教育実践研究　第26集（2016）　55－60

［算数・数学］

中学校数学科における複比例を取り入れた単元開発

－中学校１年「直径１mのランドルト環を600m先から判別できた場合の視力はいくつか」の実践から－

齋藤　忠之*

1　はじめに

平成26年度全国学力・学習状況調査結果の報告[1]によると，数学の「関数」領域が弱く，指導の充実が求められている（表１）。特に「２つの数量の関係が比例・反比例あるいは一次関数の関係になることの理解」については，同調査結果の過去４年間のまとめ[2]でも正答率が70％を下回る傾向が続くとされ，積年の課題と言える。現行の学習指導要領解説数学編でも，関数的な見方や考え方の重要性は述べられており，関数指導上の問題点と言えよう。

（表１）平成26年度　全国学力・学習状況調査　報告書　【中学校／数学】（国立教育政策研究所）より

数学A 9		〔中学１年〕関数の意味の理解	正答率36.7％	無解答17.5％
数学A 10	設問（１）	〔中学１年〕比例の関係を式に表すこと	正答率57.9％	無解答12.6％
	設問（２）	〔中学１年〕反比例の意味の理解	正答率76.5％	無解答 1.1％
	設問（３）	〔中学１年〕２つの数量関係を比例か判断	正答率61.2％	無解答 1.5％
	設問（４）	〔中学１年〕反比例のグラフと表を関連付けた理解	正答率46.4％	無解答 1.7％

実際，本校生徒（中学２年生42人）を対象に同調査問題を用いて確認した結果，独立変数と従属変数との違いを意識して「…は…の関数である」という形で表現する問題を不得意とする生徒が15名近くいた。２つの数量の変化や対応の様子を調べ，それらの関係を見いだし，独立変数と従属変数に区別することを難しいとする生徒が少なからずいることが分かった。一方，「よいリーダーとは？」の質問に対して，生徒はいくつもの条件を答えることができる。経験上，様々な要因によって物事が決まることを理解していると言える。そこで，算数・数学においても，複数の独立変数で従属変数が表される事象を課題として扱うことで，比例や反比例以外にも様々な関数があることに生徒が気づき，関数の意味理解を深めることができるのでないかと考えた。

これに対し，以前から銀林[3]は「生徒は小学校第４学年からそれぞれの学年でともなって変わる数量について学習してきているため，小学校の延長で何となく分かった気でいることが多い」と述べ，「ともなって変わる３つの量について考えさせることを通して，比例，反比例をもう一度見直させるとともに，新しい量をつくるということはどういうことかを考えさせる」ことの重要性を主張している。それにより，比例や反比例についてより深く考えるようになる効果があると述べている。また，裕元[4]は「理科教育では電流による発熱量は何に関係するかに対して，（発熱量）は（電流の強さ）や（電圧）に比例するように変数が３変数以上のものが扱われているが，算数・数学教育では扱っていない」ことによる生徒の混乱が大きいと指摘している。算数・数学教育で改善すべき点として３変数以上の関数を扱う必要性を述べている。このように先行研究でも，関数指導上の問題点の打開策として，中学校数学において３変数以上の関数関係を用いた指導の必要性は幾度となく述べられてきた。しかしながら，「多変数関数を用いた指導により，比例や反比例，１次関数，関数$y=ax^2$以外にも関数があることを意識することができるため，算数・数学教育にとってもよい効果をもたらす」（裕元，2007）と述べられてはいるが，３変数以上の関数関係を実際に用いたとされる実践事例は乏しい。どういった効果が得られるか，現在までに十分な研究がなされてきたとは言い難い。こうした現状を踏まえ，本研究では，３変数以上の関数関係を課題として用いた指導を通して，比例や反比例をもう一度見直し，関数的な見方や考え方が高められるかを実践的に究明していく。

2　研究の目的

本研究では，算数・数学教育において多変数関数を用いる有効性を次の２点について実践を通して検証する。

⑴　比例・反比例の特徴を見つめ直し，比例や反比例のさらなる理解を深めることができたか。
⑵　関数的な見方や考え方の高まりや関数のとらえ方の広がりを見せたか。

＊ 新潟大学教育学部附属長岡中学校

3　研究の方法

視力検査表で使うランドルト環（以下，環）を用い，多変数関数の１つである複比例を扱う。環自体は，中学１年数学教科書（啓林館）において「環までの距離と視力が比例の関係にあり，環の大きさと視力には反比例の関係がある」と記述されており，身近な事象の中で比例と反比例の関係を経験できる題材として広く知られている。実践事例も多い。しかし，その実践の多くは環の大きさ，距離，視力のいずれか１つを固定し，２変数の関係を思考の対象としている。身の周りの事象の中で見方によって比例や反比例となる環の面白さは，授業でも触れられているが，３変数の関係を同時に扱ったものではない。そこで，授業の中で同時に３変数を扱う課題を提示した効果として，生徒が比例や反比例を見直し，関数的見方や考え方を高める姿が見られたかを生徒の変容をもとに考察する。

4　実践

⑴　単元名　中学１年　比例・反比例「直径１ｍのランドルト環を600ｍ先から判別できた場合の視力はいくつか」

⑵　単元の価値について

視力検査表の中から，視力と関連する数量を生徒自身が考え，選択する。前述した比例や反比例の関数関係は生徒は見出すことができるであろう。そして，生徒の中から「大きさも距離もどちらも変えた場合，視力との関係はどうなるのだろうか」という３変数の関係を意識した問いが生まれるとすれば，既習の知識や比例・反比例の考え方を用いた中での議論が起こり得る。そして，その関係を比例・反比例の特徴をもとに検討し，自分なりに根拠を明らかにして筋道を立てて説明しながら学習を進めていく過程で，関数的見方・考え方を高める姿に本単元の価値がある。

⑶　単元計画（全19時間）

１次　関数（２時間） ◎いろいろな数量の関係から，関数関係にある２つの数量を見つけよう。		
２次　比例（８時間） ◎比例のグラフや比例の式の特徴をまとめよう。		
３次　反比例（４時間） ◎反比例のグラフや反比例の式の特徴をまとめよう。		
４次　比例や反比例の活用（５時間） ○比例や反比例の見方・考え方を用いて，事象にある問題を解決しよう。		
問題解決のサイクル	学習課題と子どもの状況 （◎は中心となる追究課題，○は追究課題）	表出する主な資質・能力
問題をもつ	○視力検査表にはない0.1よりも低い視力や2.0より高い視力について，どのようにして測定するのか考えてみよう。	㈲数学的な問題やその解決方法を見通すことができたか。
見通しをもつ	○２変数の間の関係を考えよう。〈「協働」場面①〉 ・距離と視力，環の大きさと視力との関係を調べ，それぞれ関係を説明する。	
解決する	◎外径１ｍの環を600ｍ先から判別できる人がいた場合，その人の視力はいくつか考えよう。（本時）〈「協働」場面②〉 ・二次元表にまとめたり，類推して考えたりすることで３変数の関係を調べる。比例や反比例の考え方を用いて，互いの考え方の説明や相談を行う。自分の考え方を相手に分かるように伝え，互いに協力できる部分は協力し合う。	㈲考えを数学的な表現で表し，伝え合うことができたか。
振り返る	・自分にとってどういう学びがあったかを振り返る。	㈲数学的な知識をとらえ直すことができたか。

⑷　指導の手だて

次に具体的な手だてとして，３点記述する。

①　「互いの理解を確認し，共有する」ための手だて1

手だて1として，視力検査に関して，生徒にどのような２変数について調べたいかを聞き，取組状況を「考えの分布表」（図１）に表す。環の大きさと視力，測定者との距離と視力との関係について，自分なりに説明できそうかを各自で一覧表に記入させ，互いの取組状況を可視化する。これにより，「誰と交流すればよいか」が互いに分かった状況で授業に臨み，３変数関数の関係をより明らかにしやすいようにする。

生徒	自分が最初に取り組んだ課題	大きさと視力との関係		距離と視力との関係			
		説明できる	分からない	説明できる	分からない	説明できる	分からない
A	大きさと視力	◎			○		
B	大きさと視力	◎			○		
C	距離と視力	◎		◎			
D	距離と視力			◎			
E	距離と視力	◎		○			
F	大きさと視力	◎		○			
G	距離と視力			○			
H	大きさと視力	◎					

図１　考えの分布表

「生徒の調べている状況の分かる一覧表（調べる対象を書き出して，一覧にしたもの（○は取り組んだ，◎は説明できる）」

② 「仲間との関わりの中から，考えを深めていく」ための手だて$\boxed{2}$

手だて$\boxed{2}$として，グループでの交流を中心に授業を構成する。普段の授業の中でも，課題に対して班で話し合った上で全体で練り上げる活動を多く行ってきた。生活班内での交流を中心とし，手だて$\boxed{1}$で提示した「考えの分布表」をもとに必要に応じて他の班の人との交流を促す。距離と視力から比例の関係を見いだした生徒，環の大きさと視力から反比例の関係を見いだした生徒が互いの考えを共有しながら，３変数関数の関係について考え，深めさせる。

③ 「仲間との関わりを通して見せた関数のとらえ方の広がりを記録する」ための手だて$\boxed{3}$

手だて$\boxed{3}$として，交流を通して相手の考え方や説明を共有していく姿を記録するため，それぞれの生活班にA２版の大きさのホワイトボードを１枚ずつ準備する。交流時，ホワイトボードへの記入は自由に行わせ，仲間と考えを共有しながら，自他共に納得のいく説明をつくりあげてい姿を記述をもとに明らかにしていく。

5　授業の実際

⑴　本時までの様子

前時，視力検査の方法や歴史について簡単に説明した後，マサイ族の視力の話題にも触れながら，課題「視力検査表にはない0.1よりも低い視力や2.0より高い視力について，どのように測定するのだろうか」を教師から提示した。すると，生徒からは大きさ（外径や内径，すき間の幅）か距離のいずれかを変えればよいという考えが出された。それらの内，大きさか距離のどちらを変更した考えで進めていくかを各自に選択させ，課題の解決へと取り組ませた。その後の学習は，生徒同士による自由な交流によって進めた。環の大きさを実際に計測したり，３ｍ用と５ｍ用の視力検査表を比較したりするなど解決方法そのものも考えながら，解決させた（**「協働」場面①**）。視力をx，環の外径をy(㎜)としたとき$y=\frac{7.5}{x}$の関係であることや視力をｘ，測定者と検査表との距離をy(m)としたとき$y=5x$の関係であることを生徒自身が導き出した。次に，教師は「考えの分布表」を提示した。「誰がどの数量に着目して取り組んだか。どの程度の進捗状況であるか。」といった個々の生徒の取組状況を記入させ，可視化した。以下に，交流前後での生徒の状況の変化を示す（**表２**）。環の外径と視力を２変数とした関係について，交流を経て「説明できない」から「説明できる」へと変更した生徒は有意に増えていた（$p=0.019$，片側検定：$^{*}p<.05$）。また，測定者との距離と視力を２変数とした関係についても同様に，交流を経て「説明できない」から「説明ができる」へと変更した生徒が有意に増えていた（$p=0.036$，片側検定：$^{*}p<.05$）。

表２　生徒が選択した２変数と，その解決に用いた方法（当該クラスの生徒数は42人）

選択した２変数＼解決に用いた方法	対応表	式	グラフ	比の値	図	「協働」場面①を経て，２変数の関係を説明できるとした生徒数
環の外径と視力	19人	9人	7人	0人	0人	13人(交流前)→27人(交流後)
測定者との距離と視力	11人	3人	11人	15人	1人	16人(交流前)→29人(交流後)

その後，環の外径を変えた場合でも，距離を変えた場合でも同じ視力が測定できることを全体で確認し，前時を終えた。前時の振り返りの中，生徒に「疑問に思ったこと」などを自由に記述させたところ，８名の生徒が環の外径と距離との関係について何らかのかたちで記述していた。本時，それらの生徒を代表して生徒Ｙに，環の外径と距離の２変数を同時に変化させた場合，視力との間にどのような関係があるかという自らの疑問を，みんなに紹介させた。

外径＼距離	5 m	6 m
6.25㎜	1.2	同じだ
7.5㎜		1.2

生徒Ｙ：僕が疑問に思ったことは，距離と視力，大きさと視力の関係は分かったんですけど，大きさと距離と視力がどういう関係にあるのかっていうのを疑問に思いました。
Ｔ：もう少し，詳しく言うと？
生徒Ｙ：例えば，ランドルト環の外径を7.5㎜から6.25㎜に変えて，(同時に測定者との)距離を変えると視力がどれくらいなのか？
Ｔ：皆さん，分かりますか？
生徒Ｓ：片っぽを変えると…
生徒Ｎ：要は，今まで僕たちが調べてきたのは，距離と視力，大きさと視力ですけど，それが距離と大きさということになって，この距離で見たらこの視力が測れてってことなんだけど，視力と距離と大きさの関係を調べてみようということだと思います。

この時点で，生徒Ｙの発言に代表される疑問が学級全体の問いとして共有されたため，追課題「外径１ｍのランドルト環を600ｍ先から判別できる人がいた場合，その人の視力はいくつだろうか。」に取り組むこととした。

⑵　本時，グループ交流の様子（生徒Ａと生徒Ｂのグループ交流を中心に）

次にグループでの交流（**「協働」場面②**）の様子を中心に示す。多変数関数を用いた学習指導を通して，比例・反比例をどの程度見直しがなされ，理解を深めていたかについて，観察記録の結果より分析する。また，関数的な見方や考

え方の高まりが見られたかについては，観察記録の結果とワークシートの記述から分析する。

生徒Ａは，距離と視力を２変数とした関係を「表・式・グラフ」を使って説明していた生徒である。一方，生徒Ｂは，外径と視力を２変数とした関係を，「比の値」をもとに説明をしていた生徒である。生徒Ａ，Ｂは同じ生活班の生徒であるが，現時点での交流はない。追課題について「個人で考えたい」という生徒の求めに応じて，個人追究の時間をしばらくとった後，自然に仲間との相談がなされていた。生徒Ａ，Ｂは手だて2で提示した一覧表を参考にしながら，最初の相談相手として互いを選択していた。そこで，生活班の仲間で協力して課題解決を図る教師の提案を受け，生徒Ａ，Ｂを含む生活班での交流に入った。実際の交流は次のように進められた。

B1：(しばらく考えた後)比でやるしかないでしょ，こんなのに簡単でしょ。
(7.5：1000とノートに書いた後)あれ？これで何が出るんだ？
(さらに15：2000，3：400とノートに書き)
7.5㎜のランドルト環を５ｍ先からみたら，視力が１でしょ。
(7.5：5：1と書く)…基準がわかんない。
A1：4.5じゃない？何となく。
B2：どうやって，4.5って出したの？
A2：1000のときは，120倍。で，これ。(生徒Ｂのノートにある15：2000，3：400を対応表で書き表した上で，15：3を約分して5：1と書き直した。その後，5：1＝600：x，x＝120と書いた部分を示しながら説明する。)ここにさ，３ｍ用(の視力検査表が)あんじゃん。これだと，600ｍだから120倍すればいいじゃん。
C1：120倍？え，どうして？
A3：だって，7.5㎜で視力１だったんでしょ。いい？(前時に完成させた距離と視力の対応表を見せながら)それで，ここがこうなってんじゃん。次に600ｍから7.5㎜のが見えたとすると，そんで，ここを…あ，(4.5は)違うか。こうなるよね。(書いた式を$y=\frac{x}{5}$にx＝600を代入，y＝120と修正したノートを示す)
C2：ちょっと待って，7.5㎜のやつが600ｍから見えたらってことでしょ？視力120(笑)そんなわけないか。で？。
A4：大きさの場合は反比例だから，(比の値では)できない。
B3：だよね。　　　　C3：あ，なるほどね。
A5：それから，５ｍの距離から1000㎜のを見たとするじゃん。7.5㎜が見えたら，視力１だよね？1000㎜のものが見えたら，視力0.0075。で，これは５ｍから見えたときの結果だから600ｍに直して，120倍すると…
B4：あ，いいかも！

B1は，外径と視力の関係を比の値で明らかにした経験をもとに，３変数の関係を比であらわそうとしていた。A2は生徒Ｂの様子を見て，比の値の関係式を対応表でかき表して説明しようとしていた。A3は「数学的な表現で表し伝え合うこと」という資質・能力を働かせて説明し，生徒Ｂ，Ｃともに，生徒Ａの説明に対して問い返しながら理解を深めていた。生徒Ａの説明は生徒Ｂの比の値と表，式，グラフを関連させた理解を促し，生徒Ｂ，Ｃの反応は生徒Ａが比の値が比例の関係を表しているということへの理解を助けた。相互にプラスの影響を受け合っていた。交流後の様子を見ると，生徒Ａは，生徒Ｂの用いた比の値を使って外径と視力が反比例の関係である説明を自分のかいた表に対応させながら理解できるようになっていた。一方，生徒Ｂは生徒Ａの説明を聞き，自分自身が行った比の値を使った説明が対応表の一部を表していることを理解し，式とグラフを使っても関係を表すことができるようになっていた。生徒Ａ，Ｂは，交流してよかったこととして，次のように記述している。

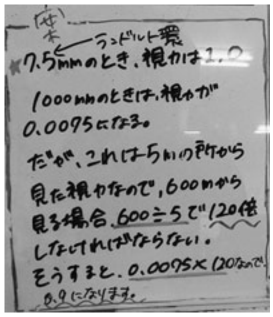

図２　生活班での相談に用いたホワイトボード

生徒Ａ：表を使って，比の値を表したのが良かった。比の値が表と同じ関係を表していることが分かった。
生徒Ｂ：視力１のときの大きさと距離を基準として，比を使って関係を表す考えを聞いて，理解することができた。
生徒Ａ，Ｂの交流後の振り返りの記述より（ワークシート）

学級全体においては，生徒Ａ，Ｂを含めた42名中41名（欠席１名）の生徒が，「交流を通して，比例・反比例の理解をさらに深めることができたか」の質問に対し，肯定的な評価をしていた。また，42名中31名（欠席１名）の生徒が，３変数（外径と距離と視力）の関係を，自分なりに説明ができるとしていた。そして，新たに３名の生徒が交流後に外径と視力との反比例の関係や距離と視力との比例関係を説明できるようになったとしていた。各生徒の振り返りには，以下のような記述がいくつも見られ，多くの生徒が３変数関数を用いた学習活動を通して，「比例や反比例で，確実に言えることは何か」を再確認し，比例・反比例についての理解を深めていたと言える。あわせて，比例や反比例の特徴を生かしながら，３変数関数である複比例の関係の説明をつくりあげていた（図２）。比例・反比例に加え，３変数の関数関係の存在を知り，関数のとらえ方の広がりが見られたと考えられる。

・最初，距離と視力，大きさと視力しかないと思っていたけど，距離と大きさの２つが関係して視力が決まっているんだということが分かりました。距離と大きさが関係して視力があらわせることを比を使って考えたら理解することができました。
・比例と反比例の間の関係の式を僕たちは最初考えてました。だけど，どちらでもない式が作れるのが面白かったです。

⑶　本時，グループ交流後の様子

本節では，交流後のクラス全体の様子について述べる。各生活班の代表生徒に班員全員の状況を「考えの分布表」に記入させたところ，「班員全員が，環の外径と距離と視力の関係について説明ができる」とした班と「関係がまだよく分からない」とした班に大別された。そこで，教師は「関係がまだよく分からない」とした班の生徒Ｄに対し，「どの辺りまで分かって，どの辺りから分からないのか？」を尋ねたところ，自分たちの班で話し合った際の様子について以下のように述べた。

生徒Ｄ：僕たちの班では，まず視力0.1のときのランドルト環の大きさとか見る距離を考えました。外径１ｍを600ｍの距離から見るということで，今何倍されているかということをまず調べてみたんですけど，ちょっとハテナ？という感じになって。まず，比例だという仮定で比例の性質から色々と調べてみたんですけど，結果が視力12ってことになっちゃったんで，それはちょっとあり得ないというか。反比例だとする場合には，まだ取り組んでないんですが，比例の性質と比の値で調べてみたんですけど，比の値でも，同じ視力12という答えが出て，ちょっと12は違うのかなってところで行き詰まっていました。

その後，教師からの「Ｄさんの発言に対し，何かアドバイスは送れないだろうか？」という求めに応じて，複数の生徒が挙手した。代表して生徒Eに発言を促すと「Ｄさんたちの班は（環の大きさがまず何倍かを考えて）1000㎜÷7.5㎜で13と$\frac{1}{3}$倍と無理に考えたようだけど，（逆に１ｍになるのは約何倍か考えて）7.5㎜×120倍＝90㎝だと思うんですよ。だから，120倍で考えていけば問題ないと思う。」とアドバイスした。クラス全体で，関係が分からないとした班にアドバイスを送り，解決方法の見通しをもたせた後，その後の追究を進めた。

⑷　単元終末までの様子

次時，ポスターセッション形式で互いの班の説明を自由に聞き合うようにした（図３）。同じ視力0.9を答えとして導いてるけれど考え方が違う班に出向くなどして，それぞれの生徒が互いの発表を聞きあった。この段階で，ほとんどの生徒が外径と視力と距離を３変数とした関係と気づく生徒が多くいた。どの班も比例や反比例の考え方を根拠として用いながら，３変数の関数関係についての説明を熱心に行っていた。様々な班の説明（図４・５）を聞き合うことで，学級全体としても２変数によって測定できる視力が決まる３変数の関数関係を説明できるとしていた。

図３　ポスターセッションの様子

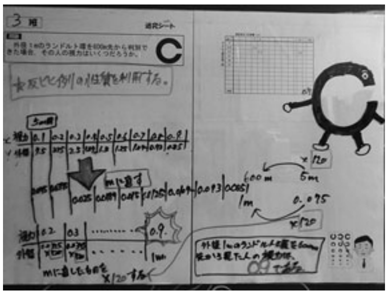

図４　反比例の性質を利用し，表の変化を読みとって説明している班のホワイトボード

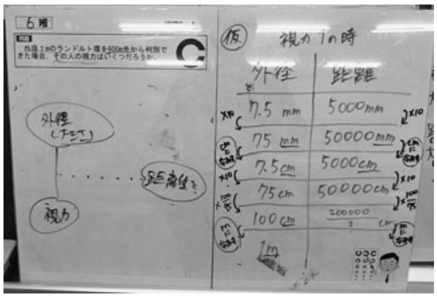

図５　視力1.0に固定して考え，外径と距離の関係を利用し，３変数の関数関係を導いた班のホワイトボード

６　考察

⑴「考えの分布表」と生徒の様子から

「考えの分布表」と生徒の振り返りカードをもとに考察すると，生徒がどういった相手と交流し，複比例の関係を明らかにしていたかが分かった。生徒は「考えの分布表」をもとに交流する相手を決め，互いに相談や話し合っていた。そのため，短時間で３変数の関数関係の説明をつくりだすことができたと考える。また，教師も分布表を見て，どの相手と相談すればよいかと言った各班へのアドバイスを行うことができた。グループ交流の前半部分では，同じ２変数について取り組んだ仲間同士の交流が多く見られた。比例・反比例の表や式，グラフの特徴を互いに確認し合い，学習を進める姿が見られた。また，中には前時までは「反比例がよく分からない」と理解が不十分であった生徒が，反比例についての理解を確かにしている姿があった。後半場面では，異なる２変数について取り組んだ仲間との交流が増えていった。３変数関数の関係を明らかにする課題に対し，比例や反比例の性質を根拠として話し合いながら，様々な角度から説明を考えていた。

⑵　「ホワイトボード」への記述から

ホワイトボードへの記述をもとに複数相手との交流の様子や互いの考えの変容を分析した。その１つとして，互いの考えや分かっていることを自由に書き込み，「比例の特徴って何だっけ？」と比例や反比例の表，式，グラフの特徴や共通点を確認する姿がどの班にも見られた。また，３変数関数の関係を探る上で，比例や反比例それぞれの性質をもとに，どちらかで説明できないか議論する姿が見られた。何度も書いたり消したりできる手軽さから，不必要な情報は消しながら，３変数の関数の存在に気づいていた（図６）。

図６　仲間と交流しながら，ホワイトボードにまとめていく様子

7　成果

⑴　比例・反比例の特徴を見直し，比例や反比例のさらなる理解を深めることができたかについて

本単元実施前後に自己評価カードを記入させた。分析の結果，いくつかの質問項目に対して有意差が認められた（表３）。[Q1：比例と反比例のそれぞれの特徴] に対し，「言える」と回答した生徒の割合が事前よりも事後の方が有意に増えていた（p＝0.0314，片側検定：*p＜.05）。また，[Q4：関数とは何か自分なりに説明ができる] に対し，「言える」と回答した生徒の割合も有意に増えていた（p＝0.0147，片側検定：*p＜.05）。自由記述の中には「最初，頭の中が混乱して全然分からなかったのですが，交流しているうちに比例と反比例の違いもはっきりしてきて，最後には大きさと距離と視力の関係まで分かりました。」と言う記述が見られた。多変数関数を与えたことで，既習の関数関係である比例・反比例の特徴をもう一度確認しながら，課題解決への糸口を探る生徒の姿がどのグループにも見られた。多変数関数を用いた学習指導の有効性が働いたと言える。

表３　該当クラスを対象に行った事前・事後アンケート結果より（一部抜粋：該当クラスは生徒42名在籍）

アンケート項目（4：はい，3：どちらかと言えばはい，2：どちらかと言えばいいえ，1：いいえ）	本単元実施前と実施後の生徒数の推移
Q1．比例と反比例のそれぞれの特徴を，自分なりに言えますか。	21人（実施前）→ 36人（実施後）
Q4．「関数とは何か?」について，自分なりに説明できますか。	16人（実施前）→ 32人（実施後）

⑵　関数的な見方や考え方の高まりや関数のとらえ方の広がりを見せたかについて

⑴で述べたとおり，「関数とは何かについて，自分なりに説明できると回答した生徒の割合の変容が見られた。単元終了後，実際に生徒数名へ聞き取りをしたところ，「色んなものが関連して決まってくるものもあるから，もっと色々な関数があるんじゃないかと思う。」と言う関数概念を広げた発言が聞かれた。つまり，これまでの比例や反比例など２変数までだった関数関係の概念が，普段の算数・数学教育では扱わない３変数関数との出会いにより，日常や理科教育で触れることの多い多変数の関数関係への概念へと転換が図られたと考えられる。

8　課題

課題は，さらなる単元開発についてである。今回のランドルト環は，生徒にとって予備知識が少なく，初見の状態に近い題材であった。その中で，比例・反比例の両方の性質が見え隠れする課題であった。ブラックボックス的要素があり，何らかの結果が予想される中，その仕組みを解明しにくい状況が，生徒にとって興味深いものであったと言える。しかし，別題材を用いた３変数関数を扱う実践を行った場合，同様に追求意欲が高まるとは限らない。既習の関数の性質を見直さず，それぞれ分かっている数値だけをいじくり回して，堂々巡りの話し合いがなされたり，結果として関数のとらえ方の広がりを見せずに終わる危惧がある。そうならないためにも同程度の追求意欲が高まる多変数関数を用いた課題を，算数・数学教育において，今後さらに考えていきたい。

引用参考文献

１）国立教育政策研究所，『平成26年度　全国学力・学習状況調査　報告書（中学校／数学)』，2015
２）国立教育政策研究所，『全国学力・学習状況調査の４年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ〜児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて〜』，2012
３）銀林浩『量の世界』むぎ書房，1975
４）桁元新一郎，『算数・数学科以外の教科で使われている数学的表現：中学校理科教科書における「ともなって変わる量」の記述の分析』金沢大学，2007
５）研究紀要2015「社会的な知性を培う（第２次研究 第２年次)」，新潟大学教育学部附属長岡中学校，2015.5.27