

三角法と対数の教材に関する史的考察

伊達文治
上越教育大学

1. はじめに

本研究は, 日本の数学教育が形をなす時代の数学および数学教育の様態を, 中等教育の数学内容に関わる西洋数学受容に焦点を当てて, 明らかにしようとする取組の一環である。本稿は, 解析基礎分野における西洋数学受容として「三角法」と「対数」の受容を主な対象とし, これらについて考察していく。「三角法」と「対数」の起源と発展について, その概要を押さえ, 幕末において, それまでの和算には直接は見られなかった西洋数学の内容である「三角法」や「対数」等その一部が, どのようにして狭義の和算の中に取り入れられていったかについて述べる。日本にもたらされた「三角法」と「対数」という解析基礎分野の西洋数学は, 和算の中でどのような発展を遂げたのか, 「三角法」と「対数」それぞれについてその概要をみていく。その上で, 明治の中頃に「受容」された「三角法」と「対数」について, その概要を当時の関連する代表的な中等教育教科書等を基に明らかにしていく。さらに, 「三角比」と「対数」を学ぶ意義に関わる「表」の扱いに着目して, 学校数学の今日的問題にも迫っていきたいと考える。

2. 「三角法」と「対数」の起源と発展

本稿で対象にする「三角法」と「対数」の起源と発展について, その概要を押さえておきたい。

まず, 「三角法」の起源と発展について述べる。片野(1995)によると, 正弦などは現在では三角比として直角三角形の辺の比と角の関係として導入されているが, 正弦は始め, 文字通り弦の長さであって比ではなかった。弦の表はギリシアで天文学の補助学として作られたものであって, 古代の数学では詳しい弦の表を作製すること, 弦の表を利用して行う測量, 特に天体測量は重要な課題の一つであった。加法定理等の三角法の基本公式は, 全て弦の表を作製するための手段として考え出されたものであるということが出来る。ギリシアの三角法(弦の表)はインド, アラビアを経由してヨーロッパへ伝えられたが, 天文観測に利用するための弦の表という考えは, 15世紀頃までは変わらなかった。円の弦による正弦の定義を直角三角形の辺の比として定義したのはドイツのラエティクス(1514-1576)であり, さらに $\sin x$ を x の関数として三角法を解析学の一分科として取り扱うようになるのは18世紀のオイラー以後のことである。現在の高校「数学I」での三角比は, 図形的な取り扱いであるから, 16世紀頃までの段階であると言える(片野, 1995, pp. 50-51)。

次に, 「対数」の起源と発展について述べる。対数は, ジョン・ネイピア(1550-1617)によって発見された。ネイピアは数学研究の上で, 算術と代数と三角法とを単純化し, 系統化し

ようとする試みを続けていた。ネイピアの対数は、長い間の考察の結果、生まれた。現在の高校では、

「 $a^p=M$ のとき、 p を a を底とする対数という」と説明するが、ネイピアの時代には、今日の指数記号はまだ流行していなかった。ネイピアは、指数を用いる以前に、対数を構成した。

(対数が指数記号から自然に流れ出ることは、かなり後になって、オイラーによって認められた。) また、ネイピアの体系では、「底」も決定されていなかった。「底」の概念は、ネイピア自身が暗示すら持っていなかったばかりではなく、多少の変形を加えなければ、彼の体系には実際適用しにくいものであった。

『復刻版 カジオリ 初等数学史』(1997)によると、ネイピアの発明は、1614年に、『おどろくべき対数規則の記述』(Mirifici logarithmorum canonis descriptio)と名付ける著述によって世界に紹介された。この書においてネイピアは、対数の性質を明らかにし、1分おきの、1象限における自然正弦の対数表を示した。ネイピアは、1から始まる連続した整数の対数を計算しないで、正弦の対数を求めている(小倉訳, 1997, pp. 119-120)。このことから、ネイピアの目的は、三角法の計算を簡単にするのであったことが伺える。

片野(1995)は次のように述べている。16世紀の後半になると西欧各国は海外貿易に力を入れるようになり、そのためには天文観測に基づく正しい航路の決定が必要になってきた。この計算には球面三角法に関連して三角関数の計算など多くの精密計算が要求された。対数はこの三角関数の計算を能率的に行う方法として考え出された。1582年頃デンマークの天文学者ティコ・ブラーエ(1546-1601)は弟子と協力して、正弦の乗法計算を加減計算に転化する方法を発見した。余弦の加法定理から得られる公式

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(90^\circ - \alpha + \beta) - \sin(90^\circ - \alpha - \beta) \}$$

を利用する方法である。この計算の発想が1590年頃、ティコ・ブラーエのスコットランドの友人を通してネイピアに伝えられ、ネイピアはこれからヒントを得て対数の基本構想を思い付いたという(片野, 1995, p. 119)。

このように、「三角法」は古代に、「対数」は17世紀初めに、共に西洋において起源を発する、西洋において発展した、解析基礎分野の西洋数学である。「三角法」と「対数」が日本にもたらされるのは、18世紀初め頃であり、「三角法」と「対数」という解析基礎分野の西洋数学は、それまでの日本の数学(和算)には無かったものである。「三角法」と「対数」という解析基礎分野の西洋数学は、どのようにして日本にもたらされたのか、次に述べる。

3. 西洋数学の「輸入」・「導入」

幕末において、西洋数学の「輸入」が本格的になった。「輸入」はその後も明治中期に至るまで続いていき、「輸入」(及び「伝習」)された西洋数学は、和算との関係を持ちながらも、次第に和算を排斥していく方向で、日本の数学研究と数学教育の中に「導入」されていった。幕末における西洋数学の「輸入」・「導入」は、まず、算術および初等代数学の初歩に関わる内容について行われた。算術および初等代数学の初歩の内容は殆どが、既に和算の中にあつたものであり、その内容をアラビア数字とそれによる十進位取り記数法によって置き換えることができた。すなわち、比較的容易に、和算の点竄を西洋の代数表現に変換することができた。このようにして、筆算のような代数的表現は形式的に「導入」することができたと考えられる。

幕末においては、それまでの和算には直接は見られなかった西洋数学の内容である「三角法」や「対数」等その一部は、航海術や暦術の研究を目的として、西洋数学輸入の2つの道(中国からの道・西洋からの道)を通して、狭義の和算の中に取り入れられていた。

このようにして日本にもたらされた「三角法」と「対数」という解析基礎分野の西洋数学は、和算の中でどのような発展を遂げたのか。まず、「三角法」についてその概要を、次にみていきたい。

4. 「三角法」の「輸入」・「導入」と和算での発展

片野(1995)によると、正弦、余弦、正接などの用語は西洋数学の中国語訳で使われたものである。明末の1629年頃、改暦のため西洋の天文書が漢訳されて『崇禎曆書』が編集された。この中の『測量全義』(1631)の附録に「割円句股八線表」がある。八線とは、正弦(sine)、余弦(cosine)、正切線(tangent)、余切線(cotangent)、正割線(secant)、余割線(cosecant)、正矢(vers)、余矢(covers)である。現在は、「三角比」と呼ばれ、直角三角形の辺の比で定義されているが、ここでの正弦、余弦などは比ではなく全て線分である(片野, 1995, p. 67)。

和算における三角函数表の起源は、建部賢弘(1664-1739)の業績まで遡る。建部は晩年、改暦を主唱した吉宗に仕え、暦術の研究に迫られ、享保年間(1716-1735)を通してその研究に励んだ。平山(2007)は、次のように述べている。

「賢弘の功績中、第1に挙ぐべきは、三角函数表のうち正弦、正矢の1度ごとの11桁の真数表を作ったことである。これが賢弘の計算であることは、当時11桁の函数表は世界中どこにもなかったこと、享保12年舶載した崇禎曆書中の割円八線表は5桁の表にすぎなかったことによって明らかである。賢弘の表は11桁であったが、1度ごとの粗っぽい表であった。その後すぐに割円八線表の輸入があったため、精密に計算されなかったことは残念である。賢弘はこの三角函数表を計算するために、三

角法の公式を一通り作り上げた(今日のよ
うな記号ではないが)。(平山, 2007, p. 69)

さらに、平山(2007)は、三角函数表の精密化に貢献した松永良弼(1692?-1744)の著わした『割円十分標』(1736)について、次のように述べている。

「賢弘はこの三角函数表を計算したが、1度ごとの粗っぽいものであった。これを精密にしたものが『割円十分標』で元文元年(1736)に完成した。

(略)

まず円周を360等分して1度とした。この1度を100等分して1分としている。良弼は10分ごとの矢と半弦の11桁の真数表を計算しているのである。8桁の部分は表差になっている。

1象限を90等分し、それを100等分した100進法の函数表は世界のどこにもない。中国から伝わった暦術では1日を1万等分して計算することになっていた。このために100進法の表が必要になったのである。いまから顧れば、当時世界一の精密な表であった。」(平山, 2007, p. 77)

平山(2007)は、三角函数表の出版については次のように述べている。

「わが国では天文観測の必要上、周天を360等分して1度とし、1度を100等分して1分とし、1分を100等分して1秒とする特殊の三角函数表の計算されたことは前に述べたが、これらの三角函数表は1つも出版にならなかった。はじめて出版された完全な三角函数表は、

安政4年(1857)、『割円表源名八線表』、奥村吉当閱、森正門編輯である。今日と全く同じで、1分飛びの7桁の表である。この表は中国に輸入され

た西洋の三角表に依ったものである。『源名八線表』とあるは中国の呼び名である。またこの表は漢数字を横書きにしてあるのも、中国の表のままである。」(平山, 2007, p. 222)

上にみてきたように、18世紀初め頃、中国から日本にもたらされた三角函数表は、和算において独自に作成されたり、改良を加えられたりしていった。

次に、「対数」が、和算の中でどのような発展を遂げたのか、その概要をみていきたい。

5. 「対数」の「輸入」・「導入」と和算での発展

わが国で西洋流の航海術が行われるようになったのは、寛政(1789-1800)の頃からであるが、その少し前18世紀半ばには、そのために対数表の必要が起こっていた。その頃、対数表が中国を通して西洋のものが輸入され、また直接にもオランダの航海表を手にすることができたようである。

『明治前 日本数学史 第四巻』(1959)によると、西洋で発見された対数表がわが国に入った経路には二つある。一つは『数理精蘊』(1723)に拠るもので、もう一つは本田利明(1743-1820)がオランダ書によって導入したものである。『数理精蘊』は清の時代に帝が西洋数学を編纂させたものであるが、同書に用いられている対数、真数、假数などの用語が安島直円(1739-1798)の著『真假数表』(1784)に見られることから、遅くとも1780年頃にはわが国に輸入されていたとみられる(日本学士院日本科学史刊行会, 1959, p. 38)。

平山(2007)は、次のように述べている。

「それらの対数表は桁数が短くて、開平、開立または何乗根かに開く場合には役に立たないときがある。これがため安島は一種の対数表を考案した。

(略)

ここに直円の対数表のはじめと終わりを掲げたが、真数は今日と同じであるが、対数を配数と称した。今日とは反対に配数がちよほどの数になるような真数を計算して表とした。かかる配数180個の14桁の真数を計算しておけば、普通の14桁の対数表と同じ役目を果たす。

これを私は安島の対数表と呼ぶが、近年になって西洋でこれと同じ考えの対数表を出版した人がある。わずかの紙数の対数表で精密な計算ができるものである。これを計算するには複雑ものであるが、私は安島の対数表を西洋の計算と比較してみたが、1つの誤りもなかった。」(平山, 2007, pp. 96-97)

日本学士院日本科学史刊行会(1959)『明治前 日本数学史 第四巻』(p. 39)によると、会田安明(1747-1817)は『対数表起源』(1807年以前)を著し、2を基底とする対数表を作り、これを $\log_2 10$ で割って、10を基底とする対数表に直したとある。

この会田安明の『対数表起源』に述べられた方法について、『東洋数学史への招待—藤原松三郎数学史論文集—』(2007)には、次のような記載がある。

「彼は先づ、2を基底とすれば $2, 4=2^2, 8=2^3, 16=2^4, \dots$ の対数は $1, 2, 3, 4, \dots$ なることと、二数の積及び商の対数は二数の対数の和及び差であるという原則から出発して、漸次素数 $3, 5, 7$ 等々の対数を求めるのである。」(藤原松三郎先生数学史論文刊行会編, 2007, たて書き p. 101)

そして、 a の対数を求めるのに、これに収

束する数列 $a_0, a_1, a_2, a_4, \dots$ を定めていき、所要の桁数だけ計算した、と記されている。この会田の方法について、横塚(2011)は次のように例示している。

「具体的には $\log_2 2 = 1$, $\log_2 4 = 2$, $2 < 3 < 4$ であるから、 $\log_2 3$ の近似値を上記の相加相乗平均のアルゴリズムを用いて求めることができる。まず、真数の相加平均を求めると、

$$\frac{1+2}{2} = 1.5$$

となる。その真数の相乗平均を求めると、

$$\sqrt{2 \times 4} = 2.8284271247$$

となり、(2)式より、

$$\log_2 \sqrt{2 \times 4} = \log_2 2.8284271247 = 1.5$$

となる。次に、 $2.8284271247 < 3 < 4$ であることから、相加相乗平均のアルゴリズムを同様にあてはめ、以下全部で 10 回同様の計算を繰り返して、

$$\log_2 3 = 1.584961$$

と小数第 6 位まで求めている。」(横塚, 2011, p. 223)

このようにして、会田は、2 を基底とする対数表を作り、さらに $\frac{\log_2 3}{\log_2 10} = \log_{10} 3$ の

ような対数の性質を使って、10 を基底とする対数表を作成したと考えられる。

次に、西洋書からの輸入、すなわち本田利明(1743-1820)がオランダ書によって導入したものをみていきたい。『明治前 日本数学史 第四巻』(1959)によると、1799 年には、本田利明がオランダの航海書を翻訳して『大測表 5 巻』を著わしたとある。このオランダ書は、内田五観の言によると、Douwes の航海書の 17 世紀のバージョンのようである。その第 1 巻は 1 分毎の 7 桁の八線表、第 2 巻は 1 分毎の 7 桁八

線対数表、第 3 巻は 10010 以下の自然数の 7 桁対数表である。第 4 巻はこれらの表の用法である。第 5 巻は利明の門弟坂部廣胖(1759-1824)校となっている。廣胖の『算法点竄指南録』(1815)巻 12 には、「対数表或は假数表ともいふ、蘭名ロガリチムと云」とあり、300 までの自然数の対数表を掲げている。刊本に対数の記載があるのはこれが最初である(日本学士院日本科学史刊行会, 1959)。

幕末に出版された刊本(印刷された対数表で写本は除く)は次の 5 種類である(平山, 2007, pp. 221-222)。

刊行 年	著者等	書名	内容等
1815 頃	坂部廣胖 著	『算法点 竄指南録』	1~300 の 7 桁対数表
1844	小出修喜 著, 福田 泉訂	『算法対 数表』	1 ~ 10,000 の 7 桁対数 表
1856	内藤真矩 著	『新撰 査 表算』	1~1000 の 5 桁対数表(使 用法の詳し い説明があ る)
1857	恵川景之 編, 山中 信古校	『算法捷 徑 新製乗 除対数表』	1 ~ 10,000 の 6 桁対数 表
(不 明)	(不明)	『函府官 板 数率六 線率表』	(5 桁対数 表)

日本学士院日本科学史刊行会(1959)『明治前 日本数学史 第四巻』(p. 39)によると、恵川景之(1857)『算法捷徑 新製乗除対数表』は、Pilaar の航海書(Jan Carel Pilaar, *Stuurmanskunst*, 1831)に拠ったものである。

上にみてきたように、18 世紀初め頃、中国から日本にもたらされた対数表も、三角函数

表と同様,和算において独自に作成されたり,改良を加えられたりしていった。

6. 「対数」を用いる「三角法」の受容

「受容」された「三角法」はどのような内容か,その概要を『初等平面三角法教科書』(菊池・澤田, 1893)の目次でみてみよう。

目 録	
第一編. 角ヲ計ルコト	第十編. 対数
第二編. 三角函数	第十一編. 対数及三角表ノ用キ方
第三編. 30°, 45°, 60°, 等ノ三角函数	第十二編. 三角形ノ角及辺ノ関係
第四編. 任意ノ角	第十三編. 三角形ノ解
第五編. 餘角, 補角, 等ノ三角函数ノ関係	第十四編. 距離及ビ高キ
第六編. ニツノ角ノ三角函数	第十五編. 三角形ノ面積, 外接円, 内接円, 等
第七編. 倍角ノ三角函数, 等	附録. 測量術ノ大意
第八編. 三角方程式	問題ノ答
第九編. 分角	表

(表は,「数の対数表 (5桁)」,「三角函数の対数表 (5桁)」,「三角函数表 (4桁)」の3種が載せられている。)

この『初等平面三角法教科書』(1893)では,三角函数(三角比)として,正弦,餘弦,正切,餘切,正割,餘割の6つを挙げている。これらは,和算のような弦の長さとしてではなく,例えば,正弦は(垂線/斜辺),餘弦は

(底辺/斜辺)というような,二辺の長さの比の値として定義されている。第一編から第三編までの内容展開は,現在の高校「数学Ⅰ」の「三角比」での扱いとほぼ同様のものであり,第四編から第九編までの内容展開は,「数学Ⅱ」の「三角関数」での扱いとほぼ同様のものである。第十編からの内容展開が,主には対数を用いるという点で,現在の高校数学の扱いと異なっている。

先にみたように,対数は三角函数との関係から生まれた。『初等平面三角法教科書』(1893)では,三角函数の内容展開において対数がどのように扱われていたかに焦点を当て,その書の記述から次に少し詳しくみていく。

「第十編. 対数」において,対数を用いる利益は,次の3つの条件に基づいているとしている。

I. 積の対数はその因数の対数の和に等しい。

$$\log_a mn = \log_a m + \log_a n$$

II. 商の対数は被除数の対数より除数の対数を減じた差に等しい。

$$\log_a \frac{m}{n} = \log_a m - \log_a n$$

III. 1つの冪の対数はその数の対数と指数の積に等しい。

$$\log_a m^k = k \cdot \log_a m$$

「第十一編. 対数及び三角表の用い方」では,例題を挙げながら,対数及び三角表の用い方を次のように説明している。

「比例部分ノ規則ハ角ト其ノ三角函数ノ場合ニモ適用ス可ク,故ニ又角ト其ノ三角函数ノ対数ノ場合ニモ適用ス可キモノトス。

正弦及餘弦ハ常ニ1ヨリ小ナリ,又0°乃

至 45° ノ角ノ正切, 及 45° 乃至 90° ノ角ノ餘切モ 1 ヨリ小ナリ. 故ニ此等ノ対数ノ指標ハ負ナリ.

表中ニ負数ガ混スルハ不便ナリ. 之ヲ避ケンガ為メニ三角函数ノ対数ニ盡ク 10 ヲ加ヘテ記セリ. (但シ, 正数ノ対数ニハ 10 ヲ加ヘザル表アリ; 卷末ノ表即然リ.) (略) 若シ-10 ヲ付記セザルトキハ區別スル為メ $\log \sin$ ト記ス代リニ $L \sin$ ト記ス; 例題 4 ヲ見ヨ.)

例題 1. $\sin 34^\circ 43'$ ヲ求ム. (略)

例題 2. $\log \cos 48^\circ 16' 52''$ ヲ求ム. (略)

例題 3. 正弦ノ対数ガ $9.50102-10$ ナル角ヲ求ム. (略)

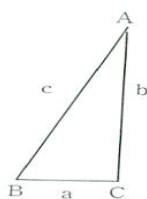
例題 4.
$$\left. \begin{aligned} L \cot 52^\circ 44' &= 9.8813144 \\ L \cot 52^\circ 45' &= 9.8810522 \end{aligned} \right\} \text{ヲ}$$

与エ餘切ノ対数ガ $\bar{1}.8812339$ ナル角ヲ求ム.

(以下略) (菊池・澤田, 1893, pp. 130-133)

上のような例題を示した後に, 対数の応用として次のような例題を掲げている.

「例題 1. 直角三角形 (右図) ニ於テニッノ辺ハ 864.1 尺及 1579.2 尺ナリ. ニッノ鋭角及斜辺ヲ求ム.



a, b, c ヲ夫々角

A, B, C ノ対辺ノ長ヲトセヨ. 然ルトキハ,

$$a = 864 \cdot 1 \text{ 尺}, \quad b = 1579 \cdot 2 \text{ 尺}, \quad \tan A = \frac{a}{b}$$

$$\begin{aligned} \log \tan A &= \log \frac{a}{b} = \log a - \log b \\ &= \log 864 \cdot 1 - \log 1579 \cdot 2. \end{aligned}$$

表ヨリ $\log 864 \cdot 1 = 2 \cdot 93656$

又 $\log 1579 \cdot 2 = \underline{3 \cdot 19844}$

$$\therefore \log \tan A = 9.73812 - 10.$$

故ニ表ヨリ $A = 28^\circ 41' 10''$;

$$\therefore B = 90^\circ - A = 61^\circ 18' 50''.$$

$a^2 + b^2$ ノ平方根ヲ取レハ是レ即 c ナリ. 然レドモ次ノ如ク対数ヲ利用シテ c

ヲ見出スコトヲ得: $\frac{a}{c} = \sin A$,

$$\begin{aligned} \log c &= \log a - \log \sin A \\ &= \log 864 \cdot 1 - \log \sin 28^\circ 41' 10''. \end{aligned}$$

表ヨリ $\log 864 \cdot 1 = 2 \cdot 93656$

表ヨリ $\log \sin 28^\circ 41' 10'' = \underline{9 \cdot 68125 - 10}$

$$\therefore \log c = 3 \cdot 25531.$$

故ニ表ヨリ $c = 1800 \cdot 2$

即斜辺ハ $1800 \cdot 2$ 尺ナリ. (菊池・澤田, 1893, pp. 134-136)

以上が「第十一編. 対数及び三角表の使い方」における例題による説明の一部である.

「三角法」の数値計算を簡便にするために, 対数及び表が用いられている. 第十二編以降は, この対数及び表を用いた「三角法」の展開がなされている.

上で述べた『初等平面三角法教科書』の出版は明治 26 年 (1893) であるが, それ以前の三角法教科書について, 松原 (1985) は次のように述べている. 明治 10 年代までに出版された三角法の教科書は極少ない. 尾崎正求の『代数三千題』(明治 16 年 (1883)) の巻の下に, 平面幾何学と共に平面三角術が載っているが, その内容は簡単なものである. 三角比が「八線之図」を使って説明され, 直三角形比例式において, (高さ/斜辺) = $\sin A$ などの定義もしている. 田中矢徳の『平三角教科書』(明治 19 年 (1886)) は, トドハンターの Trigonometry for Beginner を田中矢徳が訳したもので, 原著の第 6 篇はチャンブルの対数表の用法 (7 桁の表) を論じ, 第 7 篇「直角三角形解法」以降, 対数及び表を用いた「三角法」の展開がなされているとみられる. 神

保長政の『三角術』(明治6年(1873))は、巻之一、巻之二で八線学を説き、巻之三で三角形の解法、巻之四で測量などへの応用を説いている。巻之二には「真数」や「仮数」の用語がみられるから、計算に對数を使っていることが知られる(松原, 1985, pp. 442-454)。

もう少し時間を遡って、1856年に福田理軒の著した『測量集成』をみると、そこには八線表及び八線對数表が載せられており、先に示した『初等平面三角法教科書』「第十一編. 對数及び三角法の用い方」と同様の三角法の表(八線表, 八線對数表)を用いる展開が、代数記号無しに和算の言葉で記述されている。

「對数」を用いる「三角法」がどのように「受容」されたかについての概略は次のようになる。

比較的早く明治初頭には、算術および初等代数学の初歩において和算の表現が洋算の表現に「変換」されたのと同様に、「對数」を含む「三角法」においても和算の表現が西洋数学の表現に「変換」されていった。和算の「八線表」や「八線對数表」は西洋数学の「三角函数表」や「三角函数の對数表」として、表の内容はほぼそのままに引き継がれ和算から西洋数学へと移行した。

さらに、「三角法」や「對数」に関する西洋数学書も多く「翻訳」されていくようになった。「翻訳」の際に用いられた西洋数学の術語には、和算の言葉、中国訳の言葉、新訳語などがあり、明治初期には、数学の術語は不統一を極めていた。明治10年(1877)代には、数學術語統一の動きが起こった。東京数学会社訳語会の活動を中心とした数学の術語を統一する活動と翻訳書整備の進行とが相俟って、和算には無かった西洋数学の内容においても「輸入」・「導入」がされていった。

明治20年(1887)頃には、翻訳書が充実していき、教科書も整備されていった。そのような過程の中で、算術及び初等代数学、そして「對数」を用いる「三角法」は、日本の文化

的地盤に消化されていった。明治30年頃には、形式的な「変換」や単なる「翻訳」ではない、西洋数学(「對数」を用いる「三角法」)の意義を捉えた、日本人独自の日本語「教科書」が完成され、算術及び初等代数学、そして「對数」を用いる「三角法」は、「受容」されたとみることができる。

7. 初等代数学における「對数」の受容

前節で述べた「對数」を用いる「三角法」の「受容」の一方で、「對数」を「三角法」への応用として学ばせるのではなく、「對数」自体と主に年金算へ応用する對数計算を学ばせることが、明治30年代、初等代数学に位置付けられた。

藤澤(1900)は、「對數及年金算注意」において、次のように記述している。

「此對數ノ所ハ大分英吉利ノ今トハ違ッテ獨逸ヤ佛蘭西ノ本ト能ク似テ居リマス、英吉利ハ妙ナ國デ對數級數ナドハ代数デヤリマシテモ對數計算ハ三角デヤル様ナ風デスガ、近来ハ外国デモ初等代数ニハ寧ロ對數級數ヲ止シテ對數計算ヲ一通り代数ニテヤラセル、(略)故ニ代数ニ於テモ對數ヲ級數カラ持テ来マセンデ、例ノ不等式ニヨッテ對數ハアルモノダト云フコトヲ知ラセルタメニヤッテアルノデス、(略)将来ハ初等代数学ニテ對數計算ヲヤル様ニナリマセウ」(藤澤, 1900, p. 357)

この趣旨に沿い、明治31年、形式的な「変換」や単なる「翻訳」ではない、初等代数学における「對数」の意義をも捉えた、日本人独自の日本語「教科書」、『初等代数学教科書』が完成され、初等代数学における(對數級數ではなく對數計算を主とする)「對数」は、「受容」されたとみることができる。

藤澤(1898b)は、對数の存在と近似値について次のように記述している。

「241. 或ル数ノ對數ヲ索ムル方法ヲ例示スル為メニ、次ニ2ノ對數即 $\log 2$ ヲ索ムベシ

$\log 2$ ヲ索ムルトイフコトハ、 $10^x = 2$ ヲリシテ x ヲ索ムルトイフコトナリ

$$10^x = 2, \quad 10^0 < 10^x < 10^1$$

$$\text{故ニ } 0 < x < 1$$

$$10^{2x} = 4, \quad 10^1 < 10^{2x} < 10^2$$

$$\text{故ニ } 0 < 2x < 1, \quad 0 < x < \frac{1}{2}$$

(略)

$$10^{16x} = 65536, \quad 10^4 < 10^{16x} < 10^5$$

$$\text{故ニ } 4 < 16x < 5, \quad \frac{4}{16} < x < \frac{5}{16}$$

斯クノ如クニシテ、 x ヲ次第次第ニ狭クナル限界ノ間ニ挟ムコトヲ得ベシ、尤モ $\log 2$ ノ小数第五位マデノ近似値ハ.30103 ニシテ、上ニハ僅カニ $\log 2$ ガ.25 ト.3125 トノ間ニアルコトヲ示シタルニ過ギズ、此レヨリシテ進ンデ $\log 2$ ノ小数第五位マデ正シキ近似値ヲ得ルマデニハ、尚ホ多クノ手数ヲ要スベシ、又實際或ル数ノ對數ヲ計算スルニハ、上ノ如キ迂遠ナル方法ニ依ラズ、本書ノ範圍外ニ属スル簡便ナル方法ニヨリテ之ヲ算出スルモノトス」(藤澤, 1898b, pp. 237-238)

ここには、対数表の作り方については述べられていないもの、対数表の用い方だけでなく、対数の存在と(表の中にある)近似値の求め方やその意味についての言及がしっかりとされている。このことは現在の教科書にはみられないことであり、「対数学習」改善への示唆として注目できる。

8. おわりに

これまで、「三角法」、「対数」の発生と展開、そしてそれらの「受容」過程についての概略をみてきた。この視点を持って、「三角法」、「対数」に関わる現行の高校数学の教育内容をみておきたい。

「三角法」に関わる単元としては、数学Ⅰ「三角比」、数学Ⅱ「三角関数」があり、「対数」に関わる単元としては、数学Ⅱ「指数関数・対数関数」がある。教科書の巻末には一応、「三角比の表」、「三角関数表」、「対数表」が載せられているものの、それらの表の扱われ方は非常に軽いものであり、表の使用が極力避けられていると言ってよいほどである。これまでにみてきたように、「三角法」も「対数」もその起源と発展においては「表」は重要な意味を持っていた。和算に取り入れられたものは「八線表」や「八線対数表」等の「表」であったし、明治に受容された「対数」を用いる「三角法」においても「三角函数表」や「三角函数の対数表」等の「表」は切っても切り離せない重要なものであった。現行の高校数学の「表」の扱いだけをみても、現行の教育内容が「三角法」、「対数」に関わる教材の意義を捉え伝えるものになっていないのではないかという懸念を抱かせる。そして、歴史的には「三角函数」の展開と「対数」の発生とは関係があり、明治に受容された「三角法」は「対数」を用いる方法でであったが、現行の教育内容においては、「三角関数」と「対数関数」は切り離されている。現行の教育内容の「表」の軽視や三角比・対数の存在と(表の中にある)近似値の求め方やその意味について扱われていないことも問題であろう。「三角比」と「対数」の学びは、関数の文脈からではなく、「表」のしくみの中にそれらの存在を実感することから始めさせたいものである。「三角法」・「対数」に関わる現行の学校数学の改善については、今後の課題としたい。

引用・参考文献

- 板垣芳雄 (2005), 「対数表を使わせる授業の提案」, 全国数学教育学会第 21 会研究発表会発表資料, pp. 1-13.
- 瓜生寅編(1872), 『測地略』, 文部省.
- 小倉金之助(1932), 『数学教育史』, 岩波書店.
- 小倉金之助(1956), 『近代日本の数学』, 新樹社.
- 小倉金之助(1973), 『小倉金之助著作集 第二巻 近代日本の数学』, 勁草書房.
- 小倉金之助(1974a), 『小倉金之助著作集 第五巻 数学と教育』, 勁草書房.
- 小倉金之助(1974b), 『小倉金之助著作集 第六巻 数学教育の歴史』, 勁草書房.
- 小倉金之助 訳(1997), 『復刻版 カジヨリ 初等数学史』, 共立出版.
- 片野善一郎(1995), 『数学史の利用』, 共立出版.
- 菊池大麓・澤田吾一(1893), 『初等平面三角法教科書』, 大日本図書.
- 公田藏(2006), 「明治前期の日本において教えられ, 学ばれた幾何」, 数理研究録 1513 巻 『数学史の研究』, pp. 188-202.
- 後藤竜太(2014), 「対数のよさを実感する対数学習の構築」, 『上越数学教育研究』, 第 29 号, pp. 21-32.
- 後藤竜太(2014), 「対数のよさを実感する対数学習に関する研究—対数そのものを考える数学的活動に着目して—」, 上越教育大学大学院学校教育研究科修士論文 (未公刊).
- 佐藤英二(2006), 『近代日本の数学教育』, 東京大学出版会.
- 佐藤健一(1999), 『明治初期における東京数学会社の訳語会の記事』, 日本私学教育研究所 調査資料 第 218 号.
- 澤田吾一(1897a), 『中等代数学教科書 上巻』, 大日本図書.
- 澤田吾一(1897b), 『中等代数学教科書 下巻』, 大日本図書.
- 伊達文治(2008), 「数学教育における文化的価値に関する研究—高校数学の基盤をなす代数表現とその文化性—」, 全国数学教育学会誌 『数学教育学研究』 第 14 巻, pp. 51-58.
- 伊達文治(2009), 「数学教育における文化的価値に関する研究—日本の数学教育が形をなす時代について—」, 全国数学教育学会誌 『数学教育学研究』 第 15 巻 第 2 号, pp. 115-127.
- 伊達文治(2013), 『日本数学教育の形成』, 溪水社.
- 長澤亀之助訳(1887), 『スミス初等代数学』, 数書閣.
- 長澤亀之助(1905), 『解法適用 数学辞書』, 長澤氏蔵版.
- 日本学士院日本科学史刊行会(1959), 『明治前日本数学史 第四巻』, 岩波書店.
- 日本学士院日本科学史刊行会(1960), 『明治前日本数学史 第五巻』, 岩波書店.
- 『日本の数学 100 年史』編集委員会 (1983), 『日本の数学 100 年史 上』, 岩波書店.
- 藤原松三郎先生数学史論文刊行会編(2007), 『東洋数学史への招待—藤原松三郎数学史論文集—』, 東北大学出版会.
- 藤澤利喜太郎編 (1889), 『数学用語英和对訳字書』, 国立国会図書館蔵.
- 藤澤利喜太郎 (1895), 『算術條目及教授法』, 丸善株式会社書店.
- 藤澤利喜太郎(1898a), 『初等代数学教科書 上巻』, 大日本図書.
- 藤澤利喜太郎(1898b), 『初等代数学教科書 下巻』, 大日本図書.
- 藤澤利喜太郎(1900), 『数学教授法講義筆記』, 大日本図書.
- 平山諦(2007), 『和算の歴史—その本質と発展』, 筑摩書房.
- 松原元一(1985), 『日本数学教育史Ⅲ 数学編 (1)』, 風間書房.
- 三上義夫(1999), 『文化史上より見たる日本の数学』, 岩波書店.
- 横塚啓之(2011), 「ヘンリー・ブリックスの『対数算術』と『数理精蘊』の対数部分について—会田安明『対数表起源』との関連を含めて—」, 『数理解析研究所講究録』 第 1739 巻, pp. 214-225.