上越教育大学研究紀要　第38巻第２号　平成31年３月
Bull. Joetsu Univ. Educ., Vol. 38(2), Mar. 2019

メタレベルと対象レベルの観点から見た学校数学における文字の利用

布　川　和　彦*

（平成30年８月31日受付；平成30年11月28日受理）

要　　旨

中学校数学における文字の利用や文字式の学習では，数に関わる一般的な陳述の表現や文字式自体を対象とした操作の他に，具体的場面の数量やそれらの関係を表現する場面が見られる。本稿は文字式の利用をメタレベルと対象レベルでとらえようとする先行研究を，具体的場面の数量を表現するというわが国で多用される側面も考慮する形で修正し，その修正された枠組みを用いて小学校算数から中学校１年までの文字式に関わる学習を検討するものである。

その検討の結果，具体的場面に対してメタレベルで利用する経験が算数でも豊かに準備されている一方，中学校でも説明時にそうしたメタレベルが併用されていること，しかし対象レベルへの移行の仕方は曖昧であること，特に文字の変数的利用でその傾向の強いことが見出された。

KEY WORDS
mathematics education　数学教育　　variables　変数
algebraic expressions　文字式　　meta- and object-level　メタレベルと対象レベル

１．はじめに

中学校１年の正負の数の学習において，教科書は計算を支える交換法則や結合法則，分配法則を提示しているが，その際は例えば次のように文字式を用いて提示している：$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$。これら計算法則は小学校４年の算数では□や△，○などを用いて表現された計算のきまりを，文字を用いて再提示したものであるが，どのような数についても成り立つ計算の規則を表現したものとなっている。このように，文字式は数の世界における規則やそこで見られるパターンを記述するという側面があり，この時はまだ文字は演算など操作の対象とはなっていない。これをOldenburg（2015）に習ってメタレベルでの文字式の扱いとするならば，これとは別に文字式自体も操作の対象となる対象レベル（Oldenburg, 2015）の文字式の扱いも想定できよう。

ところで，わが国の小学校算数から文字の使用が本格化する中学校１年の数学における学習を概観すると，計算のきまりを表すだけでなく，具体的場面の数量やそれらの関係を表現するために文字や□を用いる場合も見られる。しかも，具体的場面を表現するための文字や□の利用は，以下で見るように多くの学習において現れ，数学的な文字の利用の仕方を学習することを支えているように見える。また高学年になるにつれ，□が単に答えを書く場所ではなく，「変域を意識して，いろいろな数が入ることがわかり，任意の数として表したり，数と同じように扱うことができるようになっていく」（高松，1987，p.91）との指摘もある。だとすれば，そうした算数での経験も視野に入れて文字の利用や変数の学習の系統を吟味しておく必要があろう。

そこで本稿ではメタレベルの考え方をOldenburg（2015）が例としてあげる数のシステムでの規則を記述することに限定せず，わが国の現状に合わせて具体的場面の表現という側面も考慮した形で修正する。その上で，文字式等のメタレベル的扱いと対象レベル的扱いの視点から，小学校算数から中学校数学における文字等の利用に関わる学習を特徴づけることにより，文字式の対象レベルでの扱い方がどのように準備されているのかを検討することを目的とする。

なお文字についてはいくつかの用法を区別することも多いが（藤本，2007），本稿ではその区別は文字等が用いられる文脈や問題状況に依って変わる（平林，1962）と考えておく。その方が，方程式と関数を関連づけて扱う学習のような場面も考えやすいからである。

*学校教育学系

２．文字等の利用と具体的場面

２．１　メタレベルと対象レベル

前節で触れたようにOldenburg（2015）はメタレベルの代数と対象レベルの代数を区別している。前者は数だけを操作の対象とし，文字は算術の一般的な規則を表現するために用いられるような場合としており，数を対象とするディスコース（Sfard, 2008）が想定されていると考えられる。一方後者では，操作の対象が数だけでなく文字にも拡張され，数と文字から構成されうるすべての式の集合を考えるとしているので，文字自体も対象と見なすディスコースとなり，文字式に対する操作もディスコースにおけるルーチンやナラティブを構成すると考えられる。

冒頭であげた計算法則を表す文字式では文字a，b，cは計算対象ではなく，数の計算で成立していた法則を一般的な形で示すために用いられており，確かに文字式がメタレベルで扱われる場面がある。また同じ中学校１年で文字式の計算や方程式の解法を学習する際には，文字式自体も操作の対象となっており，文字式の対象レベルでの扱いと言える。

数だけを対象とするディスコースで話題となった計算法則を表すという意味で文字式がメタレベルにあるとする捉え方は，上述の場合のように，正負の数で成り立つ計算法則を提示するという場合にはよく当てはまる。しかしわが国の教科書において，最初に文字式が扱われる小学校６年の学習では，数の計算で成り立つ規則を表現するというよりも，具体的場面の量を表現するために導入されている。６年の学習に先立つ□や△を用いた式の利用についても，確かに４年で数の計算規則をまとめる際に用いられる場面もあるが，次節で確認するように，多くの場合は具体的場面の量を表現するために□や△，○が用いられる。

このように考えると，小学校算数でxなどの文字やこれと類似の□などをすでに学習すること，具体的場面の数量を表すために文字や□を利用する経験を持った上で中学校で文字式を学習することといった，わが国の算数・数学教育の特徴を考慮するならば，数の計算規則の表現だけでなく，具体的場面の量の表現という側面も加味して，メタレベルと対象レベルの議論をとらえなおす必要があろう。國岡（1992）が式１+□=3の参照世界として数計算の世界とともに物理的現実世界を考えることや，和田（2016）が式の意味論的認識から統語論的認識への移行に先立ち，問題状況での「答えを導く過程を表す道具として式を用い」る語用論的認識を重視することも，同様の問題意識と考えられる。

２．２　具体的場面と数との関係

具体的場面の量の値は通常，数を用いて表現される。そこで具体的場面との関わりも含めてメタレベルの議論をするために，まず具体的場面と数の関係について考えておく[1]。

小学校１年からの数の学習ではものの多さや水の多さ，テープの長さなどを表現するものとして数を導入し，合わせたり取り除いたり，あるいは同じ個数のまとまりを作ったり均等に分けたりといった具体的場面での操作（operation）に対応する形で加減乗除の演算（operation）の初歩的な部分を構成する。具体的場面の量を表現し，また操作も具体的場面での出来事を表現しているという意味で，これはメタレベルでの数の扱い方である。しかし計算の練習に代表されるように，計算はすぐに独自のルールにしたがって遂行されるようになる。数自体が操作の対象になり，具体的場面の出来事を参照せずに，独自のルールで操作が遂行されるという意味で，これは数の対象レベルの扱い方であると言えよう。このように数とそれに対する操作からなる自律した世界を本稿では数のシステムと呼び，以下S_1で表すことにする。

いわゆる文章問題で数のシステムが用いられる場合には，数のシステムと具体的場面の関係は図１のようになっていると考えることができる。すなわち，具体的場面の必要な量の値を数として取り出し(①)，それに適当な操作を施し(②)，そこから得られる数のシステム内での結果から具体的場面についての新たな情報を得る(③)。つまり，初歩的ながらも数学的モデル化の過程になっていると見ることができる（Nunokawa, 1995)。その結果，例えば137個のクリップと159個のクリップを合わせるといくつになるかをわざわざ数えなおさなくてもたし算を実行することで知ることができ，また合わせた296個のクリップを８人で等しく分けると１人あたりいくつもらえるかをわざわざ分けてみなくても知ることができる，つまり具体的場面での操作よりも容易に具体的場面についての情報を得ることができるようになる。

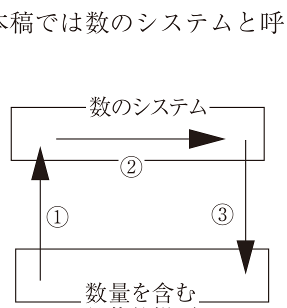

図１：場面と数のシステム

２．３　具体的場面と文字等との関係

数のシステムで処理できるためには，関係するすべての量の値を数で表現できる必要がある。しかし具体的場面の中に何らかの理由でその値を数で表現できない量が含まれている場合も想定される。例えば量の大きさが変化しうる

ので１つの数により表しにくい量や，ある値をとっているはずであるがその値が知られていない量が考えられる。それらをまとめて未定量[2]と呼ぶならば，具体的場面が未定量を含む場合にも数式で処理したのと同様の処理ができるようにするために導入された記号が小学校算数で学習する□，△，○であり，また小学校６年や中学校１年で学習するxやa等であると考えられる。そしてこの時の□やxは数と同様のものとして扱われ，S_1における数の演算を施す対象となり，その結果得られる式も数と同様に扱われ，数と等号で結ばれたりもする。また次節以降で見るように，□やxの値を求める方法が具体的場面での数量関係に基づいて正当化される場合も多く見られる。

つまり，□やxを含むシステムは，数のシステムS_1に未定量を表す記号を加えて拡張したものとみなすことができよう（図２b）[3]。加える記号の個数や種類は明確にはされないが，０から９までの数字に新たな記号を加え，数字で表される数と新たな記号にS_1の演算と同様の操作を施すことにしたシステムを本稿ではS_2と呼ぶことにする。具体的場面の未定量を含む数量を表現したり，そこでの数量関係や出来事を等式や式変形が反映するようにしている間は，文字式の具体的場面に対するメタレベルの扱い方と考えられる。その扱い方が続き，□や文字に数と同じ演算を施すことが自然になってくると，数の計算に見られるパターンを計算規則として捉えたものを□や文字からなる式によって表現することができるようになる（図２c）。この場合S_2の文字式は数のシステムS_1に対してメタレベルで扱われていると考えられるが，これはOldenburg（2015）がメタレベルの代数の例としてあげていたものである。

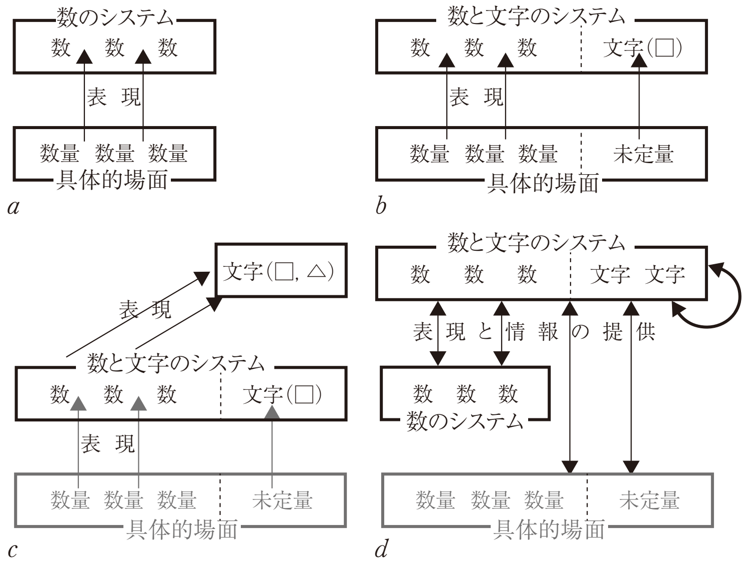

図２：□や文字を含むシステムの異なるフェーズ

文字式の計算練習に代表されるように，文字式自体を操作の対象とし，S_2独自の変形のルールに従って文字式を操作する場合が，文字式の対象レベルの扱い方と考えられる。この場合，具体的場面の数量を表現した文字式に対しても，具体的場面を参照せずにS_2独自のルールで操作が可能であり，そこから数量についての新たな情報が得られるようになる。また中学校２年の文字式による説明のように，数の構造を文字式で表現することで，文字式の操作を通して数についての新たな情報が得られるようにもなる（図２d）[4]。同時に，S_2はS_2の中の出来事を記述することにも用いられる。例えば，中学校の式の計算の学習では$a(b+c)=ab+ac$や$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$が提示されるが，この時の文字の部分は数だけでなく文字式も代入しうる。つまり，S_2での操作の仕方をS_2の式で記述していることになる（図２dの円弧状の矢印）。

３．小学校算数における文字および□等の利用

小学校では６年で文字を学習するが，それ以前でも□等を文字と同様に利用している。これらの学習は中学校での文字の利用の素地と考えられるので，これを図２の枠組みを視点としてその展開を確認しておく。なお以下では学校図書の平成27年度版の教科書を中心に考察し，本稿の視点から重要と思われる他社の教科書の違いを補足する。また算数の教科書では児童に数や式を書かせる場所を指定するために角丸四角を使用しているが，これは含めずに考えておく。

3．1　第２～３学年での□の利用

□の利用は２年ですでに見られる。文章題に対して加法か減法かの演算決定を考える学習で，「わからない数は□でかきます」として，場面の数量関係を□も用いてテープ図に表現させ，さらに27+□=34といった□を含む式も提示している。その上でテープ図や場面の情報をもとに児童に答えを求める式を書かせている。未定量を含む具体的場面の数量関係やそこでの出来事を表現するという点で，数に□を加えた形のS_2のシステムが構成され，その式が具体的場面に対してメタレベルで扱われていると見ることができる（図２b）。

３年になると□を含む式を児童に書かせているが，□の値を求める際には，具体的場面の数量の関係を表すテープ図や言葉の式をもとに□を求める方法を考えており，２年と同様，S_2の具体的場面に対するメタレベルの扱われ方となっている。３年のわり算の学習で15÷3の答えが□×3=15に当てはまる数であるという説明もあるが，この場合も「１つ分の数×いくつ分＝全部の数」と「１つ分の数＝全部の数÷いくつ分」という２つの言葉の式を対比させて正当化しており，具体的場面の出来事をもとに15÷3=□を□×3=15に関連付けている。

なお，啓林館の教科書では３年の□を使った式の学習で，□がいろいろな値をとる場合の式の値を調べさせている。例えばあめが１袋と４個ある場面を考え，この時のあめの個数を□+4と表現し，□が10，11，12，…の時に□+4の値を表に整理する。その結果をもとにあめが18個ならば□はいくつになるかを尋ねている。「わからない数を□として」とあるが，方程式の関数的アプローチに当たる扱いであり，変数に相当する□の利用がされていると見ることができる。

3．2　第４～５学年での□等の利用

３年のわり算の学習に見られた□の利用は，４年以降のわり算に関わる学習で演算決定を助けるものとなる。４年で小数÷整数を学ぶ際，5.7mのリボンを３人で分けるという場面に対し，数量関係をいわゆる４マス関係表で整理するとともに，「１人分の長さを□mとすると，□×3=5.7。だから□=5.7÷3で求められる」という考え方が示され，式が除法になる１つの根拠を与えている。未定量の値を□で表すことで具体的場面の数量関係を一度，乗法で表現することが可能となっている。同様に，４年で倍の計算の学習で何倍かを求める際，□倍とおいて乗法の式を作ったり，５年の単位量あたりの大きさの学習で「１mあたりの重さを□gとして」線分図や乗法の式で表現したりしている。これは数に□を加えたシステムS_2を具体的場面に対してメタレベルで扱っていると考えられる。５年の乗法的構造に関わる学習，つまり小数の乗法と除法，及び分数×整数や分数÷整数，割合の学習でも同様の□の利用が見られる。これらの□は提示された場面では値は確定しているがわかっていないという意味で未定量の値，特に未知数を表している。未定量を□を用いて表し，具体的場面の数量関係を式や数直線，あるいは４マス関係表で表現した後，□の値を求める方法を，数直線などを参照しながら場面の数量関係をもとに考えることが期待されている。またその中で□を×1.5したら4.8になるので□を求めるには4.8÷1.5を求めればよいといった推論が図表の上ででき，乗法と除法の逆の関係を立式の根拠として用いることは期待されているように見える。つまり，□×1.5=4.8と□=4.8÷1.5の関連づけは，場面そのものではないが，場面の数量関係を表す図表をもとに行われており，図２bの状態にまだあると言えよう。

同様の□の利用は面積や体積の学習でも見られる。例えば４年の面積の学習で，面積が40㎠，横の長さが８㎝の長方形の縦の長さを求める際には，縦の長さを□㎝とおいて乗法により立式している。また５年の体積の学習でも直方体の縦の長さと高さ，体積が与えられて横の長さを求める問題では，横の長さを図中で□㎝と表し5×□×20=1000の式を書かせ，そこから□を求めさせている。□は図形の辺の長さを表現するために用いられている。ただし４年で□×8=40から□=40÷8となることは既知として扱われている。さらに５年の体積の学習では5×□×20=1000から□×100=1000，□=1000÷100と変形できることが前提となっているが，ここでは乗法と除法の逆の関係の他に□を含む式での交換法則が適用されている。つまり□を含む簡単な式について，場面を参照せずに一定の規則に従って変形することが，この段階では期待されているように見える。

４年ではともなって変わる量について学習することから，□などの記号を具体的場面の中のいろいろな値をとりうる量を表すためにも用いることになる。例えば階段の場面で「１だんの高さ×だんの数＝下からの高さ」と数量関係を言葉の式でまとめたものを，段数を□だん，下からの高さを○㎝として15×□=○という式で記述している。この式に先立ち，いろいろな段数の時の高さを表にまとめるようになっており，□と○はいろいろな値をとりうる数量を記述するために用いられている。図２bの未定量としていろいろな値をとりうる変量も想定されることになる。中学校の教科書に習い「いろいろな値をとる文字」を変数と呼ぶならば，ここでの□や○も変数と言えよう。ただし階段の段数や枚数など，いろいろな値をとりうることは場面から示唆されている。５年の比例の学習でも１mで90円のリボンを□m買った時の代金○円の関係を□と○を用いて記述している。□も○も「増える」ものとして扱われており，場面中の変量を記述するために用いられていると言える。また５年では２量の変化の様子を表に表す際に見出し

に「高さ□(㎝)」などと□と○を含めており，□と○がいろいろな値をとることが表からも示唆される。なお５年での比例の定義はこの□と○を用いて記述されるが，定義においてだけは○や□は場面の量を表す形にはなっていない。

比例の学習では平行四辺形の高さを５㎝で固定した時に底辺□㎝と面積○㎠の関係を調べたり，直方体で縦５㎝，横３㎝で固定した時に高さ□㎝，体積○㎤の関係を調べたりしている。しかし比例の学習が面積や体積の学習に先立つ教科書では，面積や体積の学習の際にこうした□や○の使い方が見られることになる。さらに４年でかけ算やわり算のきまりを学習する際には，24個のチョコレートを□人で分ける時の１人分を求めるとして□に「いろいろな数を入れて」考えたり，□mのテープを○mずつ切ると３本できるという場面を提示し，□と○に入りうる数のペアを考えたりしている。ともなって変わる量以外の学習でも，こうした変数的な□や○の利用が行われていることになる。

４年ではさらに数の計算のきまりを□等で表すこと，つまりOldenburg（2015）がメタレベルの典型例とする扱われ方が見られる。すなわち，自然数の計算についての交換法則，結合法則，分配法則が，(□+△)×○=□×○+△×○のように，□等を用いて記述される。交換法則と結合法則は２年や３年では「かけられる数とかける数を入れかえても，答えは同じになります」などと言葉により説明されていた。５年で小数の乗法を学習する際にも，これら計算法則が小数の範囲でも成り立つことが確認され，□，△，○を用いてきまりが記述される。これらは図２cのように，○，□，△だけからなるシステムが数のシステムS_1対してメタレベルで扱われていると言えよう。つまりこのシステムは具体的場面に対してではなく数のシステムに対してメタレベルにあり，○×2といった数との併用は想定されていないと考えられる。

５年では同じ大きさの分数について学習するが，分子と分母に同じ数をかけても，また分子と分母を同じ数で割っても，分数の大きさが変わらないことは図３のように□，△，○を用いて記述される。また５年の分数×整数と分数÷整数の学習では，その計算の仕方を図３のようにまとめている。さらに５年では整数どうしのわり算の商が分数で表せることを学習するが，そのまとめも○と△を用いて同様に記述されている。これらも数のシステムS_1で見出されたきまりを表現するために□等の記号を用いている。この用い方では□等の式について計算をすることは想定されていないが，新たに数の計算に適用する際には□等を数で置き換えると考えると，代入という操作の対象にはなっていると見ることもできよう。代入する値は具体的場面を参照することはできないので，S_1に求めることになろう。

$$\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{\triangle\times\square}{\bigcirc\times\square}\qquad\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{\triangle\div\square}{\bigcirc\div\square}$$

$$\frac{\triangle}{\bigcirc}\times\square=\frac{\triangle\times\square}{\bigcirc}\qquad\frac{\triangle}{\bigcirc}\div\square=\frac{\triangle}{\bigcirc\times\square}$$

図３：分数に関わるまとめ

３．３　第６学年での文字の利用

「文字と式」の単元では，まず１個80円のものを１個，２個，５個買った時の代金を求める式を書かせた後，□個買った時の代金を80×□と表させ，「a個買ったときの代金は80×aの式で表すことができます」として文字の利用が導入される。いろいろな値をとる量を表現するために用いられていた変数的な□が文字aに置き換えられている。またいわゆるフレーズ型の文字式により数量自体を表現させている。単元の後半では，このフレーズ型の文字式で表現された量がある値をとる場合に，文字で表された量を求める活動になっている。例えば，折紙の束から７枚を使ったという場面を提示し，残りの枚数をx枚として初めの枚数を式でx+7と表させ，次に初めの枚数が35枚の時に残りの枚数を求めるとしてx+7=35という等式を作らせている。問題によってはxにいろいろな値を入れた場合の表を作らせ，条件に合うxの値を見つけさせている。これは３．１で述べた啓林館の教科書における□を使った式の学習と同様，方程式に対する関数的アプローチ（布川と青柳，2018）に似た活動となっているが，S_2の文字式は具体的場面に対するメタレベルでの扱い方（図２b）となっている。

なお単元の後半で線分図を参照しながらxの値を見出した際に，「たし算の式になる場合，その逆のひき算でxを求めることができます」などとxを求める手続きをまとめている。さらにその後で具体的場面を伴わずに方程式を提示し，逆算をしたりxに順に数を代入したりしてxの値を求める問題が見られる。これは，具体的場面を表現するのではない文字の利用や，場面を参照せずに文字式に対して操作を施すことが行われ始めていること，つまり文字式の対象レベルでの扱い方が生じていることを示している。同様のことは比の学習でも見られる。等しい比の関係を用いて未知の量を求める学習では，具体的場面において考えている時はxを用いていないが，練習問題では場面を伴わず単に2：5＝x：10からxを求めるといった問題が扱われている。

文字と式の学習において，学校図書以外の教科書では，xを含む式の値をyと置いてx×4=yやx×3+350=yなどの式を作らせている。式の形としては関数を表す式となっており，文字を変数的に扱う場面が多く見られる。

６年の早い時期に文字を学習したことで，５年までに□等で行われていたことが文字xやaなどで行われるようになる。分数の乗法や除法の学習，あるいは乗法や除法を用いる速さの学習では，具体的場面の未定量の値を文字xに

より表し，数量関係をxを含む式で表現している。さらに比例と反比例の学習でも具体的場面の変量の値を文字x, yで表し，xとyの式は変量間の関係を表現するものとなっている。２変量の変化の様子を表やグラフに表す際にも，見出しにx(L)，y(㎝)と書かれており，５年の表と同様，文字がいろいろな値をとることは変量の変化から自然に生じている。そして比例の利用の場面では，具体的場面の数量関係を表す式の文字に，ある量の値を代入することが行われる。一方，図３に当たる分数の乗法や除法の計算の仕方や，分数の場合も含む計算法則も，A，B，C，Dの文字を用いて記述される。比の学習では「比がA：Bと表される」時は「比の値＝A÷B」と，文字式を用いて定義がなされる場合が見られるようになる。

以上より，小学校の算数において，未定量を含む具体的場面の数量を□や文字を用いて表現すること，つまり具体的場面に対して数と文字や□を含むシステムS_2をメタレベルで扱う機会は多いと言える。しかも文字の意味としてあげられる未知の数量，既知の数量，変数（三輪，1996）をカバーしている。ただし練習問題の中には，場面を伴わない文字式を扱うものも見られた。また文字や□を含む式から文字や□の値を求めたり，別の式を導く方法は，最初は具体的場面での数量関係やそれを表現した図表に基づく推論に依っているが，それらの経験を背景に，途中からは逆の演算を用いる程度の変形は想定されているように見える。文字や□にいろいろな値を代入することに関しては，基本的には「５個買ったとき」のように「〜のとき」と場面のある状態を考える形で行われるが，練習問題などでは場面を伴わない中でいろいろな値を代入することも一部見られる。このように，文字式に対する操作という点でも，具体的場面に対するメタレベルでの扱われ方が主であるが，S_2の対象レベルでの操作も一部含まれていると考えられる。

４．文字利用の移行部分

本節では文字の利用が本格化する中学校１年の学習において，文字の利用や文字式の操作が，メタレベルと対象レベルの視点からはどのように扱われているかを検討する。この学年での文字式の計算や方程式の形式的な解法，式を中心とした関数の学習では，数と文字のシステムS_2が場面を参照せずに文字式を操作できる状態（図２d）になっていることが前提とされているように見える。小学校算数ではそうした状態の萌芽的なものは見られるものの，十分な移行は中学校１年の学習の中で生じるものと考えられる。そこでS_2が対象レベルで扱われるようなディスコースの成立に注意しながら，中学校１年の学習を検討していく。なお本節でも基本的に学校図書の平成28年度版を中心に考察し，この検討の点から見て重要な差異があると考えられる場合に，他社の教科書で補うこととする。

４．１　文字式の学習に見られるメタレベルと対象レベル

中学校１年の文字式の学習では，最初は小学校算数と同様に，具体的場面の未定量を表すためとして文字が導入される。また様々な具体的場面を提示することで$60\times a+100\times b$のような２文字を含む式を導入したり，速さや割合，面積の公式を表す文字式など多様なタイプの文字式が扱われることになる。ここでは，文字が数と同様のものであることが前提とされた数と文字のシステムS_2が，具体的場面に対してメタレベルで扱われている。しかし他方で，切手の枚数が（$3\times a$）枚で表されることを考えさせた後，$3\times a=3a$となること，つまり乗法の記号×は省かれることが示される。乗法の記号を省くというルールは数のシステムS_1にはないものであり，さらには□の式と文字式とで異なる点（國岡，1992）でもある。また乗法では同時に，数と文字の積の場合には数を文字の前に書くというルールも提示される。算数では被乗数と乗数の順序はむしろ具体的場面での意味に基づき，例えば１当たりの量を先に，いくつ分を後に書いていた。中学校の学習では数や文字がどのような量の値を表すかは問われず，数か文字かにより順序が決められることになる。具体的場面やS_1にはないS_2独自のルールの導入は，S_2が対象レベルで扱われるようになる移行の一部と見ることができる。さらにその後，$3a$であれば３は係数と呼ばれ文字とは区別される。そしてその区別が$5a+3a$などの和を考える際に重要な役割を果たす[5)]。これらはS_2に特徴的な用語の利用であり，S_2の文字式に対する操作をルーチンとし，その操作をS_2のルールにより説明するようなナラティブを含む新たなディスコースが形成されつつあることを示唆する。そして文字式の表し方に関わる練習問題のほとんどは具体的場面を伴っておらず，S_2のルールに沿っての操作が期待されており，S_2の対象レベルでの扱い方が前提とされていると見ることができる。

同様に，文字式では除法の記号÷を用いず分数で表すことについても，「きまり」として導入がされている。ただし，$x\div 3$は$x\times\frac{1}{3}$と同じことなので$\frac{x}{3}$は$\frac{1}{3}x$と書くことがあると注記をしている。正負の数の学習では割ることは「逆数をかけることと同じである」とまとめていたので，S_2のルールを数のシステムのルールと関連づけ，それにより正当化しようとするものであり，除法の表し方を「きまり」としていたのとは異なり，S_1の拡張としてS_2を構成しよ

うとするようにも見える。また除法の表し方を導入する際にも，大日本図書と日本文教出版では整数÷整数の商が分数で表せたことを欄外に示しており，このルール自体もS_1の拡張の点から正当化している。

同類項の加法や減法については，縦a，横３の長方形と縦a，横２の長方形の差を考える中で，係数の加法や減法をすればよいことに気づかせている。これは具体的場面での操作により文字式の計算を正当化するものであり，具体的場面に対する文字式のメタレベルの扱いと見える。しかし同時に，分配法則を使って計算をすることができるとも説明している。これはS_1で成り立つとしていた分配法則がS_2でも成り立つとの前提に立ってS_2の計算の仕方を決めるものであり，S_1の拡張としてS_2を構成するものである。なおその直後には$7a+5-a-8=6a-3$の場合は「$6a$と-3はまとめられない」との説明をしているが，これはS_1にはないS_2独自のルールである。つまり，これら一連の学習には，S_2における文字式の操作の仕方に対して，３つの異なる正当化の仕方を見ることができる。

なお同類項の和について，東京書籍は右の面積を求める具体的場面を，啓林館は長さがxの５倍と３倍のテープをつなげる具体的場面を提示して計算の仕方を正当化するが，分配法則には言及していない。その意味でよりメタレベルでの扱いに依存した説明となっている。ただし啓林館では計算の仕方を$mx+nx=(m+n)x$と文字式でまとめており，S_2のルールをS_2により表現することも行われている。

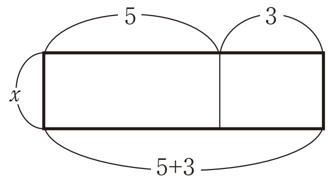

図４：同類項の和の説明

$(a-7)+(2a+5)$といった１次式どうしの加法と減法についてもそれぞれの長さが１次式で表現されるリボンを提示すると同時に，２つの１次式を縦に並べて筆算のように計算する仕方を提示している。前者では具体的場面の操作により文字式の計算を正当化しており，後者では文字を含む項と含まない項の違いを数の位の違いに類似のものと考えさせ，数の計算をもとに文字式の計算を理解することを期待したものと考えられる。なお教育出版，啓林館，数研出版，東京書籍の教科書では，具体的場面を提示せずに計算の仕方だけを示している。また啓林館の教科書はマイナス記号－の後の括弧の外し方の説明で，小学校４年での学習を想起させており，S_1の拡張として位置づけている。

$4a\times5$といった１次式と数の乗法についても具体的場面を出すとともに$4a\times5=4\times a\times5=4\times5\times a$とする変形を示し，$S_1$のルールである結合法則および交換法則が$S_2$に拡張しても成り立つことを前提として考えさせている。啓林館と数研出版では文字式の変形だけを示し，S_1の拡張としての正当化に特化している。$2(x+4)$のような数と１次式の乗法についても同類項の和と同様の図を示すとともに，分配法則を用いることを述べて$2(x+4)=2\times x+2\times4$と括弧をはずすとするが，教科書によっては分配法則を援用して計算の仕方だけを示している。

文字式の学習では式の計算のほかに，式の値に関わり文字に数を代入する操作も扱われる。最初は具体的場面の数量を文字式で表し，その場面の「50個つくるとき」といった特定の状態の時の数量を求めるために，変量を表す文字をその状態を表す値で置き換える。そして「式の中の文字を数でおきかえることを，文字にその数を代入するとい」うことを説明する。しかし後では，$x=-2$のときの$3x-5$の値を求めるなど，具体的場面を伴わない文字式において，文字に数を代入する問題が扱われている。代入に関してもメタレベルの扱いからS_2内で操作を行う対象レベルへの移行が試みられていると言えよう。ただし多くの教科書では，１つの式に対して文字の１つの値を考える問題となっており，せいぜいで２つの値を考える問題が見られる程度である。なお啓林館は小単元末の練習問題であるが，「nの値が-3から３の整数のとき，$2n$と$2n+1$の値をそれぞれ求め」て表にまとめるという問題を，また大日本図書と日本文教出版では１つの式に対してxの３つの値を代入するという問いが見られる。

以上のことから，中学校１年の文字式の学習では，文字式の操作について以下のような３通りの正当化が併用されていると見ることができる：(a) 具体的場面に対するメタレベルの扱い方による正当化；(b) 数のシステムS_1のルールの援用による正当化；(c) S_2独自のルールとしての導入。そして練習問題では具体的場面を伴わないことが多く，S_2が対象レベルで扱われることが期待されている。

４．２　方程式の学習に見られるメタレベルと対象レベル

文字式の学習ではフレーズ型の文字式について対象レベルでの扱い方への移行が既に期待されていたが，方程式の学習ではセンテンス型の文字式について改めて文字式の学習と同様の展開が繰り返されているように見える。

まず単元冒頭で具体的場面の数量関係を文字式で表すことにより方程式の概念が導入される。最初は１元１次方程式のxにいろいろな値を代入して等式を成り立たせるxの値を見つける。このとき方程式は具体的場面の表現として生じているが，場面に応じてx gとは言わず，代入についても「この式の両辺のxに１から５までの整数をそれぞれ代入して」と，１個の時，２個の時という場面を参照した語り方はしていない。練習問題では場面を伴わない方程式が提示され３つの数から解を選ばせたり，４つの方程式を提示し解が２であるものを見出させたりしている。ここでは代入の操作が行われるが，具体的場面は提示されず，S_2の文字式を対象レベルで扱うディスコースでの活動となっている。

等式に対する操作についても，最初は天秤の左右の釣り合いをくずさずに行える操作を考え，それを文字式により記述することで等式の性質が定式化される。そしてその後は，等式の性質を用いて方程式の解を求めることが期待されている。つまりこの場合も具体的場面に対してメタレベルで方程式を扱い，場面での操作を表現する形で文字式に対する操作が規定されるが，直後には方程式を対象レベルで扱うことが期待され，新たにS_2のルールとされた等式の性質にしたがって方程式を変形するという，S_2を対象レベルで扱うディスコースでの活動に移行している。そのため移項を正当化するナラティブもS_2のルールだけに依拠する形となる。小学校で具体的場面の数量関係やそれを表現した図表に基づく推論により逆算を施すことが示唆されていた時よりも，S_2を対象レベルで扱う新たなディスコースの活動として徹底されている。また比例式から文字の値を求める場合も，小学校６年では具体的場面から後項を５倍にしたとき前項も５倍にすると等しい比になるといった操作を見出しているが，中学校では等しい比の定義に基づき等しいならば比の値が等しいとして方程式を作り，そこに等式の性質を適用して文字の値を求めている。S_2の中で比の相等を形式的に決め，S_2を対象レベルで扱うディスコースのナラティブにより比例式の解き方が正当化されている。

方程式の学習では１元１次方程式の解法についていくつかの式変形の仕方を学ぶが，それらは括弧を含む場合や係数が小数や分数の場合などであり，基本的には交換法則，結合法則，分配法則および等式の性質を用いた形式的な変形となっている。これら計算法則も文字式の学習の中でS_2のルールと見なすとされてきたので，これらの解法もS_2の文字式を対象レベルで扱うディスコースの中での活動である。

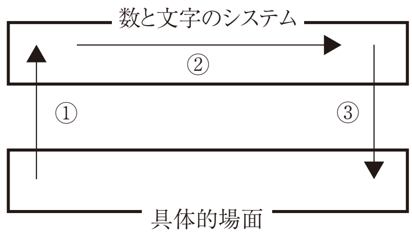

図５：方程式の利用と２つのディスコース

このようにS_2について対象レベルでの扱い方が確立され，具体的場面に対してメタレベルにある存在と区別されることは，結果として単元終末でとりあげられる方程式の利用の考え方を明確なものとしている。方程式の利用は図５の過程として見ることができる（*cf.* 三輪，1996; Nunokawa, 1995）が，具体的場面の数量関係を方程式により表すこと（①）と得られた解から具体的場面に関わる情報を得ること（③）では数と文字のシステムS_2を具体的場面に対してメタレベルで扱っている（図２dの両方向矢印）。これに対し方程式を解いて解を求める過程（②）ではS_2を対象レベルで扱っており，２つのレベルの違いを利用者が念頭に置くことで，具体的場面に対して方程式を利用する際のメカニズムが明確化される。またS_2の文字式に対する対象レベルでの操作が行えるからこそ，具体的場面での操作だけでは得られにくい情報が方程式により得られる可能性を持つことができる。

４．３　関数領域の学習に見られるメタレベルと対象レベル

中学校１年の関数領域の学習では，変数及び関数の概念の導入と，比例と反比例の学習が行われる。この単元でも最初は具体的場面が提示され，場面中の変量の値を文字x, yで表して表を作った後，「x, yのように，いろいろな値をとる文字を変数という」として変数が導入される。またこの変数x, yに対して「xの値を決めると，それに対応するyの値がただ１つ決まるとき，yはxの関数であるという」として関数の概念も導入される。その後，関数であるかを判断する問題が続くが，すべて具体的場面を伴うものとなっており，ここでの文字は具体的場面に対してメタレベルで扱われている。変域についても場面を参照して導入されるが，変域の練習問題では具体的場面を伴わない形で「xの変域が10以上である」などの条件を不等号で表現するものとなっている。ただし「xが10以上」を$x \geqq 10$と書き直すだけであると，xのいろいろな値を考えるとは限らないことになる。

比例の学習に入ってからも具体的場面が提示され，比例の式$y=2x$なども具体的場面の数量関係をこの式で「表すことができる」として語られるので，文字式は具体的場面に対してメタレベルで扱われていると言えよう。ここでは$\frac{y}{x}$が一定になることも確認されるが，$y=ax$の式の両辺をxで割って$\frac{y}{x}=a$と示すのではなく，具体的場面について作成した表から見出されるきまりとして扱われる。また小学校算数では比例の定義とされた「xの値が２倍，３倍，４倍，…になると，yの値も２倍，３倍，４倍，…になる」は性質の１つとして取り上げられるが，これも$y=ax$の式から説明されるのではなく，具体的場面について作成された表から見出されるきまりとして扱われる。つまりS_2の式を対象とするディスコースでのナラティブは成立していない。

比例定数が負の場合も具体的場面を伴って説明がされるので，文字式のメタレベルでの扱いが続くことになる。その後の練習問題で初めて場面を伴わずに式だけで４つの関数が提示され，yがxに比例するものを選ばせている。ここでは式の形に基づいて判断することが期待されており，数と文字のシステムS_2の中だけで初めて比例が語られたことになる。また直後に１組のx, yの値から比例の式を求め，その式から$x=-5$の時のyの値を求めるという問題が扱われるが，ここでも場面を伴わずに式中の文字への数の代入と等式の性質に基づく式の変形だけが行われており，S_2の式を対象とするディスコースでの活動となっている。こうした活動が挿入されたことで，その後のばねの伸び

に関する問題は，方程式の利用と同様，図５の図式に沿ったものとして見ることができる。

なお以上の比例の導入までの学習については，教科書による違いが見られる。教育出版と大日本図書では具体的場面を用いて考えた直後，比例を定義する前に，場面を伴わずに$y=3x$や$y=5x$の表を完成させる活動を挟んでおり，文字式の対象レベルの扱いと見ることもできよう。啓林館，数研出版，東京書籍，日本文教出版は比例定数が負の場合を学習する際に，具体的場面は提示せず，すぐに$y=-2x$などの表を作らせており，ある意味では，比例定数を負の範囲に拡張することはS_2の中で行われているとも言える。数研出版は比例の導入においてすでに具体的場面を用いず，x, yの対応を示す表を提示している。ただし変域を負に拡張する場面では具体的場面を提示している。

座標について学習した後，比例のグラフの学習に入るが，この時は具体的場面は提示されず，しかもxにいろいろな値を代入した表を考えたり，そこからグラフをかくことが求められる。これ以前には場面の数量関係を表現する（図６の①）こともあった比例の式は対象レベルでのみ扱われるようになったことになる。比例の式が具体的場面に対してメタレベルにあるときは，具体的場面の変量が変化することでいくつもの状態が生じ（図６の②），その値もいろいろな数となる（図６の③）ので，変数の背後に常に想定される数の集合（真野，2011）が自然に生じることとなる。またある特定の状態の時の従属変数の値を式から求める際にも，その状態の数量の値に当たる数を独立変数に代入することを具体的場面を背景に行うことができる（図６の④）。しかし場面を伴わない場合はこうした場面の表現から示唆される自然な数の集合や代入の行為は生じないので，数の集合を利用者自らが設定し，数を式の変数に代入する必要が出てくる（図６の④’）。グラフを学習する導入部では図６の右の状態になっていることが期待されていると見ることができよう[6)]。

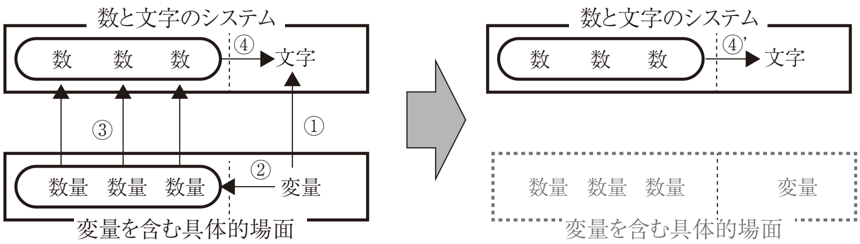

図６：具体的場面から派生する数の集合とシステム内で生成される数の集合

５．対象レベルの成立から見た中学校の文字式関連の学習

第４節の検討より，中学校では数と文字のシステムS_2を算数と同様に具体的場面に対してメタレベルで扱う形で導入するものの，主に直後の練習問題からは具体的場面を伴わずに文字式を提示するようになり，対象レベルでの扱い方が前提となっていると考えられる。これについては二つの可能性がありうる。一つは，メタレベルから対象レベルへの移行は容易であり，メタレベルで説明したものは対象レベルですぐに扱えるという可能性であり，もう一つは，文字式の練習問題や解法に沿って方程式を解くことがメタレベルから対象レベルへの移行を促すという可能性である。

メタレベルでは文字式が具体的場面の数量のパターンを記述し，対象レベルでは文字式が表すパターン自体が操作や考察の対象になるとも考えられる。パターンの記述からパターンの対象化への移行はある種の視点の移行を伴い，必ずしも容易に移行するとは限らないとされる（布川，2016a）。例えば図形の学習では学習者の直面する困難がこの移行の問題として論じられてきている。また理解が十分でないとされる分数については，小学校３年生の教科書においてその移行に向けた過程が明らかではない部分が見られる（布川，2016b）。さらに本稿でも見てきたように，文字式の扱い方のメタレベルから対象レベルへの移行は，あるディスコースへの参加から別のディスコースへの参加という変化とも考えられる。つまり，どのような説明の仕方が受容されるかのナラティブも変わってくる。具体的場面の数量関係やそれを表現した線分図などに基づいてある式から別の式を導くことを正当化することが認められていたものが，ルールに沿って新たな式の形を生み出し，それをルールに基づいて正当化するという説明の仕方だけが受容されるようになる。その背景には，対象レベルでの文字式は，具体的場面の数量といった表現するものを伴わずに提示されるという変化がある。

文字式の扱い方のメタレベルから対象レベルへの移行が１つのディスコースから別のディスコースへの移行であ

り，文字式の計算や方程式の解法を遂行する中で文字式を操作することが移行のための機会であるならば，その役割や効果をレベルの移行という観点から改めて検討してみる必要があろう。あるいは新たなディスコースへの参加であり，文字式に対する視点が大きく転換するとするならば，その転換を教師が意図的に行い，学習者が新たなディスコースに入るという意思決定をできるよう支援する必要があるかもしれない（Dörfler，2002)。つまり文字の入った式を対象レベルで扱うという移行を行うこと，それを対象とするディスコースではどのようなナラティブが期待されているかを，明示的に示すことも検討してみる必要があろう。また文字式に関わり生徒が直面するとされる困難（例えば清水，1998）も，ディスコースの変更という観点から検討し直してみる必要性が示唆される。

数と文字のシステムS_2を数のシステムS_1の拡張と位置づけ，中学生はS_1を対象レベルで扱えるであろうことを前提として，その延長にS_2の対象レベルでの扱い方が成立すると考えることもできる。その場合には，拡張としての位置づけを明確にした展開が意図的に行われる必要がある。この点から，文字式の計算の仕方を説明する際に３通りの正当化のタイプが見られたことは重要と言える。１つの操作の説明に複数のタイプが混在している場合や，S_1の拡張であるかのような説明やS_2独自のルールだとする説明の後で，具体的場面を参照した説明が再び現れたりする場合，多面的な説明により学習者の理解を深めることも期待されるが，他方で対象レベルでのS_2をどのような仕方で構成しようとしているのかが曖昧になる可能性も考えられる。こうした点から文字式に関わる説明のあり方を検討することもできる。

本稿では代入も文字に対する１つの操作ととらえた上で，代入という操作にも具体的場面に対してメタレベルで行われる場合と，対象レベルとしてS_2の中で行われる場合のあることを見てきた。特にメタレベルでは具体的場面から自然に生じていた数の集合を，対象レベルでは変数の利用者が自ら設定する必要が出てくる点に違いがあった。関数に関わる活動においても具体的場面を伴う場合と伴わない場合で生徒の様子に違いが見られるとの指摘もあり（布川，2018)，そうした関数の学習の様子を，代入のメタレベルと対象レベルの違いの観点から吟味する必要もあると考えられる。

６．おわりに

本稿ではメタレベルの代数と対象レベルの代数という観点を，わが国の算数・数学教育の現状に合うように，具体場面に対するメタレベルを追加して修正するとともに，その修正された観点をもとに，小学校２年の□を用いた式の学習から中学校１年で文字式が利用される３つの単元までに見られる文字や文字式の扱い方を，教科書の記述に沿って検討してきた。その結果として，小学校では具体的場面に対するメタレベルにおける扱い方について多くの経験が準備されていること，中学校では導入時にはメタレベルでの扱い方もなされながら，直後の練習問題などでは対象レベルの扱い方が期待されている場合のあることも見出された。メタレベルと対象レベルへの移行が期待される際に，こうした学習活動の展開が適切なのか，あるいはこの展開の中で移行が行われるための要件は何かなどを考えることは今後の課題となろう。これは文字式に関わる二重性（Sfard, 1991）から想定される課題とは別のものであると考えられる。

特に変数においては文字式の計算や方程式の学習と異なり，具体的場面を伴わない式を対象レベルで扱う経験があまりされないうちに，式で与えられた比例のグラフをかくという対象レベルの扱い方を前提とする学習が行われている。算数との違いだけでなく，文字式や方程式の学習との違いも関数領域の学習を検討する視点となりうるのである。

謝辞：本研究は科学研究費助成事業・基盤研究(C)（課題番号：16K00954）の助成を受けて行われたものである。

注

1）算数で学習する図形は具体的とは言えないかもしれないが，紙の上に描いたり画用紙で作ったりするとともに，数や文字によりその長さや面積を表現するという意味で，具体的場面に含めて考えておく。

2）原亨吉はデカルトの「幾何学」の翻訳においてquantité inconnueを未定量と訳しているが，その使われ方を見ると，例えばちくま学芸文庫版p.33の事例では，未定量は軌跡の方程式の変数に相当しているように見える。そこで未知であることと変化することを併せて扱う用語として未定量を用いておく。

3）具体的場面の数量を表現することの延長に新たなシステムができたことから，これはS_1の拡張と考え，多項式環の構成の

ように係数となる環と不定元の記号とから形式的に線形結合を作るのとは別の発生の仕方と考える。

4）数のシステムS_1が具体的場面と同様に考察の対象となるという点からは，小学校4年で計算のきまりを改めてまとめることに加え，5年で倍数や約数という数の集合を対象とした学習をすることは，□等を用いていないものの文字式の学習の1つの素地とも考えられる。

5）S_1の拡張としてS_2を作った時とは異なり，係数と文字の区別やそれに基づく計算は多項式環の規定を想起させ，文字は数とは同等ではないというニュアンスが感じられる。多項式環では文字xは「記号としての意味が非常に強く」（田原，1977），係数とは性質が異なり，多項式の和は同次の項の係数の和として定義されている。

6）変数が本来は背後に数の集合を想定しているとすれば，中学校1年で正負の数を学習する際に数の集合について学ぶことも，変数の学習を支えるものとして重要である。また小学校5年で公倍数と公約数を学習する際にベン図が用いられることも関連する可能性があろう。なお圓井（2009）は小学校4年の「変わり方」の授業の実践で，2つの集合の間の対応を示すような図を用い，有効であったとしている。

引用文献

Dörfler, W. (2002). Formation of mathematical objects as decision making. *Mathematical Thinking and Learning, 4* (4), 337-350.

藤本義明．(2007)．文字式の導入の指導について．愛媛大学教育学部紀要，*54* (1)，83-90．

平林一榮．(1962)．「変数」について．中学校教育研究（広島大学教育学部附属中学校），*10*，35-44．

國岡髙宏．(1992)．□の式，文字式の解釈と理解．兵庫教育大学研究紀要第3分冊自然系教育，生活・健康系教育，*12*，47-58．

圓井大介．(2009)．文字式の初期指導の□や△の指導についての実践研究：変数の考えを重視して．岡山大学算数・数学教育学会誌パピルス，*16*，19-25．

三輪辰郎．(1996)．文字式の指導序説．筑波数学教育研究，*15*，1-14．

Nunokawa, K. (1995). Problem solving as modelling: A case of augmented-quotient division problem. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 26* (5), 721-727.

布川和彦．(2016a)．「数学=パターンの科学」の考えを視点とした算数から数学への移行についての考察．日本数学教育学会誌，*98*(4)，3-14．

布川和彦．(2016b)．対象把握のためのディスコースと学習のパラドクス．日本数学教育学会春期研究大会論文集，*4*，49-56．

布川和彦．(2018)．具体的場面の数量関係と学習の対象としての関数．日本数学教育学会春期研究大会論文集，*6*，105-112．

布川和彦，青柳潤．(2018)．1次方程式の学習に見られる変数的な扱い．上越数学教育研究，*33*，1-10．

Oldenburg, R. (2015). Algebra at the meta and the object level. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 6* (3), 366-379.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 1-36.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing.* New York, NY: Cambridge University Press.

清水明子．(1998)．代数初学者の文字式に対する認識．名古屋大学教育学部紀要：心理学，*45*，55-63．

真野祐輔．(2011)．変数性に関する概念変容の数学史的背景：擬変数の機能の考察を中心に．数学教育研究（大阪教育大学），*40*，71-87．

田原賢一．(1977)．変数とその指導について．愛知教育大学教科教育センター研究報告，*1*，45-50．

高松初恵．(1987)．変数の理解にみられる子どもの行動について：誤答の分析を中心にして．上越数学教育研究，*2*，85-96．

和田信哉．(2016)．小学校における式の意味論的認識に関する研究：代数的推論の観点から．鹿児島大学教育学部研究紀要・教育科学編，*67*，1-11．

The Uses of Variables at Meta and Object Levels in School Mathematics

Kazuhiko NUNOKAWA*

ABSTRACT

Oldenburg (2015) distinguished two levels of algebra, meta-level algebra (MLA) and object-level algebra (OLA). At MLA, variables and algebraic expressions with variables are used to “talk about numbers” and it is assumed that “they stand for numbers.” “They come into play, when we wish to make general statements” or express general facts about numbers. On the other hand, at OLA, variables are considered “as objects in the universe under discourse” and “can be manipulated by processes in the theory.” Seeing the elementary and secondary mathematics textbooks in Japan, however, we can find many cases where variables and algebraic expressions with variables are used to talk about more realistic situations and the quantities in those situations. In order to use the MLA-OLA framework to examine mathematics learning in Japan, it is necessary to modify the framework to include the algebra at meta-level with respect to more realistic situations.

This paper attempted this modification and used the modified version of the framework to examine the uses of variables and algebraic expressions in Japanese elementary and secondary mathematics textbooks. In Japan, while second grade students learn how to use small squares (□) to represent unknown quantities in realistic situations, seventh grade students need to manipulate algebraic expressions with variables as objects in order, for example, to solve equations and to explore functions. Therefore, the uses of variables and algebraic expressions from second- and to seventh-grade textbooks were investigated, especially focusing on the transition from MLA with respect to realistic situations to OLA.

The results showed the followings: (a) even elementary students can have a rich experience of treating variables and algebraic expressions at meta-level with respect to realistic situations; (b) the textbooks for 7th grade students still utilize MLA with respect to realistic situations to validate some algebraic operations; (c) the transition from MLA with respect to realistic situations to OLA seems basically left up to exercises in algebraic operations; (d) opportunities for the transition are scarcer in substitution of numbers for a variable than in algebraic calculations and equation solving. These results imply that we should pay more attention to the transition phase so that students can step in the new OLA-based discourse.

* School Education