

中学校図形領域における作図の生態についての研究

―日仏教科書の比較分析から―

塩崎 李衣

上越教育大学大学院修士課程2年

1. 研究の背景

中学校第1学年の平面図形領域では、角の二等分線・線分の垂直二等分線・垂線などの基本的な作図が扱われる。中学校学習指導要領数学（文部科学省，2008）の図形領域の目標には、「見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う」とある。学校数学において作図の平面図形領域における指導や学習は、決して軽視できるものではないと読みとれる。しかし、作図の授業の実際は、図形の性質を利用するというよりも、所謂“かき方指導”に終始している印象を強く受ける。教科書を見ても、例題に太枠で作図の方法・手順が強調されており、かき方に焦点が当たっているように捉えられる。したがって、作図が学習指導要領で述べられているほど、図形学習において重要な役割を果たしていないのではないだろうか。

一方、海外に目を向けると、フランスの教科書では前期中等教育の4年間（フランスでは、日本の中学校に相当する前期中等教育は、第6学年から第9学年までの4年間）を通して作図が扱われ、作図ツールを利用した課題が多くみられる（*Transmath* 2008–2009）。さらに、教科書にはCD-ROMが付属しており、その中に作図ツールを用いた問題解決の説明等もある。このように、

フランスの中等教育の図形領域では、作図が重要な機能を果たしているように推察できる。

そこで筆者は、日仏教科書の比較分析を通して、日本とフランスそれぞれの中学校段階の図形領域における作図の生態（位置付けと機能）をより詳細に明らかにする研究を進めることとした。

2. 研究の焦点

2.1. 教授人間学理論

本研究では、Chevallard (2006; 1999) による教授人間学理論（ATD）に依拠する。ATDでは、「知的集合体」と呼ばれる社会的な集まりに依拠して、その構成が異なった数学が存在することを前提とする（cf. 宮川，2011a; 2011b; 2012）。例えばそれは、数学者の数学、技術者の数学、わが国の学校数学、フランスの学校数学などである。そして、ある数学的対象がある数学に存在（生息）するためには、知的集合体がつねに存在するための条件とそれを妨げる制約に従わなければならないと考える（Chevallard, 1994）。換言すれば、ある数学的対象はこの条件と制約というものによって形作られるのである。こうした考えは、「生態学的アプローチ」と呼ばれ生態学と同様に数学の生態を考えるものである。

この生態学アプローチで第一に問題となるのは、その数学的対象がいかにかに生息して

いるかである。異なる数学が存在するとすれば、ある対象がそれぞれの数学で異なった生息の仕方をしていると考えられる。ここで生息の仕方とは、ある対象がある数学において、どこに生息しているのかといったその位置づけと、いかなる機能を果たしているのかといったその機能を意味する。

本研究は、作図の生息の仕方を明らかにしようとするものである。ATD、特に教授学的転置 (didactic transposition) の視点からすれば、異なる数学として「数学者の数学」「教えるべき数学」「教えられる数学」を考え、それぞれが転置によってつくられるとする。この転置の過程を、本研究の分析に利用する資料 (データ) に併せると、図1のような研究枠組みが考えられる。図1は、一般の数学から日仏の学校数学における転置、さらに日仏の学校数学それぞれにおいて、学習指導要領の数学から教科書の数学、授業の数学への転置を表している。本研究では、この中でも、主に日仏の教科書に着目し、作図の生態の比較分析を行う。そして、分析にあたっては、必要に応じて日本の学習指導要領解説等を用いる。

2.2. 目的

本研究は、教授人間学理論に基づき、日本とフランスの教科書の比較分析を通して、作図の生態 (位置づけと機能) を明らかにすることを目的とする。

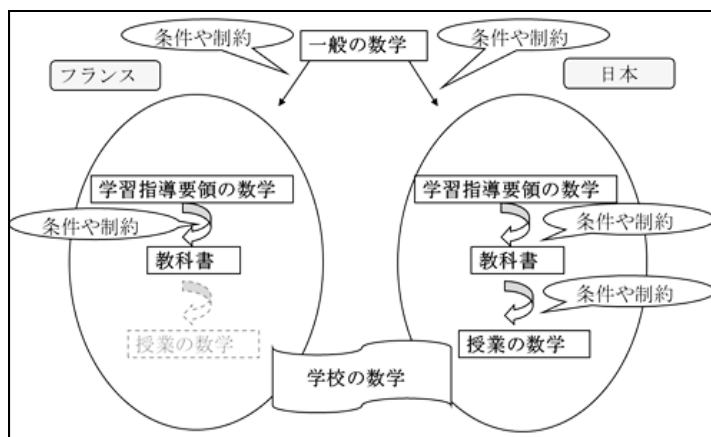


図1 本研究の枠組み

2.3. 研究の方法

作図の生態を明らかにするにあたって、はじめに、作図とはいったいいかなるものを明確にする。何を作図と呼ぶのかといった作図の捉え方は、それが扱われる数学によって異なる。そのため、ここでは、一般の数学における作図、日仏のそれぞれの学校数学における作図を検討する。複数の数学における作図を浮き彫りにすることにより、日仏の学校数学における作図の特徴を明らかにする。

次に、日仏教科書の比較分析を行うため、基準となる作図の機能を特定する。これは、教科書の分析において、機能を分析するツールがなく、何を機能として特定すべきなのか困難を伴ったためである。ここでは、これまでに参照してきた一般の数学や学校数学における作図を振り返りつつ、平面幾何における作図の本性と作図に関わる数学の実践という視点から作図の機能を特定し、整理する。

そして、日仏の教科書の比較分析を行う。その際、2つの分析を行なう。1つは、それぞれの教科書から、作図問題をすべて抽出し、ATDのプラクセオロジー (特にタスクタイプ、つまり問いの種類) の視点から、教科書で扱われている作図問題の全体像を明らかにすることである。2つ目は、タスクタイプとして特定した作図問題がいかなる機能を果たしているか、基準となる作図の機能を用いた詳細な分析である。

3. 作図とは

作図がいったいいかなるものを、一般の数学における作図、日仏それぞれの学校数学における作図を検討することにより、明確にした。

一般の数学における作図については、歴史的な背景を含め検討した。具体的には、定

木とコンパスを始めとして様々な道具を用いて作図しうる曲線をまとめた事典である『曲線の事典』(磯田, 2006) やユークリッドの『原論』(中村, 1996) を参照し, そこでは作図がいかなるものと捉えられているか考察した。その結果, コンパスと定木のみならず, 作図器を始め, その他の道具を使ったものも作図と捉えられていることがわかった。

日本の学校数学における作図については, 日本の中学校の数学教科書, 学習指導要領及びその解説を検討した。その結果, 啓林館の教科書では, 「図をかくとき, 定規, コンパス, ものさし, 分度器などを使いますが, 上の作図では, “直線をひくための定規”, “円をかいたり, 線分の長さをうつしとったりするためのコンパス” だけを使っています」(啓林館, 2012, p. 139) との記述があり, 定規とコンパスのみを用いて図をかくことが「作図」であることがわかった。この捉え方は学習指導要領解説でも同様であった(中学校学習指導要領解説 2008, p. 65)。一方, 学習指導要領解説でも教科書でも「図をかく」という表現も見られた。教科書を見ると長さや角度を測って図をかいたり, 直角定規を用いたりする際には「作図」ではなく, 単に「図をかく」(以下, 「かく」と呼ぶ)とされている。例えば, 「次のような $\triangle ABC$ をかきなさい。 $BC=6\text{ cm}$, $\angle B=60^\circ$, $\angle C=45^\circ$ 」(啓林館, 2012, p. 129) という問いが図をかく問いである。以上のことから, 図をかくことに関わるものとして「作図」と「図をかく」という2種類が存在(生息)していることがわかった。

一方, フランスの教科書では, 作図の定義は明記されていないが, 作図に関する問題を見ると, 長さをはかったり角度をはかったりすることで図形をかく問題でも, 「作図しなさい」という記述がみられた。したがって, フランスの学校数学では, コンパスと定規のみという制約はなく, 定規や分度器

で長さや角度を測ったり, 方眼紙上に図をかいたりする場合でも, 図形性質が用いられている場合は「作図 (construction)」の語が用いられ, 作図と捉えられていることがわかる(例えば, 図4の問い)。

以上のように, 作図は, それが属する数学によって捉えられ方が異なることが分かった。本研究では, このような各数学の作図の捉えられ方の相違を考慮して, 作図の生態を明らかにしていく。

4. 基準となる作図の機能

本章では, 作図の機能を分析するにあたって, それらを横断する何かしらの基準となる作図の機能を特定する。

4.1. 研究の焦点と方法

(1) 研究の焦点

ATD の視点からすると, Bosch & Gascon (2006) は, 教授学的転置 (didactic transposition) の過程における異なった数学, 特に数学的知識の発生を分析するにあたって, 数学教授学における「基本認識論的モデル (Reference epistemological models)」と呼ばれる概念を提案している。これは, 種々の数学を分析する際に基準 (reference) となる, それらから独立した研究者の立場のモデルである。本研究では, これと同様に, フランスや日本といった異なった数学における作図の機能を分析する際に, 基準となりうる機能を特定する。

(2) 特定の方法

作図の基本的な機能を特定するにあたって, 作図の本性という視点と, 作図に関わる数学的な実践もしくは営みという視点を採用する。前者については, 作図とはいかなるものかといった認識論的問いを検討し, 後者については, より広く幾何学さらには数学における実践において作図がいかなる位置付けにあるのか検討する。その際, 学校数学をはじめ, ユークリッド原論におけるギリシャ数学など歴

史的なものを含めて、種々の数学を振り返り検討することで作図の機能を特定していく。

4.2. 作図の機能

作図の本性と作図に関わる数学の実践の視点から基準となる作図の機能を特定した。結果を先に示すと、次の六つの機能を特定した。

①図形の構成	④図形性質の確認
②図形の図的表現	⑤命題としての作図
③問題としての作図	⑥組織化のための作図

作図の本性からは、①図形の構成と②図形の図的表現という機能を特定した。①の図形の構成は、作図が、幾何学世界において幾何学的対象である図形を、その世界の規則に則って構成するという機能を意味する。②の図形の図的表現は、作図が、現実世界の紙面上、もしくはコンピュータのスクリーン上に図形の図的表現を与えるという機能を意味する。これら2つの機能は、多くの作図がもっている機能と考えられる。

次に、作図に関わる数学の実践からは、③問題としての作図、④図形性質の確認、⑤命題としての作図、⑥組織化のための作図といった4つの機能を特定した。

③問題としての作図とは、数学の実践において根本的な要素である数学的な問題という機能を意味する。実際、学校数学においても、多くの場合、作図は問題として与えられている。

④図形性質の確認とは、作図活動そのものが、与えられた図形の性質が十分条件や決定条件であるかどうかを確認するという機能を意味する。例えば、2組の対辺の長さが等しいという性質を用いて四角形を作図すれば、平行四辺形が作図でき、2組の対辺の性質は、平行四辺形を得るための十分条件となっている。したがって、作図(できるかどうか)によって、図形の性質が十分条件や決定条件であるかどうかを確認することが可能となる。

⑤の命題としての作図とは、ある作図が可能であることが示されれば、その作図は、定理のように次の命題の証明に利用されるという機能のことである。例えば、ユークリッド原論では、命題1「線分の上に等辺三角形をつくること」などのように、作図が一つの命題の形で与えられている。そして、こうした命題は、体系の一部として、他の命題の証明に用いられる。


⑥組織化のための作図とは、作図が、幾何学的対象である図形とその他の対象や性質に相互関係を構築するという機能を意味する。実際、作図の手続きの背景には必ず何かしらの図形性質があり、作図がその図形性質と作図される図形との相互関係を構築している。また、一般に、図形は複数の方法で作図できることが多い。この場合、作図を媒介に、複数の図形性質や幾何学的対象が作図される図形に関連づけられている、つまり組織化されているといえよう。

5. 日仏の教科書を比較分析

日仏の教科書を比較分析することにより、日仏の学校数学で作図がどこに生息し、いかなる機能を果たしているか明らかにする。

5.1. 作図問題の抽出

(1) 作図問題の抽出方法

はじめに、作図問題を両国の教科書から抽出する。その方法は、各国において若干異なる。日本の教科書では、「～をかきなさい」という記述がされていても作図問題であつたり、明確に「～をかきなさい」と指示されていなくとも、かく問題であつたりする可能性がある(例えば、「～を調べよう」という問い)。しかしながら、啓林館の教科書では、都合の良いことに、定規・コンパス・分度器が必要な問題には、指定されたマーク(例 ) が付いている。それを参考にして、「ひろげよう」(図形性質を学習する前の問い)「例題」「問い」「練習問題」

「たしかめ問題」「章末問題」の各項目から作図問題とかく問題を抽出する。

一方、フランスの教科書では、作図に関する Tracer と Construire という二つの用語に注目し、それらの語が問題文に用いられている問題を「活動」と「方法」¹⁾の節から抽出する。なお、tracer は日本語で「かく」を意味し、construire は「作図する」を意味する。したがって、日本の教科書の「かく」と「作図する」に対応するよう思えるが、2 章でも述べたように、教科書の問題を見ると、三角定規を用いたり長さを測ったりして図形をかく問題でも、construire (作図する) という記述がみられるため、必ずしも日本の「作図」に対応するわけではない。

(2) プラクセオロジーの概念

抽出された問題を整理するため、ATD の視点からプラクセオロジーの概念、特にそれを構成する一要素を用いる。プラクセオ

ロジーとは、人間の行為の背景となる知が実践的な側面と理論的な側面をモデル化したものである (cf. 宮川, 2011)。実践的な側面として、「タスクタイプ」と「テクニク」、理論的な側面として、「テクノロジー」と「セオリー」がある。それぞれの意味は以下の通りである。

T: 「タスクタイプ」…問いの種類
 τ: 「テクニク」…タスクタイプを解決する方法
 θ: 「テクノロジー」…テクニクの背後にあり、テクニクを説明するもの
 Θ: 「セオリー」…テクノロジーをさらに正当化し、説明するもの

これにより、数多くの作図問題をいくつかの問題のタイプに分類し、整理することができる。また、各タスクタイプの解決方法、つまりテクニクとその背景にある性質(テクノロジー)については、作図の機能を分析する際に見ていく。

(3) 作図問題の抽出結果

日仏の教科書から作図問題を抽出した結果、表 1 のタスクタイプが特定された。なお、日仏とも同学年内で重複しているものは省いた。

この結果から、タスクタイプの現れ方に、日仏でいくつかの違いがみられた。

タスクタイプは学年内で重複を省いているが、フランスの教科書では、重複しているタスクタイプが日本の教科書より多くみられた。つまり、フランスの教科書では、1 つのタスクタイプに対して、いくつかの作図問題が存在していた。例えば、日本の第 2 学年では、「平行四辺形をかく」というタス

表 1 日仏教科書のタスクタイプ (図形の名称のみ)

日本の教科書		フランスの教科書	
第 1 学年		第 6 学年	
三角形	正方形	直線	角の二等分線
垂線	特定の角	垂線	直角三角形
平行線	円の接線	三角形	二等辺三角形
平行移動	おうぎ形	平行線	正三角形
回転移動	3 等分線	対称軸	ひし形
対称移動	最短距離	線対称	正方形
垂直二等分線	角の二等分線	垂直二等分線	長方形
第 2 学年		第 7 学年	
点対称	対頂角	たこ形四角形	外心
多角形	二等辺三角形	点対称	垂心
第 3 学年		平行四辺形	重心
長方形	相似な三角形	円周角	角
拡大図	垂線	ひし形	
平行四辺形	直角三角形	第 8 学年	
縮図	円の接線	直角三角形	円の接線
内分点		外接円	拡大図
		垂線	縮図
		第 9 学年	
		外分点	正方形
		内分点	正六角形
		円周角	

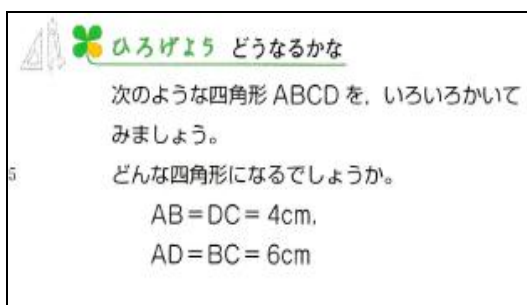


図2 日本 第2学年 平行四辺形をかく
 クタイプを特定した。このタスクタイプに
 対し、図2のような作図問題が1つ存在す
 る。この問題は、四角形 ABCD の対辺が与え
 られており、いろいろな四角形をかいても
 すべて平行四辺形になることを見つけると
 いう問題である。

一方、フランスの第7学年でも、「平行四
 辺形の作図」というタスクタイプがあった。
 ただ、このタスクタイプに対し、作図問題
 が4つ存在する。図3にそのうちの2つの
 作図問題を例として挙げた。これらは、平
 行四辺形の2組の対辺がそれぞれ等しいと
 いう性質を利用した作図と、平行四辺形の
 対角線が中点で交わるという性質を利用し
 た作図である。つまり、この2つの作図問
 題は、タスクタイプは同じだが、テクニッ

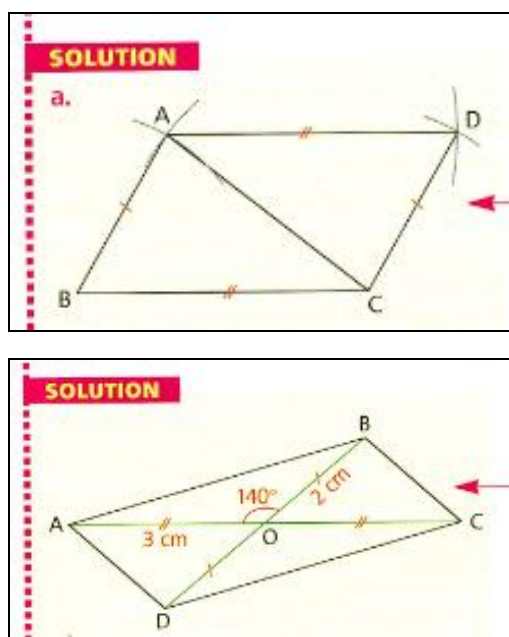


図3 フランス 第7学年 平行四辺形の作図(例)

クとその背景となるテクノロジーが異なる
 のである。また、2つの問題とも長さや角
 度が与えられ、平行四辺形が一意に決まる
 場合の作図であった。

フランスでは、さらに、第6学年にみら
 れたタスクタイプが、第7, 8, 9学年に再
 び同じタスクタイプをもつものもあった。
 これらのことから、フランスの教科書では、
 同じタスクタイプでも、テクニックやテク
 ノロジーの異なる作図が、学年、または学
 年を跨いで生息することがわかった。

5.2. 教科書分析の結果と考察

以下では、6つの基準となる作図の機能
 を用いて、日仏の教科書に見られるそれぞ
 れの学校数学における作図の生態の詳細な
 分析結果と考察を示す。その際、日仏教科
 書における作図の生態の相違、それらの生
 態を生じさせている条件と制約、分析ツール
 の妥当性と有効性という3つの視点で結
 果と考察をまとめる。最初の2つの視点は
 筆者の修士論文の主たる問いに対する回答
 であり、3つ目の視点は、今回、第3章で
 特定した6つの機能が、作図の機能を特定
 するための分析ツールとして妥当か否かを検
 討するものである。

日仏教科書における作図の生態の相違

(1) フランスの教科書では、日本よりも、
 作図問題が全学年を通して多く扱われてい
 た。そして、授業での利用が想定されてい
 る「活動」と呼ばれるフランスの教科書の
 節では、一つの問題が複数の問いから作ら
 れており、作図問題はその一部の問いとい
 う位置づけであった。そのため、作図され
 た図は、その後の問いで必要となるもので
 あった。つまり、②の作図が図形の図的表
 現を与えるという機能がしばしば見られた。
 例えば、図4はフランス第7学年の垂心を
 作図する問題である。これは、「a. 三角形
 を作図する」「b. 作図した三角形の2つの
 頂点から対辺に垂線を作図する」「c. 残り

の頂点からの垂線について推測する」という3つの問いから構成されている。したがって、設問 a, b での作図が図形の図的表現を与え、設問 c では、その図的表現を用いて図形性質を推測するようになっている。

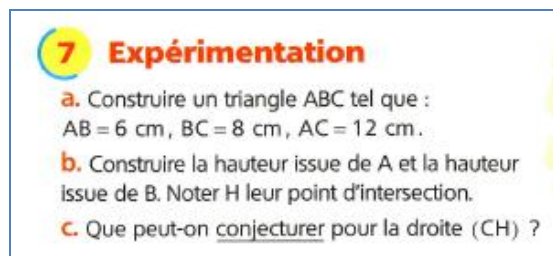


図4 フランス第7学年 垂心の作図

一方、日本においては、作図問題が演習問題で多くみられ、複数の問いではなく1つの問いから作られていることが多かった。そのため、作図することが問題となっており、③の問題としての機能がみられる一方で、②の図的表現を与える機能は、フランスよりは少なかった。例えば、図5は日本の第1学年の円の接線を作図する問題である。これは、1つの問いから作られており、「～を作図しなさい」と記述があるように、作図することが問題となっている。

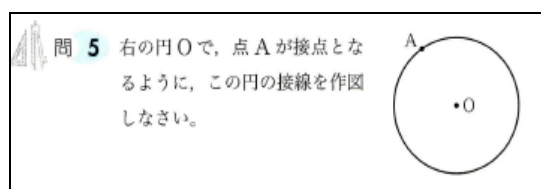


図5 日本 第1学年 円の接線

(2) 作図問題は、多くの場合、④の図形性質の確認という機能をもつ。なぜならば作図の手続きの中に作図される図形の決定条件が潜んでおり、作図によりその条件を確認できるからである。フランスでは、多くの作図問題が扱われるため、その分多くの図形性質が作図によって確認されている。例えば、図3の平行四辺形の2本の対角線とそれらがなす角度を用いた決定条件は、日本の教科書では見られないものであろう。また、作図問題が多く扱われることは、

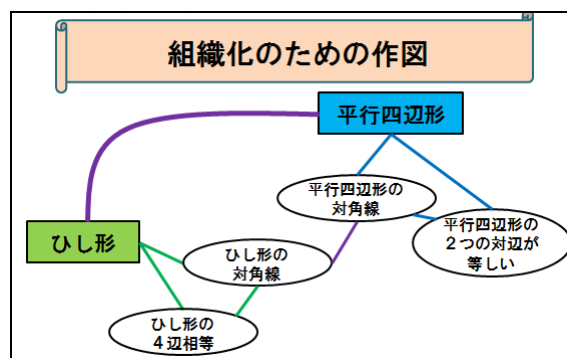


図6 フランスの教科書 組織化の例

⑥の組織化の機能についても日仏の相違を生じさせる。つまり、作図問題の数が多いため、作図によって互に関連づけられる図形や図形性質が多くなるのである。さらにフランスでは、異学年にテクニックが異なる同じタスクタイプが存在した。このことは、複数の学年を通して組織化がなされていることを意味する。図6は、作図によってひし形と平行四辺形の図形性質が組織化されている1つの例である。ひし形の作図は、第6学年と第7学年で扱われていた(Malaval, et al., 2006-2009)。第6学年では、四つの辺の長さが等しい性質を用いて作図する活動が与えられ、第7学年では、二本の対角線が中点で垂直に交わるという性質を用いて、再びひし形を作図する活動が与えられている。作図の問題は同じだが作図の方法と利用する性質が異なるのである。つまり、作図によって、ひし形と、4辺の長さが等しいこと、および対角線が中点で垂直に交わるという二つの性質が学年を跨いで結びつけられているのである。

作図の生態における条件と制約

上で示したような日仏における作図の生態は、いかにして作り上げられているのだろうか。それらを作り出す条件と制約についての考察結果を以下にまとめる。

(1) まず、一般の数学における作図から日仏の学校数学における作図への転置の際に生じる、条件と制約を検討した。日本の

作図には、コンパスと定規のみを使うという道具の制限がある。これは、ユークリッド原論に見られる作図の制限と一致する。日本の学校数学の幾何領域が、ユークリッド原論にみられる幾何学体系の影響を強く受けていることは、ほぼ明らかである。このことは、ユークリッドの幾何学が、一つの制約となって、道具をコンパスと定規に限定した作図という生態を作り出し、さらに、日本の教科書における「かく」と「作図」という2種類の活動の区別を生じさせていると考える。一方、フランスの作図では、日本の作図のような道具の制限は特に見られず、様々な作図の道具を使う広い意味での「作図」が教科書に見られる。このような作図の生態は、ユークリッドの幾何学の制約が、わが国よりも弱いことが理由の一つになっているのであろう。

(2) 学習指導要領から教科書への転置という視点からすると、日本では、教科書検定が教科書を作成する際の大枠としての制約となっている。一方、フランスでは、多くの教科書が国立カリキュラムに準拠してはいるが、教科書検定がないため、この転置の過程の制約は日本とは異なる。この制約の相違は、それぞれの国の学校数学における作図の生態にいかなる影響を与えているのであろうか。第一に、日本の教科書は検定のため、教科書会社に応じて、教科書の内容が大きく異なるということはなく（もちろん違いがないわけではないが）、扱われる作図問題も教科書によって大きく異なることはない。一方、フランスでは、各教科書会社が、創意工夫して教科書を作成しているため、扱われる作図問題、特に問題の文脈は大きく異なる。この転置の過程

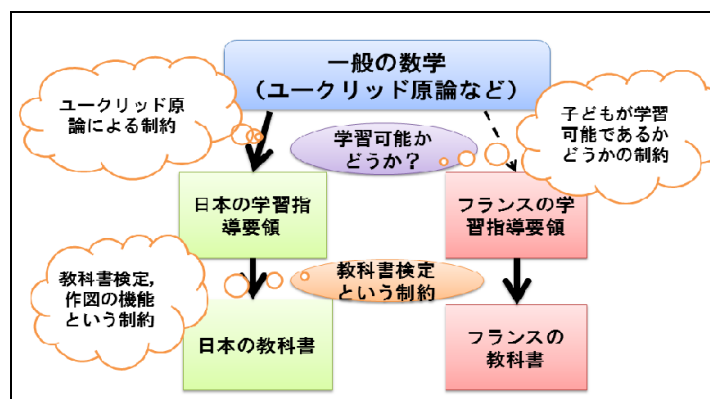


図7 転置の際に生じる条件と制約

をさらに細かくみていけば、学習指導要領から教科書への転置の過程において、作図の機能として考慮されているものに相違があるように思える。例えば、日本では、図形性質の確認、もしくは図形性質の組織化といった役割が作図に割り当てられていないようである。実際、学習指導要領解説等でこれらの機能についての記述はみられない。つまり、作図の機能に対する認識が、この転置の過程での、制約の一つとなっていると考えられる。

(3) 子どもの学習という視点からすると、教科書の学習内容の設定においては、子どもにとって学習可能でなければならないという制約が存在する。この制約は、多くの場合、学校数学を一般の数学と一致させるという制約と相反するものである。それゆえ、この両者の制約のバランスの中で、作図の生態が決定されているといえよう。例えば日本では、ユークリッドの幾何学にある程度沿った幾何学を学校数学に取り入れようとする。しかし、ユークリッド原論にみられるような幾何学がすべて子どもたちにとって学習可能であるかといえ、そうではない。そのため、ユークリッドの幾何学を何かしらの形で簡約化したものが学校数学で扱われる。その結果、コンパスと定規だけでは作図が難しいものについては（例えば、決定条件を用いた三角形の作図）、

「かく」という活動が用意されていると考えられる。この 2 つの制約のバランスについては、フランスの場合も同様の制約がある。ただ、そのバランスの取り方は各国によって異なるであろう。フランスは第 6 学年から 4 年間で前期中等学校であるため、考慮に入れられる子どもの学習可能性も、日本とはやや異なる。

分析ツールとしての「基準となる 6 つの作図の機能」

最後に、6 つの作図の機能の妥当性、有効性について考察する。教科書における作図の機能についての分析を進めていく過程で、以下の 2 つのことが、分析ツールに関する問題として明らかになった。

(1) 第一に、機能に応じて分析する対象が異なり、いくつかの機能については詳細に分析できなかったことである。作図問題を分析する際、①の図形構成と③の問題としての作図、④の図形性質の確認を検討する際には、「～を作図しなさい」という問いそのものを検討し、それらの機能を果たしているか判断した。しかし、②の図形の図的表現の機能と⑤の命題として作図の機能については、「～を作図しなさい」という一つの問いを検討しても、その機能を果たしているかどうか不明であった。図的表現の場合であれば、かかれた図がそれ以降の問いで使われているか否か判断する必要がある。命題としての作図の場合であれば、その作図が他の証明問題等において使われているか検討する必要がある。したがって、④の図形性質の確認では、作図する問題の作図方法を、⑤の命題としての機能では、作図問題だけでなく証明問題を、組織化としての機能では、様々な図形や図形の性質とのつながりを示すため、平面幾何の学習内容を全体的に検討する必要がある。このことは、分析の困難性の一つであった。実際、組織化としてすべてのつながりを明

らかにすることは、分析の対象が膨大になり現実的でない。それゆえ、一部の領域の分析しか詳細にできなかった。

(2) 第二に、①の図形の構成の機能と③の問題としての作図は、分析ツールとしての機能を十分果たしていなかったことである。その理由は、①がすべての作図問題が備えるものと判断されてしまい、その結果、日仏の違いを特定することができなかったからである。①の機能については、より細かく分析する基準を設ける必要があった。分析の後に考えられたものは、例えば、問題で作図すべき図形が仮定されているか否かを 1 つの基準とすることである。実際、図 8 のように角や辺が与えられている三角形を作図する場合、すでに問題文によって三角形が仮定されているため、図的表現を与えており、図形を構成するとはいい難い。

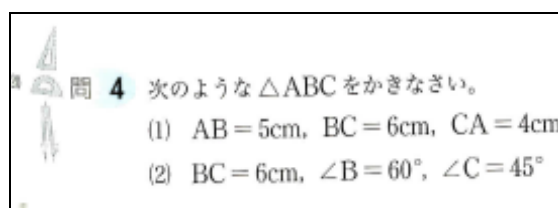


図 8 日本 第 1 学年 三角形をかく問題

一方、日本の中学校第 1 学年で扱われる垂直二等分線を作図する場合、問題文によって垂直二等分線という図形は仮定されていない。そのため、作図によってそれまでに存在していなかった図形を、いくつかの図形性質を用いて構成していると捉えられる。

また、③の問題としての作図という機能は、作図が本来もちうる機能であると考えられる。そもそも、作図問題を抽出しているため、作図が問題としての機能を持たない作図問題は存在しない。そうであれば、これを基準となる作図の機能として考慮に入れるべき理由が明確にはない。さらなる検討が必要である。

6. 今後の課題

本研究では、日仏教科書の比較分析を通して、それぞれの国における作図の生態を明らかにすることが目的であった。その結果、日仏の教科書における作図の生息する場所・位置づけと作図の機能の仕方における違い、つまり作図の異なった生態を示せたのではないかと考える。

今後の課題は、主に二つある。一つは、今回特定した作図の生態を作り出している環境の条件と制約をより詳細に明らかにすることである。もう一つは、今回の検討が、あくまでも教科書に見られる‘教えるべき数学’における作図の生態についてのものであったため、実際の授業で作図がいかに機能し、生徒らが作図をいかなるものと捉えているか、さらなる資料やデータを用いて検討することである。

註

- 1) 分析を行った教科書は、ひとつの章(Chapitre)が、「はじめに (Ouverture)」, 「活動 (Activites)」, 「講義 (Cours)」, 「方法 (Savoir-faire)」, 「演習 (Exercices)」の節で構成されている。「はじめに」は、参考資料・クイズ・既習事項の確認であり、「活動」は学習する概念を予見もしくは発見できるような問いが集まっており、いずれも授業で用いられることが想定されている。一方、「講義」は学習する定義や性質の解説であり、「方法」には問題の解き方が示されている。これらは自習用である。そして、「演習」は練習問題である。

引用・参考文献

- 磯田正美 (2009). 「曲線の事典」. 共立出版.
岡本和夫 他 (2012) 「未来へひろがる数学 1～3: 平成 24 年度用」. 啓林館.
中村幸四郎 (1996). 「ユークリッド原論」.

共立出版

- 宮川健 (2010) 「フランス前期中等教育における証明の生態～平面幾何領域における教科書分析から～」. 第 43 回数学教育論文発表会論文集, 295-300.
宮川健 (2011a) . 「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格 ～わが国における「学」としての数学教育研究をめざして～」, 日本数学教育学会誌『数学教育学論究』, 12-24
宮川健 (2011b) . 「フランス前期中等学校数学における証明の生態(2)～国定カリキュラムの分析から～」. 第 44 回数学教育論文発表会論文集, 801-806.
文部科学省 (2008) . 中学校学習指導要領
文部科学省 (2008) . 中学校学習指導要領解説. 数学編. 教育出版.
Bosch, M. & Gascon, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin*, No. 58, 51-65.
Chevallard, Y. (1994). Les processus de transposition didactique et leur theorisation In *La transposition didactique a l' épreuve* (PP.135-180) .Grenoble : La Pensée Sauvage.
Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 19, No. 2, 221-266.
Chevallard Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. In M. Bosch (Ed.) *Proc. of the CERME 4* (pp. 22-30). Barcelona: Universitat Ramon Llull.
Fischbein E.(1993). The Theory of Fig-ural Concepts, *Educational studies in Mathematics*, 24, 139-162.
Malaval, J. et al. (2006-2009) .*Transmath*, 6^e-3^e. France: Nathan.