

中学校における空間図形指導の改善に関する研究

—生徒の空間認識の変容を考察の視点として—

板垣 元一

上越教育大学大学院修士課程 2 年

1. はじめに

中学校の空間図形指導では、直観的な見方や考え方などを通して論理的な思考を養うことが 1 つの重要な目標である。しかし、直観的な見方と論理的な思考との間にはギャップがあり、これが、空間図形指導の問題点となっている。例えば、八田(2002)では、調査問題を実施し、見た目が直観に影響を与え、論理的な思考へと発展しないことを指摘している。

筆者は、直観的な判断に左右されやすい状態の生徒を、操作を用いて思考する段階へと促す手段として、メタ認知的経験、教訓帰納を起こさせることが重要ではないかと考えた。また、立体を正確に捉えるには、実物の模型が有効である。一方、これを論理的に捉え、考察するためには見取図が有効である。筆者は、両者をつなぐ必要があると考え、切断などの操作を繰り返し行えるなどの利点から、特に Cabri3D が有効であると考えた。

本研究では、Cabri3D を用い、見た目によって直観に影響を与え、誤答する生徒を対象に、分析的に問題を解こうとする段階へ促す教授実験を行った。本論文の目的は、この一連の授業における生徒の活動の質的分析から空間図形指導を改善するための示唆を得ることである。

2. 授業構成に示唆を与える研究

メタ認知的経験に関する研究、教訓帰納に

関する研究、Cabri3D に関する研究を挙げる。これらを見ることで、論理的に思考をしたとはどのような状態・活動をいうのかということと、直観的な判断をしてしまう段階から論理的な考察を行うようになる授業構成に関する示唆を得る。

2.1. 対象とする生徒

対象とする生徒は、八田(2002)において設定された水準Ⅰ・Ⅱa の段階の生徒である。各水準は以下の通りである。

〔水準Ⅰ〕直観的にだけ判断してしまう。

〔水準Ⅱ〕直観的に判断してしまうことなく、

〔Ⅱa〕論理的に考察しようとするが、正しい結論が得られない。

〔Ⅱb〕不適切な操作を加えて考察し、正しい結論が得られない。

〔Ⅱc〕適切な操作を加えて考察するが、正しい結論が得られない。

〔水準Ⅲ〕適切な操作を加えて論理的に考察し、正しい結論を得ることができる。

(八田,2002)

八田(2002)では、水準Ⅱa・Ⅱb に生徒の分布に多くの差が見られたのである。水準Ⅱa・Ⅱb には、操作を用いて考えるか、そうでないかの差がある。つまり、水準Ⅱa の段階の生徒とは、問題を解く際に操作を用いず、直観に左右されやすい状態である。

抽出生徒選出に当たっては、八田(2002)で

実施された調査問題を用いた。調査問題は、2007 年 3 月 N 県内の公立中学校 1 年生 31 名を対象に実施した。その際の生徒の発達水準分布は、八田(2002)と近似した水準Ⅰ・Ⅱaに多くの生徒がいるという結果であった。

事前調査より、水準Ⅰの段階の生徒 2 名、水準Ⅱaの段階の生徒 3 名を対象に教授実験を実施することとした。教授実験実施時期と回数は、2007 年 5、6 月に 4 回である。

2.2. メタ認知的経験について

A. L. Brown(1984)は、課題を解決するにあたって、以前に方略的な方法を経験した者としてない者では、課題の達成度に大きな違いが見られることを述べている。その方略は様々であり、知識の発達(予言と遂行)によって、より優れた方略を選択するようになるとしている。しかし、方略を用いようとするにあたっては、ある程度、問題が難しくなければならぬし、使おうと考えるにはさらなる知識が必要であるとも述べている。

次に Fischbein. E(1989)は、子どもにはそれぞれ暗黙のモデルを持っていて、それが推論の過程において制御できずに影響を与えているために困難が生じているとしている。

ここでは、その暗黙のモデルは、取り除くのは不可能であるということである。だから、それを制御することが重要だと述べている。そして、その直観的なモデルを引き起こしてきた実践的なシチュエーションをみきわめることを学習することで、自分たちの初期的な解法や初期的な解釈をすることに慎重になるであろうと述べている。

A. L. Brown(1984) ,Fischbein. E(1989)より、筆者は、子どもが問題を解く際により優れた方略を選択した活動の中に論理的思考があると考え。その活動の中には、選択した操作がこの問題には優れていると判断している思考があると考えからである。そして、この活動を行わせるために、どうして失敗したか

を考える授業を組む。この授業構成より、見た目では間違えることがあるということに気づかせ、同時にどのようにすればよかったのかを問いかける授業を展開する。

2.3. 教訓帰納について

教訓帰納とは、市川(1993)の認知カウンセリングを行う際の 6 つの方法の 1 つである。認知カウンセリングとは、学習者に対し、

学習者は自分を教える教師であり、そのためには、自分をよく把握し、策を練らなければならない。

(市川, 1993, p. 18)

という考え方のもとに学習を援助する実践的活動である。そして、市川(1993)は教訓帰納とは問題などを解いた後に、「なぜはじめは解けなかったのか」を問うこと。また、1 問解くごとに、「自分はどのような点で賢くなったのか」を明らかにすること。そして、問題から一般化したルール形で、教訓を抽出しておくことも重要な活動であると述べている。

この教訓帰納における一般化したルールの形で教訓を抽出しておく活動は、A. L. Brown(1984)のより優れた方略を選択するようになる活動と近似している。よって、「なぜはじめは解けなかったのかを」を問うことを授業に取り入れることは、教訓帰納やメタ認知的経験を起こすために必要な活動と考える。

2.4. Cabri3D を用いた実践研究

新井(2006)は、Cabri3D を用いたときの生徒の変容を見ている。

ここで、Cabri3D を説明する。Cabri3D は、3 次元空間で平面図形や立体を作図し、それらを様々な角度から観察することができるソフトである。これらの平面図形、立体の作成は、空間図形の基礎に基づいている。例えば、直線を引くにあたっては、空間内に点が 2 点定義することによって作成できる。また、平面の作成は、3 点が定義することで作成できる。このように、直線の決定条件・平面の決

定条件により作成できる。つまり、Cabri3D は、扱っていく中で、空間図形の基礎的な知識が身につけられるソフトである。

新井(2006)は、立方体の切断面には正五角形が現れない証明の授業を行っている。生徒は、何度も繰り返し切断を行ったり、線分を延長させたり、様々な角度からの観察を行う中で、論理的に結論を導いていく。

これは、Cabri3D を用いることで、切断面を無理なく何度も繰り返し行うことができたため、観察・操作が多く行え、そのことが論理的な思考を高めた結果と考える。つまり、観察を無理なく行わせ論理的な思考を促した教具として Cabri3D は有効であったと考えられる。本研究においても、Cabri3D の視点移動の機能を重視し、これを中心に扱うこととした。

2.5. 授業構成について

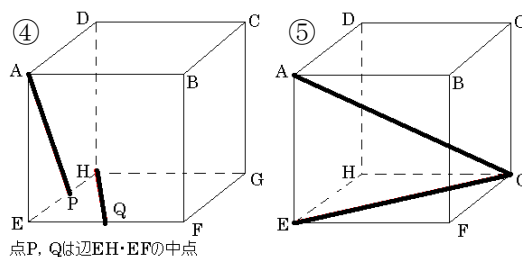
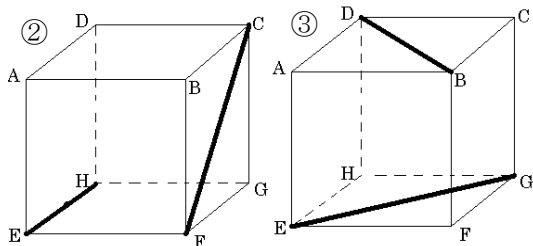
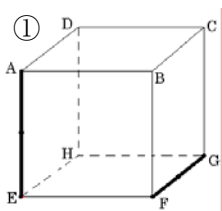
2.2. ～2.4. より得た示唆は次の3点である。

- i : 学習課題は、見た目で判断しづらく、ある程度難しい課題であること
- ii : 一般化したルールの形で、教訓を抽出しておくこと
- iii : Cabri3D を用い、観察を無理なく、繰り返し行えるようにすること

この3点より授業を構成する。i より、次の課題を設定した。

LEVEL2

次の①～⑤の立方体の見取図に描かれている太線の長さはどっちが長いでしょうか。
また、答えの理由も考えましょう。



LEVEL3

右の見取図で表された立方体 ABCD - EFGH で線分 EB と線分 ED を引きます。∠BED は何度ですか。またその理由を答えなさい。

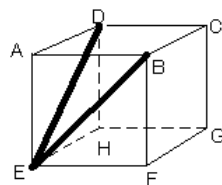


図 2.5.1: 授業に用いた課題。

LEVEL2・3(授業中に課題番号を「LEVEL2・3」と呼んだ。)は、八田(2002)の調査問題を参考に作成した。i の「見た目で判断しづらく」というのは、立方体を見取図で描いたときに、実際の各要素の関係とは違うように描かれてしまうことを指す。例えば、図 2.5.1 の LEVEL2①のように、立方体の2辺の長さを比較する問題において、見取図で描かれた2辺の長さは異なるが、実際の立方体では長さは等しいというように、見取図と実物の立体に違いが生じる問題である。

次に、課題を1問解くごとにiiより、プリントになぜ間違えたのか、次にどうすれば間違わなくなるかを書かせることとした。

iiiより、LEVEL2・3を解く中でCabri3Dによる観察を行うこととした。各問題の立体は、あらかじめ教師側で用意されたコンテンツを使用する。そして、いつでも生徒が自由にCabri3Dを扱えるように、1台ずつ準備した。Cabri3Dによる視点移動の仕方は1時間目に「LEVEL1」として教えることとした。

3. 教授実験の実際と分析

教授実験は、2章で得た授業構成の示唆を基に、N県内の公立中学校において、5名の生徒を対象として4時間行った。この5名の生徒は、八田ら(2002)の調査と同様の調査を実施し、そ

の結果に基づいて選出した。

授業は、3 台のビデオカメラで記録し、これを基に、全 4 時間の詳細なプロトコルを作成した。そして、生徒の空間図形の認識の変容が見られた場面と Cabri3D が生徒の空間図形の認識の変容に関わっていた場面を抜き出し、事前調査をもとに、生徒の変容過程を、プリント、プロトコル、Cabri3D の使用状況より分析・考察する。

3.1. 生徒の空間認識が見られる場面と各場面の考察

ここでは、生徒の授業前から 4 時間の教授実験を通した空間認識の変容が謙虚に現れた場面を 1～4 を取り上げてみていくこととする。そして、各場面での解釈を行い、全体を通して考察を行う。

【授業前】

対象生徒は、八田ら(2002)より作成した問題を事前に実施し、水準 I を 2 名(Toshi, Risa)、II a を 3 名(Maya, Kishi, Nano)の計 5 名とした。この水準 I・II a の段階の生徒の特徴は、直観的に判断することが多くあるということである。例えば、見取図に描かれた線分同士の長さを実際の立方体の長さとして判断をすることや、その判断をするのに困難を示すことである。

また、問題に対して操作(展開、切断、投影など)を用いて思考を展開することが少ないというのも特徴の 1 つである。

Toshi は、問題に対して積極的に取り組む生徒であった。例えば、立方体の展開図を描く場面では、他の生徒とは違う展開図を描こうと何度も繰り返し行う場面が見られた。

Kishi も、同じく積極的に 1 つの考えで問題を解こうとするが、わからなくなるとすぐにあきらめる傾向が見られた。

場面 1 : 「目の錯覚」が話題になる場面

LEVEL2 問題②を行い始め、すぐに生徒は目の錯覚で線分の長さが正確に捉えられない会話

をする(プロトコル No, 2071～2086)。

2071	Risa	理由。。。。これ自由でいいよね。
2072	Kishi	これ難しくないか。
2073	Nano	自由でいうか、見ため的にそうだよ。見ため的に何となく長いよね。
2074	T	見ため？
2075	Nano	見ため。雰囲気。
2076	Kishi	雰囲気。
2077	Maya	(鼻で笑うように)ふい。
2078	T	(Kishiに)雰囲気？
2079	Kishi	その場のノリで。
2080	Nano	雰囲気だ。
2081	Maya	目の錯覚。
2082	Risa	目の錯覚とか。
2083	Toshi	何が。
2084	Maya	でも、これ同じ長さだったら錯覚だよ。
2085	Kishi	目の錯覚であるよね。同じ長さでどっちが長いですかみたいな。こっちが長く見えるのは目の錯覚です。ていうのを見たことある。
2086	Nano	ある。あるある。

【場面 1 の解釈】

LEVEL2 問題②は、正方形の 1 辺と対角線を比較する問題であり、生徒は容易に正答を得られると考えていた。つまり、筆者は「同じ正方形の 1 辺と対角線を比較すると対角線の方が長いこと」を知っていると考えていた。しかし、このプロトコルより水準 I・II a の段階の生徒は、「同じ正方形の 1 辺と対角線を比較すると対角線の方が長いこと」を理解していないことがわかった。

場面 2 : 「目の錯覚」会話後の生徒の答えの予想

生徒は、LEVEL2 問題②の答えの予想を書くまでに場面 1 のやり取りや文字式で書き表そうとしたり、試行錯誤を行っている。

その中で、Toshi は場面 1 におけるやり取りには加わらず、LEVEL2 問題①のコンテンツで面 BCGF と面 AEHD を重ねた画面を見ていた。そして、「人と違うことを書くのが好きなんだ」と発言しプリントを記入し、「もうこれでいい」、「人間は、絶対目の錯覚でこう見えているだけだ」と発言している。生徒の LEVEL2 問題②の答えの予想は以下の通りである。

生徒の LEVEL2②(図 1 参照)の答えとその理由
(LEVEL2 問題②の答えは、 $EH < FC$)

Toshi・・・ $EH > FC$ ，目の錯覚でそう感じただけ

Maya・・・ $EH < FC$ ，見た目で何となく

Risa・・・ $EH = FC$ ，立方体はみんな同じだから

Kishi・・・ $EH < FC$ ，図 3.1.1 で表現

Nano・・・ $EH < FC$ ，図 3.1.2 で表現

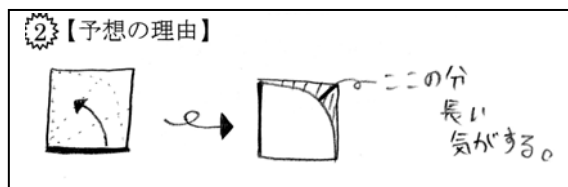


図 3.1.1：Kishi が書いた問題②の理由。

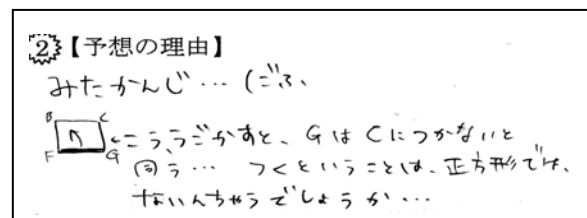


図 3.1.2：Nano が書いた問題②の理由。

【場面 2 の解釈】

この生徒の答えの予想より，場面 1 で述べた通り，「同じ正方形の 1 辺と対角線を比較すると対角線の方が長いこと」は理解していないことがわかる。

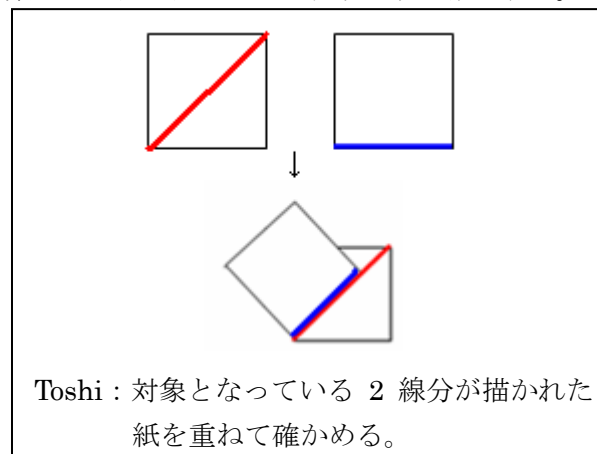
Kishi(図 3.1.1)と Nano(図 3.1.2)の解答は，「長い感じがする」や「みたかんじ」と書いていることから，確証はない様子が伺える。2 人の解答は，確かめられるのではないかと 2 人が考えた結果であり，教師が図でも良いから書くように指示し，書いた答えの理由である。

Toshi は，場面 1 での会話には加わっていないものの，理由で「目の錯覚でそう感じただけ」と書いている。また，LEVEL2 問題②の見取図は，見た目でも線分 FC の方が長く見えるのだが，線分 EH の方が長いと判断している。この判断には，「人とは違うことを書くのが好きなんだ」という発言などから，私情が含まれているとも読み取れる。しかし，この Toshi の答えの予想には，見た目で判断することに疑いを持っていることがわかる。

場面 3：対象となる線分を含む正方形を重ねて確かめる方法が生徒の中で認められる場面

教師の指示により，LEVEL2 問題②の答えの確かめを Cabri3D で行い始める。生徒は，Cabri3D を動かし始めると，Toshi は「どうやって動かすんですか」や Kishi は「どう確かめるといのがわからない」と発言する。

Toshi は対象となっている線分をコピーして，もう一方の線分に貼り付ければ確かめられるのではないかと提案する。この提案に対し，教具(正方形が描かれた A4 用紙)を使い，対象の線分を A4 用紙 1 枚ずつに書き込むことで，Toshi の提案した方法と同じことを行うように指示する。



Toshi：対象となっている 2 線分が描かれた紙を重ねて確かめる。

図 3.1.3：Toshi の確かめ方の簡略図。

(A4 用紙に描かれている正方形のみ抜粋)

この Toshi の確かめ方(図 3.1.3)に，他の生徒は納得する。Toshi は，自身の答えの予想とは異なる結果により，自ら行った確かめ方を否定しようとするが，他の生徒に反論され，確かめた結果を受け入れた(プロトコル No，2193～2210)。

2193	T	それでは，今してくれた説明をその紙を使ってやってもらいましょうかね。
2194	Toshi	まず，Nanoさんが書いた線を，僕の書いた線にこうやって斜めに重ねます。
2195	T	みなさんに見えるように。
2196	Maya	やっぱり長いじゃん。
2197	Kishi	やっぱり長いね。

2198	Toshi	もしかしたら、これから同じになるかも知れないし。
2199	Nano	どうやって？(強めに)
2200	Kishi	どうした？何があった？これから何を期待しているんだ。
2201	Toshi	これで、今は、今はこっちの方が長いです。(「今は」を強調)
2202	Kishi	長いな。
2203	T	なんで、今は長いと思うの？
2204	Kishi	自信がない。
2205	Toshi	もしかしたら、調べればこっちの方が長いという風になるかもしれないし、同じになるかもしれないし。
2206	Maya	でもさ、これが調べた結果じゃないの？
2207	Nano	うんうん。
2208	Toshi	調べた結果は、Nanoさんが書いた線が長くなりました。
2209	Nano	これ、結果だね。
2210	Toshi	調べた結果は、Nanoさんののが長くなりました。

この確かめの後、Kishi は「パソコンはすべてではない」と発言する。Toshi は「Cabri3D は役に立つけど、手で書く方も役に立つ」と発言し、「目の錯覚にだまされない」とプリントに記入する。

【場面 3 の解釈】

この場面で、Toshi は Cabri3D で観察することにより確かめ方を発見し、対象となる線分を正方形に書き込み、重ねて確かめる方法によって、確信を得ることができたことがわかった。また、他の生徒もそのような状態であったことがわかる。つまり、同じ正方形の一边と対角線を比較する課題は、Cabri3D で確かめたいと生徒が申し出た時点でどちらが長いかは理解していないことがわかる。そして、対角線の方が長いことを 2 枚の紙に印刷された合同な正方形の 1 辺と対角線を重ね合わせるという操作を伴う活動によって、理解することができたと考える。

場面 4: 生徒が自信をもって問題に取り組む場面

LEVEL2 問題③(図 2.5.1 参照)では、Toshi は始めて早々に「見た目では騙されない」と発言し、答えの予想と理由を書き上げる(図 3.1.4)。他の生徒は、Toshi の予想を聞き、納得している。

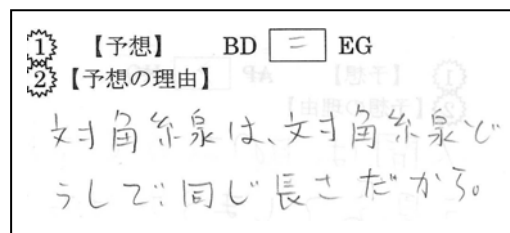


図 3.1.4 : Toshi の LEVEL2 問題③の答えの予想.

ここで、教師は確かめを行わず、LEVEL2 問題③を終わろうとする。しかし、生徒は確かめを行っていないことを教師に指摘し、確かめをすでに始めていた。このとき、Toshi と Maya は、図 3.1.5 のように Cabri3D で視点移動を行っていた。

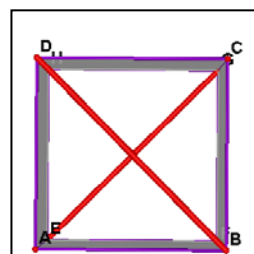


図 3.1.5 : Toshi と Maya の見ていた画面.

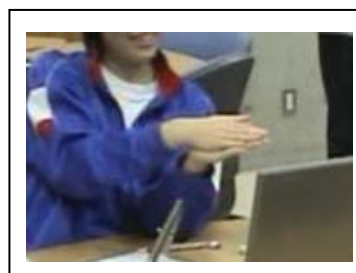


図 3.1.6 : Maya が両手を合わせている様子.

Maya は、図 3.1.5 を見ながら、図 3.1.6 のようにして、面 ABCD と面 EFGH を重ねる表現した。この Maya の行動に生徒全員が理解を示した。そして、教師が教具(正方形が印刷された A4 用紙)を手にした瞬間に Maya は反応し、教具を受け取って確認の操作を行っていく。そして、確かめを Maya が行い、全員が納得する。

【場面 4 の解釈】

場面 4 は、答えの予想を書く、Cabri3D を見ながら確かめ方を話し合い、確かめ方を教具で実践するという 3 つの行動を生徒が主体的に行っている。この行動は、場面 3 で見られた確かめ方がわからない状況とは違い、見通しをもつ

ことができ始めていると考えられる。また、生徒は答えの予想で正答であっても、確かめを行わなければ確信を得られないことも示している。

Toshi は、この場面の最初に「見た目では騙されない」と発言し、答えの予想と理由をいち早く書き上げることができている。場面 2 では、見た目での判断を疑い始めているが、答えの理由では「目の錯覚でこう見えているだけ」と書いている。この場面 4 では、見た目で騙されることなく、答えの予想を行っている。これは、問題に対して何をすべきか、その具体的な方法を学んだからだと思われる。場面 3 において、「目の錯覚ではだまされない」とプリントに記入した影響もあると考える。

【場面 1～4 の考察】

この場面 1～4 は、生徒の空間図形の認識の変容が現れている場面を抜き出したものであり、各場面の解釈を行った。ここでは、場面 1～4 の全体の考察として、2 点を述べる。

1 点目に、生徒の空間認識の深まり方である。

生徒は場面 3(LEVEL2 問題②(正方形の 1 辺と対角線の長さを比較する問題)の答えの予想を確かめ)の前まで、Cabri3D の画面を見ること、視点移動を行うことで、2 線分の大小比較ができるかを行っていた。つまり、確かめられるかどうかを 3 次元上で比べようとしていた。ここで、Cabri3D の機能で長さを図れるツールがあるのだが、教師はその機能を教えることはなかった。これによって、生徒は Cabri3D で確かめることはできない状態であった。そして、生徒は、3 次元空間上では正確に長さを比較することはできなかった。よって、場面 3 で 3 次元上の線分を 2 次元上の紙に置き換え考えることとした。3 次元上の線分を 2 次元上に置き換えることはできたが、即座に大小関係を判断したり、2 線分の関係を論理的に説明することはできなかった。生徒は、さらに 2 線分が描かれた正方形を重ねて確かめるという方法によって、確証を得ることができていた。

ここから得られることは、2 次元平面上の基

礎的な知識が、3 次元空間を認識する上で重要であったことである。空間認識は、2 次元平面上の知識と非常に結びついている。たとえ、Cabri3D での視点移動や空間図形を操作しても認識は深まらないのである。2 次元上の幾何学的な知識が発展しないと、空間認識や論理的な思考は深まらないことが考察したことで得られた 1 点目である。

2 点目に、Toshi の空間図形の認識の変容である。まず、Toshi の事前調査と事後調査の八田ら(2002)の水準の変化をみる。

【事前調査】

問題 1・2 の解答率 4 / 6

問題 3 の解答


答え	20°
理由	
	

図 3.1.7 : Toshi の問題 3 における解答。

【事後調査】

問題 A・B 解答率 5/6, 問題 C…60°, 白紙

以上のように、Toshi は解答しており、水準 I (事前)から水準 II a(事後)に発達段階は深まった。この調査結果より、水準 II a ということ、「直観による判断をしなくなり、操作を用いて思考をする段階へと高まった」と得られる調査結果ではなかった。

しかし、ここで、場面 2～4 の Toshi の行動を注目する。Toshi は、参与観察や事前調査で、見た目によって判断しやすい生徒であることがわかっていた。

場面 2(LEVEL2 問題②の答えの予想のとき)では、「人とは違うことを書きたいんだ」と発言し、『目の錯覚でだまされているだけ』と見た目とは違う答えをプリントに記入した。

場面 3 では、Toshi は教具(正方形が描かれた A4 用紙)を使い、対象の線分を A4 用紙 1 枚ずつに書き込み、書き込んだ 2 線分を直接重ねて確

かめる方法をとる。

この Toshi の確かめ方(図 3.1.3)に、他の生徒は納得する。Toshi は、自身の答えの予想とは異なる結果により、自ら行った確かめ方を否定しようとするが、他の生徒に反論され、確かめた結果を受け入れた。

場面 4 では、Toshi は開始早々に「見た目では騙されない」と発言し、答えの予想と理由を書き上げる。そして、教師に指示される前に Toshi は、図 3.1.4 のように Cabri3D で視点移動を行っていた。

Toshi は、場面 2~4 において、「見た目では騙されるかもしれない」と見た目を疑い始める段階から、主体的に確かめようとする姿への変化が見られた。この間に、Toshi は確かめる確かな手立て(2 線分を正方形の描かれた A4 用紙に書き出し、直接重ねて大小比較をする確かめ方)を授業の中で学んだ。Toshi は、この確かめ方と見た目では間違ふことがあるという経験をする中で、主体的に確かめようとしたのである。つまり、Toshi は「確かな確かめ方」と「見た目では間違ふことがある」の 2 点を一般化したルール形で抜き出し、次の問題でも行つたと考える。これは、Toshi が教訓帰納を起こしたということである。Toshi は、教訓帰納を起こすことで主体的に確かめようとする段階へ変容したのである。

生徒が教訓帰納を起こすように、教師は意図的にプリントを用意していた。プリントには、答えの予想を書かせるだけでなく、「⑤予想が間違えていたときはどうして間違えていたのかを書きましょう」「⑥次はどうしたら間違わなくなりますか？」の 2 点を書かせることとした。この⑤・⑥の 2 点を書かせることで、メタ認知的経験・教訓帰納を起こさせることとした。また、教師は授業中で、見た目で考えたときと論理的に考えたときの両方を経験させるために、見た目での判断をしてもよいという考えで授業を展開した。見た目で間違った判断を行つたとしても、その後に、⑤・⑥の 2 点を確実に書かせる

こととしていた。

Toshi の空間認識の変容より、メタ認知的活動・教訓帰納を意図的に行うことで、空間認識が深まることがわかった。しかし、Toshi の事前・事後調査の結果より、問題が変わると獲得した空間認識は使えないこともわかった。

3.2. Cabri3D と空間認識の変容の関連性

ここでは、生徒が Cabri3D を使用した場面を教授実験から抜き出し、生徒の空間認識の変容にどのように関わっていたのかについて考察する。生徒が Cabri3D を使用した場面は、全 7 場面である。この 7 場面は、LEVEL1~3 の各課題で 1 回ずつ使用しているので 7 場面となっている。ここでは、この 7 つの場面から、生徒が主体的に確かめを行つた場面とその前 2 場面と後の 1 場面を取り上げることとする。

場面 1 : LEVEL1 で、初めて Cabri3D を使用する場面

生徒は、初めて見る Cabri3D の画面に対し、Nano や Kishi は「苦手」や「無理」と発言をする。しかし、視点移動の仕方を覚えた後は、生徒 5 人とも興味を示し、「感動した」や「おもしろい」と反応を示す。

この場面で、Toshi、Kishi は笑いながら目茶苦茶に動かし、Maya はゆっくり各面を確かめるように動かした。Risa、Nano についてはデータがない。

生徒の使用法より、Cabri3D が大まかにどのような動きをするのかを確認したのだと考えられる。Toshi や Kishi は、目茶苦茶に動かしていることから、Cabri3D がマウスによって自由に動かせることを理解したのだということがわかる。また、Maya は各面を確かめるように動かしていることから、Cabri3D の画面がどのように動かせるのかを確認していると考えられる。

ここでは、Cabri3D は生徒の空間認識に影響を与えている様子はないと考えられる。

場面 2: LEVEL2 問題①～②の確かめを行う場面

生徒は、LEVEL2 問題①で教師の指示により、答えの予想の確かめを行い始める。このとき、生徒はただ視点移動を行うだけであって、目的をもった使用方法ではなかった。後に、教師が Kishi の見ている画面(図 3.2.1)を取り上げ、誘導的に確かめを行っていく。

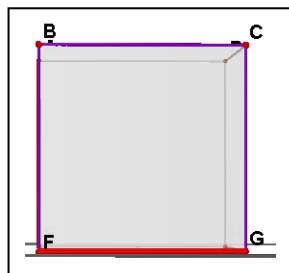


図 3.2.1 : Kishi が見ている画面。

(面 BFGC と面 AEHD が重なるように視点移動)

次に、LEVEL2 問題②の確かめを行う際に、Toshi は、「どうやって動かすんですか」と質問し、Kishi は「どう確かめるといのがわからない」と発言する。このときの生徒の Cabri3D の使用法は、生徒のコメントにある通り、確かめ方がわからず動かしている状態である。しかし、Cabri3D の画面を見ながら、確かめられる画面を探そうと試みている。つまり、Cabri3D からどのような情報を得ればよいのかを理解していない状態である。

この LEVEL2 問題①～②では、生徒の空間図形の認識の変容に関わる場所としては、確かめ方がわからずにいろいろな視点移動を行っているところである。これは、視点移動を繰り返し、何らかの情報が得られないか模索しているということである。しかし、どのような視点移動が必要なのかということは理解していない。これは、視点移動を行うことで何らかの情報が得られるであろうと生徒は考えていると思われる。

場面 3: LEVEL2 問題②～③の確かめについて

LEVEL2 問題②の確かめでは、場面 2 のあとに Toshi が対象となる線分をコピーして、他の線分に貼り付ければ確かめられるのではないかと

と提案する。この提案により、紙に描かれた正方形に対象となる線分を描き、重ねて確かめるという確かめ方を生徒は獲得する。

生徒は、LEVEL2 問題③の確かめでは、Cabri3D を扱い始める前に、紙を使用した確かめ方法をし始める。このとき、生徒は自ら Cabri3D を起動し、図 3.2.2 を観察していた。後に紙を使用した確かめ方法により確かめを行った。

図 3.2.2 より、生徒は LEVEL2 問題②と同じく 2 平面(ここでは、面 ABCD と面 EFGH)を重ねられる視点移動を行ったと考えられる。これの Cabri3D の視点移動より、2 平面を重ねて確かめることができることを Cabri3D より得たと考えられる。

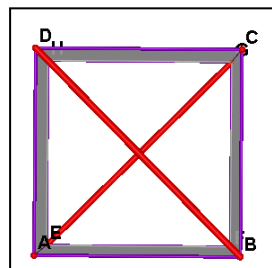


図 3.2.2 : Toshi と Maya の見ている画面。

この場面では、生徒が主体的に Cabri3D を扱い始め、2 平面を重ねて確かめられるかどうかを確認した。つまり、Cabri3D を介して、3 次元の立体の要素を 2 次元上に置きなおして考えられるかを確認したと考える。

場面 4: LEVEL2 問題④での確かめについて

LEVEL2 問題④の確かめでは、Cabri3D を使う前に、対象となる線分を含む各平面を重ねて確かめる方法を行い始める。そして、Cabri3D を扱う前にその確かめを生徒が納得する。Cabri3D で確かめを行うように教師から指示を受け、生徒は図 3.2.2 のように対象となる線分を含む平面同士で重ねられる視点移動を行おうとする。しかし、この問題は、Cabri3D の視点移動で対象となる線分を含む平面同士で重ねられる見方はできない。後に、生徒は Cabri3D を使用した確かめをやめる。

この場面では、Cabri3D を扱い始める前に、対象となる線分を含む各平面を重ねて確かめる方法を行う。これは、場面 3 によって、Cabri3D を扱うより、対象となる線分を含む各平面を重ねて確かめる方が Cabri3D よりも確かめに適していると判断したからだと考える。つまり、立方体の中の 2 線分の長さを比較する問題に対する Cabri3D の視点移動の機能の役割は場面 3 で果たし終わったことを指している。

【場面 1～4 を通した考察】

場面 1～4 で、生徒は Cabri3D で視点移動の機能を扱ってきた。この視点移動の機能は、LEVEL2 の問題での確かめで使用していた。確かめで視点移動を行うことで、生徒は正方形の紙に線分を描いて比較する方法を獲得した。これは、3 次元の要素を 2 次元上に置き換えるときに使用し、機能していたことを示している。これは、場面 3 で生徒が主体的に Cabri3D の視点移動を行ったことよりも明らかである。視点移動の操作により、確かめ方を発見できたことから、操作の重要性は示された。もし空間上で線分の大小関係を把握できていれば、視点移動は行っていなかったと考えられる。生徒は視点移動を行い、見た目に近い状態を作り出していた。Cabri3D の視点移動(操作)によって、生徒の理解しやすい状態を援助することができたのである。

4. おわりに

本研究では、八田ら(2002)の設定した水準をもとに、水準Ⅰ・Ⅱa の段階の生徒を対象に、見た目による判断ではなく、操作を用いて思考する段階へと促す授業を通し、空間図形の指導改善への示唆を得ることを目的とした。そして、メタ認知的経験、教訓帰納を取り入れ、教具として Cabri3D を用い、教授実験を実施した。そして、教授実験を生徒の空間図形の認識の変容と Cabri3D がその変容にどのように関わっているのかを考察した。

これらのことから、空間図形の指導改善にお

いて示唆される本研究の主要な結論は、次の通りである。

- ①Cabri3D は、生徒の興味関心を引き出し、無理なく視点移動を行わせることができる。そして、Cabri3D は 3 次元内の要素を 2 次元上に置き換えて思考する段階へと促す上で有効な教具になりうるということ。
- ②意図的にメタ認知的経験、教訓帰納を行わせることは空間図形の認識を直観から論理へと高めることにおいて有効であること。そのために、メタ認知的経験、教訓帰納を意図的に行わせることが重要であること。
- ③空間認識を高める指導のためには、2 次元上の幾何学的な知識の指導を十分行う必要があること。

今後の課題は、Cabri3D が空間図形の概念形成に果たす効果を明らかにすることである。

引用参考文献

- Brown, A. (1984). メタ認知:認知についての知識 (湯川良三, 石田裕久共訳). サイエンス社.
- Fischbein, E. (1989). Tacit models and mathematical reasoning. *For the Learning of Mathematics*, 9(2), 9-14.
- 新井仁. (2006). 論証の基礎を培う空間図形の指導ー 3 次元動的幾何ソフトの活用を通してー. 第 39 回数学教育論文発表会論文集, 337-342.
- 八田弘恵, 久保良宏, 熊倉啓之, 国宗進. (2000). 空間図形についての理解に関する研究. 第 33 回数学教育論文発表会論文集, 319-324.
- 八田弘恵, 中西知真紀, 熊倉啓之, 国宗進. (2002). 空間図形についての理解に関する研究. 第 35 回 数学教育論文発表会論文集, 289-294.
- 市川伸一. (1993). 学習を支える認知カウンセリグー心理学と教育の新たな接点ー. ブレーン出版.