

[算数・数学]

子どものアイディアや感覚を生かす授業展開における教師の役割 ー第5学年「図形の角」の実践からー

佐藤 優紀*

1 はじめに

わくわくどきどきする教室の雰囲気がある。そんな教室には、ああでもないこうでもない疑問を解決しようとしている子どもがいる。疑問が解決したかと思えば、新しい疑問を発見する子どもがいる。そこにいるのは、自分なりに思いをもって「自ら動き出す子ども」である。

子どもが自ら踏み出したその一歩には、子どもなりの感じ・考え・表し方が思いとしてつまっている。その思いを算数の概念として組み立てていく中で、子どもは学習内容を新たに獲得していく。正木(2007)は「算数をつくる芽はすでに子どもたちの中にある。それを引き出すのが授業者の仕事である。」としている。正木の知見からも、学習内容を身に付けさせるために、子どもの思いと学習内容をつなげていくことが重要だと考える。

子どもが動いた先には、何があるのかわからない。思った通りになる時もあるだろう。無駄になったり失敗したりするかもしれない。子どもが生きる未来に目を向けた時、これからの時代は変化を予測することが困難な時代と言われている。こういった未来を生き抜く人間像について、文部科学省教育課程企画特別部会は次期学習指導要領に向けた論点整理の中で、「社会の変化に受け身で対処するのではなく、主体的に向き合って関わり合い(～中略～)よりよい社会と幸福な人生を自ら創り出していくことが重要である。」としている。私が注目したのは「受け身で対処するのではなく、主体的に」という部分で、長い人生の中で悩んだり立ち止まったりする時もあり、その時、他人に流されるのではなく、自分なりに考えて動くことで、前向きな人生を送っていけると考える。

これらの考え方や社会的背景を概観した時、「自ら動き出す子ども」に迫ることは、算数の学習内容の獲得という面からも、主体的に人生と向き合うという人格形成の面からも、大変重要なことである。

そのためにどういった指導ができるのだろうか。自分の算数授業を振り返ってみると、算数の学習で大事にしてきたのは「階段」のような指導観である。階段の一段一段に学習内容があって、階段を上っていくために、一段前の学習内容を使うというようなイメージだ。これまでの実践を振り返った時、子どもにとってその階段がはじめから用意されていたものか、それとも自分たちで(アイディアとして)積み上げていったもので、子どものやる気の現れ方に違いがあった。子どもが目を輝かせて学習に取り組んでいたのは、自分たちで階段を積み上げていった時ではなかったか。「考えたい」「知りたい」「やってみたい」という素直な感覚が、子ども自身を動かしていたように思う。笠原(2008)は、算数の学習で子どもたちが知識を形成していく過程について「子ども自身が意思決定し、自分たちで知識をつくる」として、自分たちのアイディアで知識を獲得していくことが重要としている。また、中原(1995)は「子どもは数学的知識を、根源的には、子ども自身による心的構成によって獲得する」としている。つまり、子ども自らが考え、知識を創りだしていく授業の実現が知識形成の面からは重要であるということである。笠原(2008)や中原(1995)の知見からも、子どものアイディアや感覚を生かした授業づくりをすることは自ら動き出す子どもに迫るものと考えられる。

こうした授業を実現させるために、笠原(2008)は、数学的に知的に自律できる教室文化を意図的・計画的に目指す教師の役割があることが重要であることを指摘している。しかしながら、前述したような「考えたい」「知りたい」「やってみたい」といった感覚をどう引き起こすか、そしてそれを授業展開の中でどう生かすかについては、まだまだ研究の余地が残されている。こういった心の動きについては心的構成を促す重要な要素であり、授業展開の工夫として教師の役割があると考えられる。

そこで、子どものアイディアや感覚を生かしていくことを重視した授業実践を進めていく中で、どのような授業展開の工夫があったか教師の役割について分析し、授業改善への示唆を得たいと考えた。

* 小千谷市立東小千谷小学校

2 研究の内容と方法

子どものアイディアや感覚を大事にして授業実践を進める中で、実践の子どもの発話・様子を記録する。その中で子どもが自ら動き出す姿が表れた場面を特定し、影響を与えていると思われる授業展開の工夫について明らかにしていく。

3 実践の概要

(1) 期日・内容・対象児童

第5学年、男子18名女子12名に対して平成29年6月に筆者が行った「図形の角」の授業実践である。「三角形・四角形の内角の和」の内容にあたる部分を、自ら動き出す子どもの姿があった授業として特定した。

(2) 身に付けさせたい力

○多角形の内角の和を論理的（帰納・演繹）に推論する力

○図形に着目して数学的な問題を見出したり，獲得した帰納的な考え方や演繹的な考え方を進んで学習に活用したりしようとする態度

(3) 単元計画（8時間扱い）

第一次 三角形・四角形の内角の和・・・・・・・・・・・・・・・・・・4時間－本研究で対象とした部分

第二次 多角形の内角の和・・・・・・・・・・・・・・・・・・3時間

第三次 内角の和を使った発展学習・・・・・・・・・・・・・・・・・・1時間

4 授業の実際

場面1 直角三角形の変化を見て、内角に目を向ける（1時間目）

単元の導入場面である。下の図1のように直角三角形の変化をICTで動的に提示し、「変わるもの・変わらないもの」を見付ける活動に取り組んだ。子どもはそれを見て、角の大きさや辺の長さ、面積が変化していることに気付いた。気付いたものの中で「大きくなっているものと小さくなっているもの」と更に仲間分けをすると、小さくなっているものは1つの角だけであることを見付けた（写真1）。㊦㊩㊨の三角形が書かれたプリントを配り、子どもが見付けたことを確かめる時間を設けた。子どもは直角以外の2つの角に目を向け、角の大きさを調べて図2の表のようにまとめた。

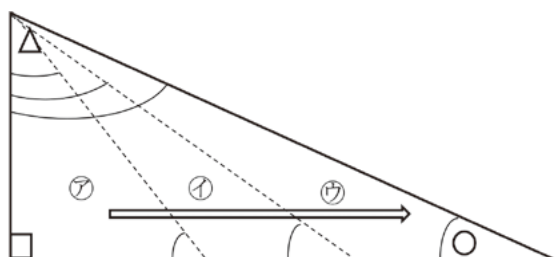


図1 動的に提示した直角三角形



写真1 角の大きさに注目する

	□	△	○
㊦	90度	40度	50度
㊩	90度	55度	35度
㊨	90度	70度	20度

図2 角についてまとめた表

表にまとめると、子どもから「○と△を足すと90度」「3つ全部足すと180度」とアイディアが上がってきた。このアイディアが「直角三角形なら全部そうなるよ。」という意見を受け、㊦㊩㊨以外の直角三角形を各自ノートに書き、調べるようになった（写真2）。実際に調べ、どんな直角三角形でも、「直角以外の2つの角を足したら90度（○+△=90度）」「3つの角を足すと180度（○+△+□=180度）」を本時の発見として黒板にまとめた。発話記録・様子は次の通りである。

C ○と△を足すと全て90度になる。
 C 3つ全部足すと180度。
 C 直角三角形なら全部そうなるよ。
 T 本当？
 C 多分。
 C 調べたい。
 ノートに様々な直角三角形を書き、分度器で調べた。
 C やっぱり○+△=90度
 C 3つの角を足すと180度になったよ。



写真2 アイディアを確かめる子ども

<場面1について>

単元の導入だが、「三角形の3つの角の和を調べましょう。」と言っても不自然だし、子どもは強い興味を示さないだろう。教師から動的に変化する直角三角形が提示されると、子どもは変化の様子を観察し、内角の大きさに目を向けていった。観察する中で、子どもは「○と△を足すと90度」「3つの角を足すと180度」とアイデアを次々と見出している。子どもが自ら見出したアイデア（ $\bigcirc + \triangle = 90$ 度、3つの角の和が180度）に対して、教師が「本当?」と問い返すと、子どもは「多分。」「調べたい。」という素直な感覚で反応し、㊦㊧㊨以外の直角三角形を自分で書いて調べ始めた。適当に書いた直角三角形が自分たちの見出したアイデア通りであることを確認し「やっぱりそうだ。」とアイデアを確かなものとしたことが伺える。

場面2 他の図形の内角の和を考える（2時間目）

子どもが見付けたアイデアの「3つの角を足すと180度」を算数の言葉で「内角の和」と教えた。すると、「長方形の内角の和はわかる。」と子どもの意識は長方形の内角に向かった。これは教師が予定していた一般的な三角形の内角の和の追求とは異なるが、子どもの感覚を生かして学習を進めた。発話記録・様子は次の通りである。

- T その他の図形の内角の和はどうでしょう。
 C 長方形ならわかる。
 C 90度が4つだから、360度でしょ。
 T 出てきて教えて。
 C 長方形の1つが90度で4つあるから360度。
 C 他にもある。
 C 直角三角形2つに分けられるでしょ。
 C え?
 T 「え?」ってつぶやく声があるけど、出てきて教えてくれる。
 C だから、長方形にこうやって線を引くと、直角三角形が2つでしょ。
 ○と△をかいて、 $\bigcirc + \triangle + 90$ 度 + $\bigcirc + \triangle + 90$ 度の式になる。
 $\bigcirc + \triangle = 90$ 度だから、 $90 + 90 + 90 + 90$ で360度ってわかる。
 C あー。

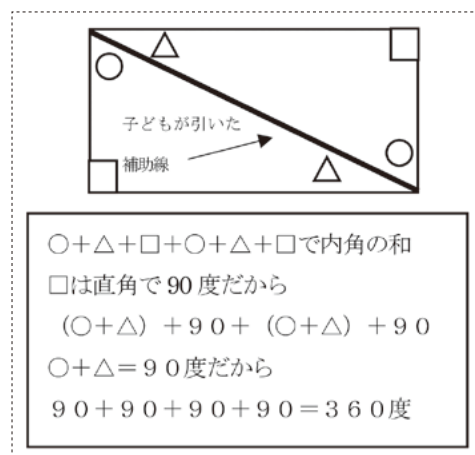


図3 長方形を考え際にまとめた板書

図3のように長方形の内角の和を求め、更に「四角形なら平行四辺形もわかる」と思考が進んだ。アイデアを使おうと、図4の㊦のように補助線を引く子どもがいた。㊦を取り上げると、見付けた「 $\bigcirc + \triangle = 90$ 度」のアイデアを使い、内角の和の求め方を説明した（写真3）。発話記録・様子は次の通りである。

- C 四角形なら平行四辺形もわかる。
 T 平行四辺形もわかると言っていますが（全体に問い返すように）
 （Cのつぶやきを受け、教師は平行四辺形を黒板に書いた。）
 C 同じように線を引けばできるでしょ。
 T 線を引くと言っていますが（全体に問い返すように）
 C 長方形と同じように直角三角形を見付けければいい。

子どもは平行四辺形をノートに書き、各々補助線を引いた。㊦のように補助線を引く子どもを取り上げて、その考えを聞いた。

- C ○と△を書いていくと、こうなるでしょ。
 だから、式にすると、
 $\bigcirc + \triangle = 90$ 度だから
 $\bigcirc + \triangle + 90$ 度 + $\bigcirc + \triangle + 90$ 度は、
 $90 + 90 + 90 + 90$ で360度だよ。

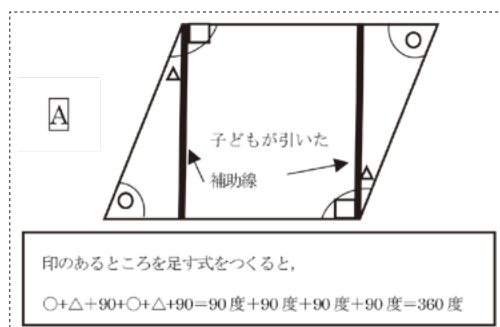


図4 ㊦についてまとめた板書



写真3 アイディアの使い方を説明する子ども

＜場面2について＞

この場面では、「長方形ならわかる。」「平行四辺形もわかる。」と子どもが進む方向を見出している。こうした発言を受け、教師は子どもの思いに寄り添う形で長方形・平行四辺形の内角の和について学習を進めている。

まず、長方形を考えた時、これまでに学習してきた長方形の性質から内角の和を求めている。しかし、「他にもある。」「直角三角形2つに分けられるでしょ。」とのつぶやきから、場面1で見つけた「 $\bigcirc + \triangle = 90^\circ$ 」のアイデアを生かそうとする意識が伺える。どうアイデアを使えばいいかわからない子どももいたが、教師が黒板で視覚化を促すことで、アイデアの生かし方が全体で共有された。ここで、子どもはアイデアの生かし方を見出している。それを裏付けるのが、「同じように線を引けばいい。」「同じように直角三角形を見付けばいい。」と平行四辺形の内角の和を長方形と同様の方法で求めるとの主張だ。こうした子どもの姿から、直角三角形が見つかるように補助線を引けば図形の内角の和を求めることができると、アイデアを生かそうとする思いが見られる。

場面3 平行四辺形の内角の和の求め方を考える（3時間目）

図5のBのように考える子どももいたので、その考えを取り上げた。Bのように考えた時、直角三角形がないため、今までのアイデアが使えない。子どもは困った様子であった。発話記録・様子は次の通りである。

- C 直角三角形ではない？
- C 二等辺三角形？
- C 三角形が見える。
- C 同じように $\bigcirc + \triangle$ ？
- C 直角三角形じゃないから…
- C $\bigcirc + \triangle$ ないよね。
- C 90° じゃない。
- C 二等辺でもない
- C 三角形？
- T やっぱりないよね。

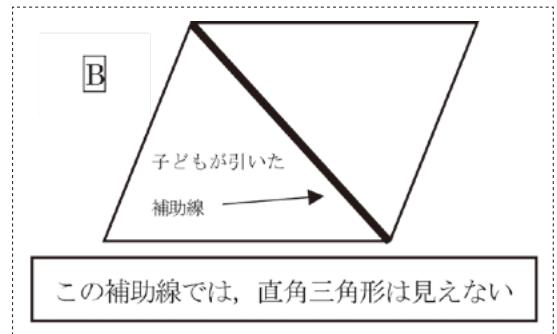


図5 Bについてまとめた板書

子どもは直角三角形にこだわり、見付けようとしていた。しかし、直角三角形は見付からない。机間指導をしてみると、ほとんどの子どもがBをノートに書いて、直角三角形ができる補助線を加えようと試行錯誤していた。すると、「あ！」「あったやん」といったつぶやきがあり、Bに補助線を加え、図6のB'のように内角の和の求め方を説明した。発話記録・様子は次の通りである。

- C あ！
- C あったやん。
- C 線引けばある。
- C あったやん。
- C え？どんな線
- T どんな線を引いたの？描いてみてる？
- C が1つの頂点から垂線（図6の点線）を引く。
- C （更に直角のマークを付け）見える？
- C あー。
- C 反対もじゃない。
- C 直角が2つ見えた。
- C 内角は？
- C 直角三角形だったら、 \bigcirc とか \triangle とか見える
- C $\bigcirc \triangle$ をつけて、 $\bigcirc + \triangle + \triangle + \bigcirc + \bigcirc + \triangle + \triangle + \bigcirc$
- C $\bigcirc + \triangle = 90^\circ$ だから、 $90 + 90 + 90 + 90 = 360^\circ$

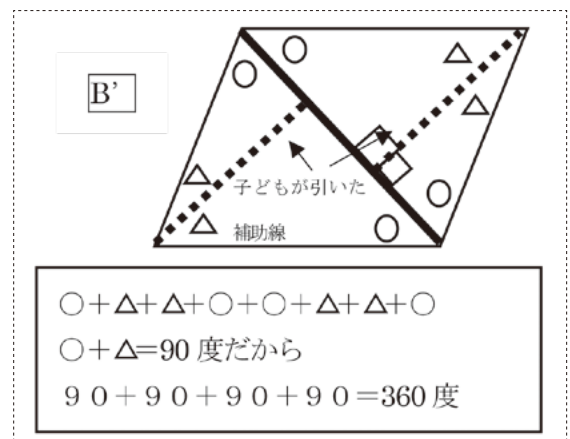


図6 B'についてまとめた板書

＜場面3について＞

図のように考える子どもの考えを教師が取り上げると、はじめは「直角三角形ではない?」「 $\bigcirc + \triangle$ ないよね。」と直角三角形ではないから($\bigcirc + \triangle = 90$ 度の)アイデアが使えないという見解を子どもたちは示している。このつぶやきには、直角三角形にこだわる子どもの思いが伺える。これだけこだわる子ども。教師も子どもと一緒に考えた。すると、「あ!」「あったやん」と直角三角形を見つけた子どもが出ている。図には一見、直角三角形は見えない。しかし、図を見て、「線をひけばある。」という子どもがいる。しかし、「え?どんな線?」とまだ直角三角形が見えない子どももいる。教師が「どんな線を引いたの?」と聞くと、図を使って、頂点から対角線に対して垂線をおろし、直角のマークを付け「見える?」と全体に確認している。更に \triangle や \bigcirc をつけ図のようにまとめると「あー」と納得の声が上がった。こうした子どもの姿から、これまで生かしてきたアイデアを何とかして使おうと工夫する思いが見られる。

場面4 一般三角形の内角の和を考える(3時間目)

場面3からの流れで、図で補助線を引いて出来たのが一般三角形であることに気付く子どもがいた。気付いたことを全体で共有すると「直角三角形の $\bigcirc + \triangle = 90$ 度」のアイデアを図7のように使い、「一般三角形の内角の和が180度」であるとの新しいアイデアを獲得した。発話記録・様子は次の通りである。

- C 普通の三角形やん。
 T えっ?
 C 普通の三角形もわかった。
 T どういうことか教えて。
 C 直角三角形が2つある。
 C 正三角形でもないし
 C ただの三角形は内角の和が180度。
 C 2つの直角三角形がでてる。
 式を立てるとしたら、 $\bigcirc + \triangle + \triangle + \bigcirc = 180$ 度

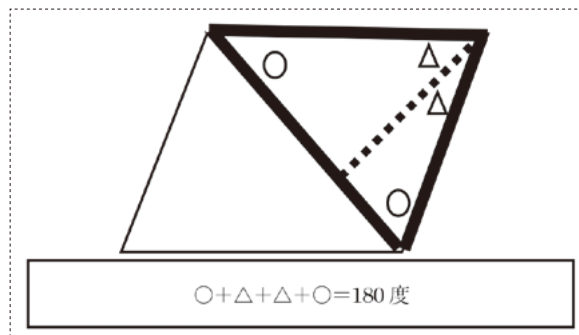


図7 一般三角形の内角の和についてまとめた板書

＜場面4について＞

図で対角線を引いて生まれた三角形が一般三角形であることに気付く子どもがいた。一般三角形の内角の和について考えてきていなかった子ども。「普通の三角形もわかった」というつぶやきを受け、その考えを聞くと、一般三角形は直角三角形が2つ組み合わせてできていることを説明している。

この場面では、教師から子どもに「その他の図形はどうか」と聞かなくても、既に子どもはその他の図形の内角の和を考えようとしていた。新しく何かしたわけではないが、アイデアを生かす形で、一般三角形の内角の和が180度であるという新しいアイデアを獲得している。これまでの学習の流れの中で、子どもが自ら動いていったことで生まれた場面だと見ることができる。

5 子どものアイデアや感覚を生かす教師の役割

(1) 子どもの「考えたい」「知りたい」「やってみたい」を引き出し、学習内容を発展させる余地のある出発点
 本実践について、場面ごとに子どもの姿を整理すると、次の通りである。

- 場面1：直角三角形の内角について、自分たちで見付けたアイデア($\bigcirc + \triangle = 90$ 度)を確かなものとした。
 場面2：他の図形に目を向け、見付けたアイデアを生かして長方形・平行四辺形の内角の和を考えた。
 場面3：平行四辺形に補助線として対角線を引いた場合を考え、アイデアが使えるように工夫した。
 場面4：平行四辺形の中に一般三角形があることから、アイデアを使って内角の和が求められることに気付いた。

本実践をこのように概観した時、[直角三角形⇒長方形⇒平行四辺形⇒一般三角形...]という順で、自分たちが見付けたアイデアを生かし、新たなアイデアとして学習内容を獲得していく姿とみることができる。この姿こそ目指してきた子どもが「自ら動き出す」授業そのものであり、子どもが学習過程をつくったといえる。その要因として考えられ

るのが「直角三角形の内角の関係」を出発点とした教材展開の工夫である。子どもは直角三角形の内角の関係を出发点に、見付けたアイディアにこだわって内角の和を考えてきた。場面4での「普通の三角形もわかった」のつぶやきには、特殊な場合（直角三角形の内角の和）から、より一般的な場合（一般三角形の内角の和）へ子どものアイディアが発展していく瞬間の様相が顕著に表れている。渡辺・有藤・岩崎（2012）は特殊化した場合（不完全な場合）を学習過程に位置づけることで、子どもたちがより一般化したものへと発展させる余地が生まれると主張し、それは結果的に、what if notの考え方を生み出し、主体的な学習を展開する可能性を述べている。つまり、本実践で子どもがつくった学習過程は、特殊な場合（直角三角形の内角の関係）を出発点にしたことで、子どもの「考えたい」「知りたい」「やってみたい」が結果的に導かれ、こうした感覚をもとに、より一般的な場合へと発展していった過程と見なすことができる。ここには「教材展開の工夫」を意図的な教師の重要な役割として見出すことができるだろう。

(2) 子どもの進みたい方向を大事にする。

場面1で教師から直角三角形が提示されているが、それ以降の場面では教師から提示したものはなく、内角の和というテーマの中で、進む方向を子どもが決めて学習していった。授業を展開していく中で教師は、子どもの決めた方向性と付き合っていた。例えば、場面2で長方形、平行四辺形の内角の和を考えることにした局面。教師が予定していた学習内容とは異なっていたが、子どもの意識に寄り添って学習を進めたことで、見付けたアイディアが展開の中でつながっていった。その他に、場面3で対角線の補助線が引かれた平行四辺形に「 $\bigcirc + \triangle = 90^\circ$ 」のアイディアを使おうする局面では、子どもの試行錯誤に向き合ったことで、アイディアの生かし方を深めることになった。こうした局面を見ても、子どもが「～ならわかる。」「～はどうか。」と方向性を見出している時、その方向性に教師が付き合うことは、子どもがアイディアをつなげたり深めたりして学習内容を獲得する過程の中で、重要だと考えられる。

(3) 子どものアイディアが共有されるように具体化を促す。

場面3では、平行四辺形に対角線が引かれた図が取り上げられた。これまで使ってきたアイディア（ $\bigcirc + \triangle = 90^\circ$ ）の生かし方を1人の子どもが主張し、その主張に全体が納得する形で学習が進められた。最終的には全体でその主張が受け入れられているが、はじめは「え？どんな線？」とイメージが共有されていない状態であることがわかる。ここで、教師が「どんな線をひいたの？描いてみてる？」と問い、その思考を視覚化させることを促すことで、アイディアの工夫の仕方を全体で共有することにつながったといえる。こうした教師の対応は一見、当たり前の対応に見えるかもしれない。しかし、これは首尾一貫して行われた子どものアイディアを全員に共有させ、全員が同じ議論のテーブルにつくことをねらった教師の意図的な行為であったといえる。

6 おわりに

実践を振り返り、改めて「子どもはすごい。」と感じる。自分たちのアイディアや感覚を生かし、新たな学習内容にチャレンジし、階段を上っていく。その姿に見とれてしまうのだが、ただ見とれるだけでなく、子どもと一緒にその階段を上る教師の役割について本研究では明らかにすることができた。しかし、子どもが見出した方向性と付き合っていく間に、学習内容から離れてしまうこともあるかもしれない。その時に、どのように対応していったらよいのか今後の研究の課題としていきたい。

引用・参考文献

1. 正木孝昌,「受動から能動へー算数科二段階授業をもとめてー」東洋館出版社, 2007年, P93
2. 文部科学省教育課程企画特別部会「論点整理」2015年8月26日
3. 笠原道宏,「知識の形成過程において集団が合意を行う際に生じる問題点とその際の教師の対応のしかたについて」上越教育大学実践研究第18集, 2008年, PP55~60
4. 中原忠男,「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」聖文社, 1995年, P365
5. 新潟県教育庁中越教育事務所「授業改善のポイント2017」
6. 渡辺勝行, 有藤茂郎, 岩崎浩,「三平方の定理の発見と証明の接続を図る授業デザインの開発研究: 数学的活動の日常化に向けたアプローチ」『数学教育学研究』第18巻 第2号, 2012年, PP123~138
7. 井口浩, 大橋博, 岩崎浩「算数・数学科の問題解決的な授業の質を決定する一要因ー子どもによる問題解決のコントロールー」第44回数学教育研究論文発表会論文集, 2011年, PP129~134