

# 「21世紀に求められる資質・能力」の「思考力」の育成 －振り子の運動教材を例として－

小川佳宏\*・勝島雄治\*\*・氏家 萌\*\*・村山真子\*\*・定本嘉郎\*  
(平成28年8月23日受付；平成28年10月25日受理)

## 要 旨

国立教育政策研究所が提唱している「21世紀に求められる資質・能力」のうち「深く考える（思考力）」は「問題解決・発見」、「論理的・批判的・創造的思考」、「メタ認知・学び方の学び」の3つの項目から構成されている。これらの育成については、実験・観察を通じて自然現象を理解する「理科」が最も適していると言えるだろう。本稿では、振り子の周期が何によって決まるのだろうかという疑問を、小林・後藤（上越教育大学研究紀要第35巻平成28年3月）により提案された理科における21世紀型能力（思考力）の評価規準の設定の仕方にそって考察した。

振り子の運動には等時性があり、その周期がおもりの質量と振幅の大小に依存しないということを、小学校第5学年で学習する。しかしながら、振り子の周期が振幅に依存しないというのは近似であり、実際には振り子の振幅が増加するのに従って周期も増加していく。精密に周期を測定することができるボルダの振り子を用いて、周期が振幅に依存することを実験的に確認するとともに理論値とも良く一致することを示した。また、学校現場で一般的に用いられる振り子実験機においても、周期の振幅依存性を十分測定可能であることを示した。振り子の等時性という仮説を検証する過程で、周期の振幅依存性を注意深く測定すると、等時性が成り立っていないという新たな問題に気づく。振り子の運動は「21世紀に求められる資質・能力」のうち「思考力」の能力を育成するのに格好の教材である。

## KEY WORDS

21世紀に求められる資質・能力，教材，振り子

## 1 はじめに

空気抵抗を無視できれば、物体はその質量によらずに自由落下することを、我々は知っている。重い物体の方が重力は強いのに、なぜ物体の落下運動は質量によらないのであろうか。また、我々を取り囲む自然に目を向ければ、多くの周期的に繰り返される現象があることに気づくだろう。例えば、海岸で打ち寄せる波の周期運動や、毎朝、日が上り、夕方日が沈む太陽の日周運動、規則正しく揺れる振り子時計などである。これらの周期運動はどのような法則に従っているのであろうか。かつてガリレオは若いころ、ピサの大聖堂の吊りランプが揺れるのを見て自分の脈拍を利用してその周期を測り、振り子の等時性（周期がおもりの質量や振幅の大小によらない）を発見したという伝説がある。では、なぜ、振り子の周期はおもりの質量や振幅の大小によらないのであろうか。自然現象を観察することでその本質を見だし、現象を数量的に理解し、その数量がしたがう基本法則を見出し、実験・観察で確かめるという行為が物理学の手法であり、自然科学の規範となるものである。このような自然科学の手法を確立したものに力学がある。

国立教育政策研究所は、これからの時代を生きる人間に必要な能力を育成していくために、「21世紀に求められる資質・能力」を提唱している<sup>(1)</sup>。この「21世紀に求められる資質・能力」のうち「深く考える（思考力）」は「問題解決・発見」、「論理的・批判的・創造的思考」、「メタ認知・学び方の学び」の3つの項目から構成されている。実験・観察を通して自然を理解する「理科」は、「思考力」を育成するのに最も適していると言える。「理科」の実験・観察を通してこれらを育成していく上で、それぞれの構成要素ごとに下位項目が小林・後藤により設定されている<sup>(2)</sup>。本報の目的は、振り子の周期は何によって決まっているのだろうかという疑問を、小林等により提案された理科における21世紀型能力（思考力）の評価規準の設定の仕方にそって考察することである。

\*自然・生活教育学系 \*\*上越教育大学（修士課程）

## 2 「振り子の運動」を例として

具体例として、「振り子の運動」を取り上げる。表1の左列が小林・後藤により設定された21世紀型能力（思考力）の下位項目である<sup>(2)</sup>。1つ目の「問題解決・発見」については、下位項目として「1 自然の事象を観察して問題を見つけ、問いを立てる。」「2 問題解決のための仮説を立てる。」「3 問題解決のための観察・実験の計画を立てる。」「4 問題解決のための観察・実験を行い、分析・解釈する。」を設定している。これらの下位項目に振り子の運動を対応させると、「問題解決・発見」の評価規準として、それぞれ「1 振り子の周期と振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係を導きだすことが可能な問いを立てる。」「2 振り子の周期と振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係について検証が可能な仮説を立てる。」「3 振り子の周期と、振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係について立てた仮説を検証するための実験の計画を立てる。」「4 実験結果をまとめた図に基づいて分析・解釈し、結論を得る。振り子の振幅、おもりの質量、ひもの長さを変えて測定した振り子の周期の実験結果をまとめた表とグラフに基いて分析・解釈し、振り子の周期が振幅、おもりの質量によらず、ひもの長さの増加に伴い単調増加することを結論として得る。」を設定することができる。

今、摩擦や空気抵抗などは無視できるとする。質量の無視できる長さ $L$ のひもの先端に、質量 $m$ のおもりをつけた振り子を考える。振り子の鉛直方向からの角度を $\theta$ とすると、おもりの運動方程式は、

$$mL \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \sin\theta, \quad (1)$$

と書ける。ここで、角度は弧度法を用いており、 $g$ は重力加速度である。この運動方程式の左辺の質量 $m$ は、慣性質量と呼ばれており、質量が大きいほど物体が加速されにくいことを表している。また、右辺の質量 $m$ は、重力質量と呼ばれており、質量が大きいほど地球の重力が大きくなることを表している。つまり、おもりが重いほど重力が強くなり振り子を強く動かそうとするが、おもりは重いほど加速しにくくなる。この2つの効果が打ち消し合うことで、振り子の運動はおもりの質量によらなくなる。この仕組みは自由落下が物体の質量によらないのと同じである。

表1 理科における21世紀型能力（思考力）の評価規準の設定の仕方—「振り子の運動」を例として—

「問題解決・発見」の下位項目	「問題解決・発見」の評価規準
1 自然の事象を観察して問題を見つけ、問いを立てる。	1 振り子の周期と振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係を導きだすことが可能な問いを立てる。
2 問題解決のための仮説を立てる。	2 振り子の周期と振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係について検証が可能な仮説を立てる。
3 問題解決のための観察・実験の計画を立てる。	3 振り子の周期と、振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係について立てた仮説を検証するための実験の計画を立てる。
4 問題解決のための観察・実験を行い、分析・解釈する。	4 振り子の振幅、おもりの質量、ひもの長さを変えて測定した振り子の周期の実験結果をまとめた表とグラフに基いて分析・解釈し、振り子の周期が振幅、おもりの質量によらず、ひもの長さの増加に伴い単調増加することを結論として得る。
「論理的・批判的・創造的思考」の下位項目	「論理的・批判的・創造的思考」の評価規準
5 見つけた問題の問いが、観察・実験で解決できるものになっているかどうかについて説明する。	5 問について、振り子の周期を従属変数、振幅、おもりの質量、ひもの長さを独立変数として捉えているか否かについて、根拠を挙げて説明する。
6 仮説が観察・実験で検証できる表現になっているかどうかについて説明する。	6 仮説が従属変数を振り子の周期として、また独立変数が振幅、おもりの質量、ひもの長さとして捉えられ、作業仮説として表現されているか否かについて、根拠をあげて説明する。
7 観察・実験における条件の制御の仕方や方法等が適切かどうかについて説明する。	7 振り子の周期の求め方や、振幅の変化のさせ方等、測定方法や条件の制御が適切であるか否かを説明する。
8 観察・実験で得られた結果にもとづいた考察や結論が適切かどうかについて説明する。	8 分析・解釈において、振り子の周期と振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係に関する仮説に測定値を照らし合わせて、その支持・不支持を検討して結論を得ているか、またその過程において論理の飛躍はないか等について、根拠をあげて説明する。
「メタ認知・学び方の学び」の下位項目	「メタ認知・学び方の学び」の評価規準
9 観察・実験で問題を解決する過程及び終わった後において、仮説の設定、観察・実験の計画・実施・進捗状況・結論を振り返って説明する。	9 振り子の周期と振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係に関する仮説を検証するための観察計画、手順、得られた結果の整理の仕方、考察、結論までの過程を振り返って、その妥当性や改善等について説明する。
10 新たな問題に対して、仮説の設定の仕方、観察・実験の計画・実施等、既習の問題解決のための考え方や適用の仕方について説明する。	10 振り子の周期と振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係に関する新たな問題に対して、仮説の設定の仕方、観察・実験の計画・実施等、既習の問題解決のための考え方や適用の仕方について説明する。

この運動方程式を解くことは容易ではない。ここでは、その結果のみを示す。振り子の振幅（最大振れ角）を  $\theta_m$  とすると、周期  $T$  は、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left[ 1 + \frac{1}{4} \sin^2\left(\frac{\theta_m}{2}\right) + \dots \right], \quad (2)$$

と書ける。振幅が小さい場合には第2項以降が無視され、振り子の等時性が与えられる。このとき、周期は振り子の振幅によらず、ひもの長さの平方根に比例することが分かる。前者は定性的に、おもりの運動する距離（弧の長さ）が振幅に比例する一方、おもりの速さもまた振幅に比例するため、長さとの速さの比つまり周期が振幅によらなくなる、と説明できる。このことは振り子の運動を良く観察することで理解できるであろう。振幅が大きくなると、高次項が無視できなくなってくる。具体的には  $\theta_m=0.40$  ( $23^\circ$ ) で約1%、 $\theta_m=0.70$  ( $40^\circ$ ) で約3%周期が増加する。振幅が大きくなると、おもりに働く復元力が振幅に比例せず小さくなるため、周期が増加することとなる。

表1における2つ目の「論理的・批判的・創造的思考」については下位項目として「5 見つけた問題の問いが、観察・実験で解決できるものになっているかどうかについて説明する。」「6 仮説が観察・実験で検証できる表現になっているかどうかについて説明する。」「7 観察・実験における条件の制御の仕方や方法等が適切かどうかについて説明する。」「8 観察・実験で得られた結果にもとづいた考察や結論が適切かどうかについて説明する。」を設定している。これらの下位項目に対応させると、「論理的・批判的・創造的思考」の評価規準として、それぞれ「5 問について、振り子の周期を従属変数、振幅、おもりの質量、ひもの長さを独立変数として捉えているか否かについて、根拠を挙げて説明する。」「6 仮説が従属変数を振り子の周期として、また独立変数が振幅、おもりの質量、ひもの長さとして捉えられ、作業仮説として表現されているか否かについて、根拠をあげて説明する。」「7 振り子の周期の求め方や、振幅の変化のさせ方等、測定方法や条件の制御が適切であるか否かを説明する。」「8 分析・解釈において、振り子の周期と振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係に関する仮説に測定値を照らし合わせて、その支持・不支持を検討して結論を得ているか、またその過程において論理の飛躍はないか等について、根拠をあげて説明する。」を設定することができる。

振り子の運動の場合には、物理量としておもりの質量、振り子の振幅、ひもの長さ、および周期がある。前者3つに対する振り子の周期の依存性を知りたいので、前者3つが独立変数であり、周期が従属変数となる。運動方程式を解かなくても、自由落下運動との類推や、振幅を大きくした際のおもりの移動距離と速度の増加の振る舞いなどから、実験結果を適切に考察できるであろう。

3つ目の「メタ認知・学び方の学び」については、下位項目として「観察・実験で問題を解決する過程及び終了後において、仮説の設定、観察・実験の計画・実施・進捗状況・結論を振り返って、説明する。」「新たな問題に対して、仮説の設定の仕方、観察・実験の計画・実施等、既習の問題解決のための考え方や適用の仕方について説明する。」を設定している。これらの下位項目に振り子の運動を対応させると、「メタ認知・学び方の学び」を評価する規準として、それぞれ、「振り子の周期と振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係に関する仮説を検証するための観察計画、手順、得られた結果の整理の仕方、考察、結論までの過程を振り返って、その妥当性や改善等について説明する。」「振り子の周期と振幅、おもりの質量、ひもの長さとの関係に関する新たな問題に対して、仮説の設定の仕方、観察・実験の計画・実施等、既習の問題解決のための考え方や適用の仕方について説明する。」を設定することができる。

振り子の運動に関して、新たな問題をいくつかあげることができる。1つは、振り子の振幅を大きくした場合の運動である。振り子の等時性を導く際には振り子の振幅が小さいという近似を用いている。振幅が大きい場合におもりに働く復元力は、振幅が小さいという近似を入れた場合に比べ、小さい。したがって、振幅が大きくなると周期は長くなるのである。もう1つの問題として、摩擦や空気抵抗の効果がある。振り子は振動を繰り返すうちやがて振幅が減衰し止まってしまう。抵抗により周期は長くなり、失われた運動エネルギーは熱となって散逸するのである。エネルギーの散逸過程ある

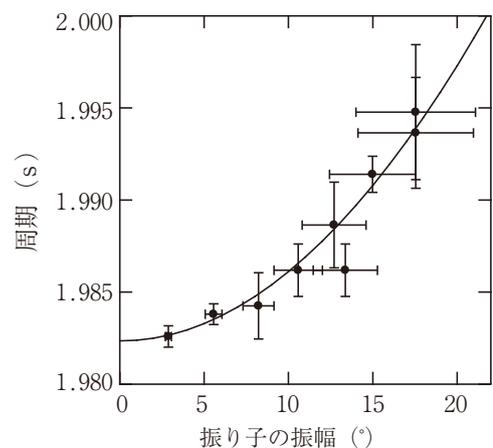


図1 ボルダの振り子における周期の振幅依存性の測定値と理論値。

横軸の誤差棒は、測定中に変化した振幅の範囲を表しており、縦軸の誤差棒は標準偏差を表している。実線は式(2)の理論値を表している。

いは減衰振動について調べてみるのも興味深いであろう。

ここで、振り子の振幅を大きくしていった場合にどのように周期が変化していくのか、2つの測定例を紹介する。実際の振り子の実験においては、摩擦や空気抵抗が小さくなるように工夫する必要がある。先に触れたように、摩擦や空気抵抗があると周期が長くなり、かつ測定中に振幅が小さくなってしまふ。摩擦が極力なくなるように工夫されたボルダの振り子を用いて、振り子の周期の振幅依存性を測定した結果を図1に示す。100周期の時間をストップウォッチで測定し、1周期の時間を求めている。また、この測定を10回行い平均値と標準偏差を得た。なお、直径40.0 mmの鋼球が、ナイフエッジからの長さ955.5 mmの金属線につながっており、振り子の長さは975.5 mmとなる。また、重力加速度を $9.80 \text{ m/s}^2$ として、式(2)の第2項まで計算をした理論値を図1の実線で示している。この図からわかるように測定値と理論値は非常に良い一致を示している。

ボルダの振り子のような高精度の装置を用いなければ、振り子の等時性からのずれを測定することはできないのであろうか。ここでは、学校現場で用いられる一般的な振り子実験機を用いて、周期の振幅依存性を測定する場合を考えよう。このような振り子では振幅の減衰が大きいので長い周期での測定を行うことができない。振り子の周期を測定するにはストップウォッチを用い、例えば10回振動する時間を測り周期を求めるなどすればよいであろう。実際には1.00 mのひもを用いた場合には、周期は2.01 sとなるので、10回振動するのに20.1 sである。時間の測定が0.1 sの誤差で行えたとすると10回の平均を取ることににより、例えば20°を超えてくると等時性からのずれが誤差を超えて現れてくるだろう。図2に一般的な振り子実験機における周期の振幅依存性の測定結果と理論値を示す。10周期の時間をストップウォッチで測定し、1周期の時間を求めている。また、この測定を10回行い平均値と標準偏差を得た。直径19.0 mmの鋼球が、長さ796 mmのナイロン線につながっており、振り子の長さは805.5 mmとなる。重力加速度を $9.80 \text{ m/s}^2$ として、式(2)の第2項まで計算した理論値を図2の実線で示している。測定値は全体的に理論値よりも周期が小さくなる傾向があった。これは測定者がストップウォッチを押すタイミングの系統誤差によるものと考えられる。測定周期が短い場合には、時間測定の系統誤差が表れやすい。いずれにせよ、一般的な振り子実験機においても、振幅が大きくなると周期が長くなる結果を得ることができた。なお、振幅が40°以上になってくると、理論値を求める際に第3項以上の高次項を加えると良い。

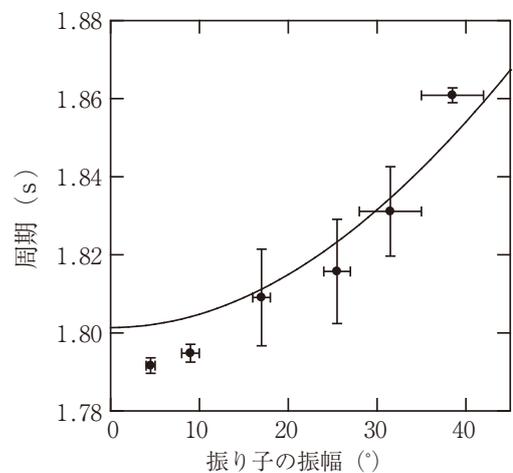


図2 学校現場で用いられる一般的な振り子実験機の周期の振幅依存性の測定値と理論値。

横軸の誤差棒は、測定中に変化した振幅の範囲を表しており、縦軸の誤差棒は標準偏差を表している。実線は式(2)の理論値を表している。

### 3 おわりに

「なぜ、振り子の周期はおもりの質量や振幅の大小によらないのであろうか。」という力学の疑問に対して、理科における21世紀型能力（思考力）は、「思考力」を構成する各要素の評価規準を矛盾なく設定することができる。

振り子の運動方程式を解くことで等時性を示すだけでは味気ない。振り子の運動をよく観察することで、運動の規則や法則を発見し、実験結果を定性的に説明できるようになる。また、本稿で示したように振り子の周期の振幅依存性を注意深く測定することで、振り子の等時性が近似であることに気づく。このような過程を繰り返すことで、想像力や思考力を養うことができる。振り子の運動は「深く考える力（思考力）」の育成に適した教材であるといえる。

### 引用及び参考文献

- (1) 国立教育政策研究所：資質・能力を育成する教育課程の在り方に関する研究報告書1（2015）。
- (2) 小林辰至，後藤顕一：上越教育大学研究紀要35（2016）229-238。

# Nurturing the “thinking power” of the “21st Century’s Ability”: Teaching materials for the motion of a pendulum

Yoshihiro OGAWA\* · Yuji KATSUSHIMA\*\* · Moe UJIE\*\* ·  
Mako MURAYAMA\*\* · Yoshiro SADAMOTO\*

## ABSTRACT

We discuss the motion of a pendulum based on the evolution criteria of the “thinking power” of the “21st Century’s Ability” proposed by Kobayashi and Goto (Bull. Joetsu Univ. Educ., Vol. 35 Mar. 2016). The period of the Borda’s pendulum increased with increasing the amplitude, consistent with the theoretical calculation. Similar results have been observed in pendulums generally used in elementary schools by careful measurements. We notice the breaking of the isochronous of a pendulum in the process of verifying the hypothesis. The motion of a pendulum is a suitable teaching material for nurturing the “thinking power” of the “21st Century’s Ability”.