師はその形成された目的意識を大切にしつつ、妥当性を問うことのできる存在となって反省的思考を促進するように授業を構成していかねばならないと考える。

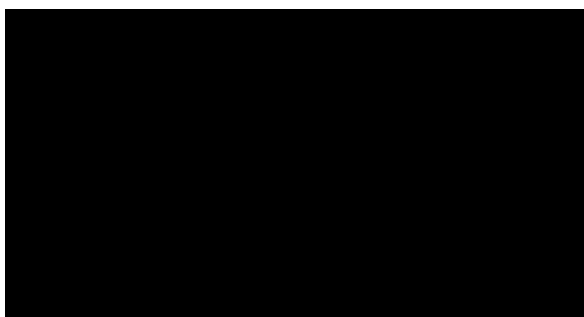
#### 4.6. 相互作用の対象への目的意識の形成

場面(5)において、生徒はサイコロを3回投げたときに起こり得るすべての数を「標本空間」、「樹形図」の2つの方法で考えることを教師から求められている。この場面では教師によって「標本空間」、「樹形図」が環境として設定され、生徒はその環境を相互作用の対象としているのである([図 10] 参照)。



[図 10] 設定された環境

生徒は「標本空間」を相互作用の対象([図 11])として、生徒がサイコロを3回投げたときに起こり得るすべての数を考えるとき、教師と生徒のやりとりが以下の発話記録のように行われた。



[図 11] 生徒の実験結果をもとにした根元事象の一部

- 2383 T : konn くん、ここにかいてある以外にないですか？
- 2384 konn : あります。
- 2385 T : あります。じゃあこの分子にくるその数は調べられないかな。どんだけあるか。

2386 kawa : 無理です。

2387 T : 無理？ どうして？

2388 kawa : だって多すぎるから。

2389 T : 多すぎるからか。

2390 S S : 無理だ (小さい声で)

2391 T : 確かに多いかもしれないね。

2392 maru : 多いよ。全部かけない (小さい声で)

2393 T : 多いことわかるの？

2394 maru : 何となく。

教師の「konn くん、ここにかいてある以外にないですか。」(2383)は根元事象の一部([図 11] 参照)に対しての発話であり、さらに起こり得る場合がないかを生徒に投げ掛けているものである。

そして教師のこの投げ掛けたことに対して、生徒は「無理です。」(2386)、「だって多すぎるから。」(2388)、「多いよ。全部かけない。」(2392)のように、教師の要求を受け入れたくないと思えることのできる発言を返している。生徒のこれらの発言については、次のように捉える。

生徒はこの段階において、標本空間による解法しか知らない状況である。「だって多すぎるから。」(2388)の発言は、生徒は3回投げたときに起こり得るすべての数が多いことは暗黙的に分かっており、標本空間によって表すことが無理であり、解決の見通しが持てないことを意味する発言であると考えることができる。よってここではサイコロを3回投げたときの起こり得るすべての数を調べるといふ目的意識は形成されてはいるが、標本空間で考えることを拒んでいると考えることができる。よって生徒はここで教師が与えたシチュエーションを拒んでおり、新たな相互作用の対象を要求している発言であると考えることができる。

次に、教師は樹形図を完成させるにあたって、樹形図を描くために配布した A3 版用紙の使い方([図 12])について示した。



【図 13】 1 回目

教師から用紙の使い方の支援があり、生徒は 3 回投げたときに起こり得るすべての数を調べることを目的にして樹形図を描き始めている（【図 13】 参照）。



【図 13】 1 回目

そして樹形図によってサイコロを 3 回投げたときに起こり得るすべての数を調べている中で、ひとりの生徒から「めんどくせえ」という樹形図を相互作用の対象とすることを前向きに捉えていないと感じられる発言があった。「めんどくせえ。」の発言は、生徒が実際に取り組んでいる中で起こったことから、生徒は教師が設定した樹形図を相互作用の対象としたシチュエーションを受け入れていると考えることができる。このときの生徒の思いを予想するならば、「めんどくせえ。」と感じてはいるものの、「樹形図を描けば何とかなる。」という樹形図を描くことに対する目的意識は形成されていたと考えることができる。

これらのことより、前者の「無理です。」「だって多すぎるから。」「多いよ。全部かけない。」、そして後者の「めんどくせえ」の発言は、どちらも教師が設定した環境を受け入れたくないと捉えることもできるが、サイコロを 3 回投げたときの起こり得るすべての数を調べるという目的意識は形成されている

と考える。しかし、それぞれには次のような違いがあるとも考えられる。

生徒がある目的意識を形成して教師、または生徒自身が設定した「環境」（教師が設定したシチュエーション）を相互作用の対象としたとき、その対象と相互作用することで、生徒が解決の見通しを持つことができる場合とできない場合があると考えられる。生徒が不確定状況に陥ったとき、そこで生徒が相互作用の対象とする「環境」が、自分の状況を変容させるものとなるのか、または変容させることができるのかを生徒は考えていると捉えることができる。そして、このことは生徒が必要とする相互作用の対象、または必要とするシチュエーションを要求しているのであり、このことは目的意識の形成や持続に関わっていると考えられる。

この場面においては一人の生徒が「めんどくせえ。」の発言をしたとき、生徒は 2 つの解決の仕方（標本空間で考える方法、樹形図で考える方法）を知っている。ここで生徒に標本空間で考える方法にフィードバックさせることで、生徒は樹形図で考えることの目的意識の形成を図ることができ、または樹形図で考えることの価値（よさ、簡潔さなど）を感じることができたと考えられる。そして生徒自身でフィードバックできないのであれば、教師が支援することが必要である。そしてこれらのことは前後で生徒が相互作用する対象、または前後のシチュエーションをつなげる指導の工夫であるとも考えることができる。

## 5. まとめと今後の課題

筆者は、数学の授業が問題解決的に行われていると考えたとき、Dewey の「探究」の先行的条件である「不確定的状況」に生徒を導くことは重要であり、教師の重要な役割であると考えられる。そして筆者が行った確率の授業を実証的に検討するために、目的意識の形成を図るための構成要素として、N.Balacheff

(1990) が示す「責任の委譲」、Seirpinska (1998)、岩崎(2001) が示す「生徒同士の相互作用」、G.Brousseau (1997) が示す「亜教授学的状況」を視座として分析した結果、次のことが分かった。

- ① 生徒には既存の知識が存在し、その知識によって問題を解決できる場合とできない場合がある。生徒は既存の知識に限界を感じたとき自身によって新たな環境と関わることの必要性を見出す。そして、N.Balacheff (1990) の認識論的仮定「問題は数学的知識の源であり、基準である」を視座とすると、生徒を「不確定的状況」へと導くには、生徒と問題をどのように接触させるかが重要である
- ② 生徒が既存の知識に限界を感じたとき、J.Dewey が示す「探究」の先行的条件である「不確定的状況」へと陥る。生徒は「不確定的状況」に陥ることによって、Balacheff が示す「責任の委譲」、G.Brousseau (1990) が示す亜教授学的状況に導かれている結果から、これらは相対関係にあると考えられる。
- ③ 生徒は目的意識を形成したとしても、解決の見通しをもつ状況、または解決の見通しをもたない状況の2通りがある。そして生徒が解決の見通しをもたない状況においては何らかの教師の介入が必要であり、生徒がフィードバックできる環境を教師が意図的に確立しておく必要がある。

今後の課題としては、本研究で得た知見をもとに他の単元においても目的意識の形成を図ることを大切にして授業を実践し、検討することにある。そして、問題の解決方法の妥当性に視点を当てて授業を構成すること、または教師には知識の権威が存在するため教師が生徒が行っている解法の妥当性を問う存在となるように教師の介入の仕方を工夫することなどが挙げられる。

## <主な引用・参考文献>

- 岩崎浩.(2001). 数学の授業における相互作用と学習との関係に関する考察:一人の生徒からみた授業がもつ社会的側面の意味. 全国数学教育学会誌数学教育研究. 第7巻, pp.51-67.
- 岩崎浩.(2005). 中学校確率の発展的教材としての条件付確率:面白い問題を中心としたその発展過程の再構成. 上越数学教育研究, 第20号. 上越教育大学数教室, pp.21-30.
- 杉浦美朗.(1984). デューイにおける探究としての学習. 風間書房.
- 長崎栄三.(1998). 第3回国際数学・理科教育調査の国際比較結果:小学校算数. 日本数学教育学会誌, 80(2), pp.14-21.
- 中原忠男.(2000). 算数・数学教育の目的・目標. 日本数学教育学会誌, 82(7.8), pp.48-51.
- 平林一榮.(1987). 数学教育の活動主義的展開. 東洋館.
- 平林一榮.(1975). 算数・数学教育のシツエーション. 広島大学出版研究会.
- 宮川健.(2002). 教授学的状況論にもとづくコンセプションモデルに関する-考察. 筑波数学教育研究, 第21号, pp.63-72.
- 文部科学省.(2005). 義務教育に関する意識調査中間報告書. [http://www.mext.go.jp/b\\_menu/houdou/17/06/05061901.htm](http://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/17/06/05061901.htm)
- 文部省.(1999). 中学校学習指導要領解説総則編. 東京書籍.
- Balacheff, N. (1990). Towards a problematique for reserch on mathematics teaching. *JRME*. vol.21, No.4.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical situations in mathematics*. ( tras. by N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V. Warfield), Kluwer.
- C. Camii, G. DeClark. (1987). 子どもと新しい算数:ピアジェ理論の展開(平林一榮監訳). 北大路書房.
- J. Dewey. (1984). 民主主義と教育(金丸弘幸訳). 玉川大学出版部.