

数学授業における教師と教材の役割に関する一考察

—社会的構成主義及び生態心理学の知見から得た知識観に基づいて—

武田 太久実

上越教育大学大学院修士課程 1 年

1. はじめに

数学の哲学である「社会的構成主義(Social Constructivism)」を数学教育の哲学として確立した P. Ernest 氏の文献が我が国に与えた影響は大きい。氏が提唱した社会的構成主義は 1990 年代, 我が国の数学教育学研究においてもこの哲学的立場が評価された。具体的には, 中原(1994), 高橋(1994), 佐々木(1994), 高橋(1996)などがある。こうした背景には湊・濱田(1994)の論文が与えた影響が大きかった。湊・濱田(1994)は, 長年に亘って国内の数学教育に広く流布してきたプラトンの数学観は, 実存主義の立場から定義される主体的学習を保証しないことを明確に指摘している。氏らは明言をしていないが, 我が国で望ましいとされ社会的構成主義に応じる自力解決・討論型授業(e.g. 湊 2018)が主体的学習を保証する。そして氏らの研究を発展させる形で高橋(1996)は主体的学習と社会的構成主義が整合的關係にあることを示した。

また近年では松島(2013,2014), 橋本・渡邊(2017), そして湊(2017)がある。氏らの研究は協調的問題解決, 数学的リテラシー, 算数概念の同定とあらゆる領域で社会的構成主義の視点から数学教育学研究に重要な示唆を与えた。こうした動向から, 社会的構成主義が数学教育学研究におけるあらゆる領域で重要な哲学的視点となっていることが分かる。

このように国内で関心高い P. Ernest 氏の社会的構成主義を数学教育の哲学としてさらに発展させるためには, 数学学習の重要な要素である「教師と教材」についての認識論的議論が残されている。特に「教材」は後述するように多くの対象を含むものであり, 学習者とともに数学学習を捉える上で重要な要素の 1 つである。また, 教材はそれを生み出す教師とは知識の視点から乖離できない関係にある。そのため, 数学授業における教材の役割の議論と同時に教師の役割の議論も重要となる。本研究では, 社会的構成主義に基づく知識観の視点から数学授業における教師と教材の役割を明らかにする。

2. 研究方法

本稿は, 多くの文献より哲学的研究に基づいて行う。第一に, 現状の教師・教材の役割に関する先行研究を概観し, 本研究の意義を明らかにする。第二に, 社会的構成主義について P. Ernest 氏の文献を概観し, その知識観を明らかにする。第三に, 社会的構成主義の数学の知識観に基づいて, 数学的知識の構発生に関して主体と他者(主体にとっての環境すべて)との関わりに着目し, 生態心理学からの知見を得ながら教師・教材の役割を考察するための視点を設定する。最後に, 数学授業における教師と教材を定義し, その役割について考察を行う。

3. 数学授業における教師・教材について

まず、本節では本研究の対象である教師と教材について確認する。本研究の問題の所在は、教師と教材の役割が曖昧、不明瞭な点にある。この問題について教師と教材の役割に関する先行研究から鮮明にする。その結果、数学教育の哲学として社会的構成主義が充実すること、それに基づく授業実践が現実離れしないためには、教師と教材の役割が明瞭になることが必須であることが伺えた。

3.1. 教師について

第一に、教師についての教育分野での捉え方から問題の所在を鮮明にする。以下のように、教師の役割というものは多く論じられる一方で、明確、明瞭に論じられるものは少ないのではないか。

学校教育事典(2014)によれば、教師とは「その道や分野において教え導いたり模範となってモデルを示す人」と示されている。この語義には学校教育に限定される職業「教員」も含まれている。この語義は他の教育事典でも大きく変わりがないため、本研究ではこの語義を念頭に置いて考察する。

続いて、役割に関する先行研究に焦点をあてる。算数・数学科に関らず教師の役割に関する研究をリサーチすると、その役割についての論じ方は多くの場合に目的論的文脈が付帯するという点で特徴的である。こうした研究は実践研究に多い。実践研究では、教師が学習者の特定の能力を育成することなどの目的に応じた教師の役割、換言すれば手段、方法が語られている(e.g. 佐藤, 2018 など)。しかしながら、役割に関する哲学的立場からの考察は筆者の知る限りでは見られなかった。その一方で、目的論的文脈と完全に独立した研究もある。こうした研究では、教師に

ついて心理学的な分析や教育史的考察などが見られる(e.g. 岸本, 2018 など)。しかし、こちら社会的構成主義に基づいた哲学的考察は見られない。

こうした教師の役割に関する先行研究が多くある中で、本研究のように何らかの知識観に基づいた哲学的考察が見られないことから、社会的構成主義に基づく議論を展開する余地があるといえる。

3.2. 教材について

第二に、教材についての捉え方から本研究の問題の所在を明らかにする。教材に関する先行研究は膨大にある中で、少なくとも本研究と同様に社会的構成主義の知識観から教材の役割への哲学的考察を展開している研究は本研究のリサーチでは見られなかった。

教師の語義と同様に学校教育事典(2014)によって教材の語義を確認する。教材とは「授業において教師の授業活動と児童生徒の学習活動との間を媒介し、教授・学習活動の成立に役立つ材料すべて」を指す。こちらも教師の語義と同様の理由から、本研究ではこの語義を念頭に置いて考察を進める。

教材について先行研究をリサーチすると国内の研究だけでも枚挙に暇がない。それほど我が国での教材に関する研究が盛んであることが分かる。そこで本研究では、社会的構成主義の知識観に基づくこと、固有の分野、単元に拠らない教材全般の役割であることという制限を設ける。この制限内においては筆者の知る限りでは研究が未踏であることが分かった。つまり、社会的構成主義の知識観から教材の役割は議論が為されていないということである。これは、社会的構成主義の数学の本性を論じることが、即ち教材の本性を論じていると考えてきたことに由来

する(e.g. 橋本・渡邊, 2017 など)。しかしながら、授業実践において教師が有している社会的構成主義に基づく数学の本性を子どもに押し付けるだけになってしまう恐れも含んでいる。よって、教師の存在に焦点をあけると、教材の本性も改めて緻密に論じることが求められる。

以上のように、先行研究のリサーチから教師と教材の役割に関して哲学的考察は不十分であることが分かった。この不十分さは、数学教育の哲学として社会的構成主義の進展を以下の点で阻む。社会的構成主義が数学教育の哲学として理論的に充実しても、教師・教材の役割が不明瞭であれば、教育実践において現実離れした実践が為されることが疑い得ない。つまり、社会的構成主義の哲学が理論研究として重要なものとして扱われても、見当違いの授業実践を生んでしまう契機にも成りかねない。例えば、自力解決・討論型授業を謳いながら、教師が単に学習者を放置するものは明示的な例として挙げられる。こうした点は本研究のも目的に限らず、自力解決・討論型授業に関して重要な示唆を与えるものとなり得る。

4. 数学の哲学としての社会的構成主義

本節では、本研究が立脚する社会的構成主義について論じ、その知識観、特に客観的知識と主観的知識の関係について記述する。

P. Ernest 氏の社会的構成主義に関する主要な文献としては、アーネスト (2015, 原著 1991) , Ernest (1998) が挙げられる。本稿の主張は、主としてこれらの文献に拠る。

アーネスト(2015)によると、社会的構成主義とは規約主義と可謬主義の見方を推敲し、発展的に含む構成主義の哲学である。ゆえに、

社会的構成主義では数学を社会的構成物と見なす。また、数学的知識は、数学的発見の論理(LMD)を利用しながら、推測と論駁を通して成長する。

社会的構成物として数学を記述することの根拠として、アーネスト(2015)は次の3点を挙げる。

- (1) 数学の知識の論拠は、言語の知識、規約、規則であり、言語は社会的構成物である。
- (2) 個人間の社会的な過程は、個人の数学の主観的知識を、公表後に、認められた数学の客観的知識に変えるために必要である。
- (3) 客観性そのものが社会的なものと理解される。

(アーネスト, 2015, p.76)

社会的構成主義の主たる焦点は、数学的知識の発生にある。社会的構成主義は、主観的知識と客観的知識が互いに更新に貢献する循環の中で、両者の知識を結び付ける(図1)。この知識のつながりを論じている点で社会的構成主義は特徴的である。この図1での循環の中では、個人が得た知識が主観的知識となり、これが社会に公表され、公的批判と再定式化という過程を経て社会で公的に受容される。この受容された知識が客観的知識となる。そして、客観的知識が表現されたことでその知識を得た個人の中で個人的再定式化が行われ主観的知識が構成される。これらの過程から成る図1の循環で新たに生成された数学的知識は、主観的知識でも客観的知識でもあり得るといえる。

図1の循環が表すものは、人間社会における歴史的な知識の発展過程を表現するが、それだけに限らない。数学授業に関してもこの図1の循環は、一授業の中や一単元の中といった局所的な期間においても見てとることができる。例えば、学習者はある事柄につい

ての数学の主観的知識を有しているとする。この主観的知識をグループや学級全体の中で発言、発表し、他者からの応答を受ける場面がある。換言すれば、考えの共有の場面である。ここでのやりとりでは、発言した内容に批判があったり、その共同体での考えに影響を与えたりすることがある。こうしたやりとりを経て、共同体で受け入れられていた知識が新たな形に更新される。これが、図1の循環の主観的知識から客観的知識までの流れである。そして、共同体で受け入れられた知識を各学習者が見聞きして自身の考えを見直し、修正する場面がある。例えば、授業のまとめの場面である。この場面が、客観的知識から主観的知識への流れの一例である。さらに、この循環の期間を上げた單元全体の流れを見ても、学習者とその共同体で受け入れられた知識が漸次的に更新されていくことは容易に想像できる。

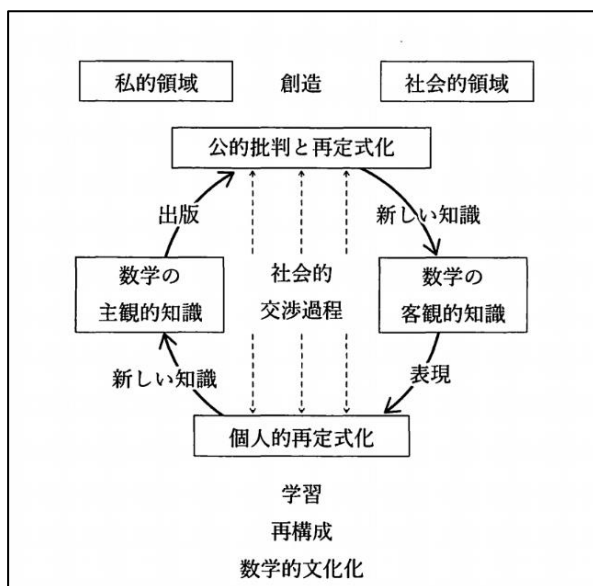


図1. 数学の客観的知識と主観的知識の関係
(アーネスト, 2015, p.138)

このように、P. Ernest氏が確立した社会

的構成主義の知識に関する循環(図1)は、あらゆる共同体の規模と期間において、その知識の更新を捉えることに大きな効力を有する視点である。

5. 社会的構成主義における数学の知識観

本節では、社会的構成主義の知識観に基づいて数学授業における教師・教材を捉える為に、社会的構成主義において、中心的な役割を果たす客観的知識と主観的知識について整理する。

5.1. 数学の客観的知識

まず、客観的知識の概要について整理し、教師と教材を捉える視点を得る。ここでは、客観的知識の発生過程、特に共同体における知識の正当化の過程と、そこで構成された客観的知識が社会的構成物である数学の対象の存在を支えていることを中心に展開する。

4の(3)に記したように客観的知識の客観性は社会的と理解される。これはD. Bloor氏の客観性の社会理論(e.g. ブルア,1985)に基づく。アーネスト(2015)によれば、このことは「私たちのなにがしかの信念に付随する非個人的で安定している性質やそれらの信念を参照する際に付随する実在感はいこれらの信念が社会的慣例であることに由来している」(p.80)ということである。例えば、Ernest(1998)によると記号表現と記号内容の間に慣例があると捉えることにより、その慣例を維持するという意味で、論理的で数学的な真理の必要性を記述することができる。

また、共同体での知識の発生を考えるにあたって、数学的知識の歴史的側面に係わる客観的知識についても捉える必要がある。その本質は、客観的知識の創生と正当化についての捉えにある。このことは、共同体において

知識が「受容される」ということが鍵となる。数学の客観的知識においては、数学者たちの共同体でその共同体の慣例に基づいた「公的批判と再定式化」(図 1)が行われる。この過程で知識の正当化が行われ、新しい知識として「受容される」のである。この知識の正当化について、社会的構成主義は LMD を発展的に含んでいる。LMD とは、I. Lakatos 氏が提唱した数学的知識の発生の仕組みの基礎的過程を表したものである。Ernest(1998)は、この LMD を更に一般化した「数学的発見の一般化された論理(GLMD)」を提示し、社会的構成主義では数学的知識の客観性の正当化についてはこれに基づいて捉える。GLMD の過程は表 1 の通りである。この過程の例としては、論文の査読制度が明瞭である。また、共同体の規模は異なるが、数学授業における討論や同意といった活動も同様の過程がある。

こうした正当化された数学の客観的知識は、数学の対象を記述することに寄与する。アーネスト(2015)によれば、数学的知識の客観性が社会的で言語的な規則の受容に基づいていることから、数学の対象が独立に存在することの論拠を与えていると主張する。それはつまり、数学の規則や真理に埋め込まれているものは、数学の概念や対象が客観的存在を持つという仮定である。ここでは規約主義の言語ゲームが基礎となる。アーネスト(2015)によると、「共有された言語ゲームの集まりの存在は、いかなる個人からも独立な存在からなる実在の領域を伴う。特に、数学の理論や言説はそれに伴った実在の集まりが客観的に存在することへの関与をもたらす」(p.94)と捉える。但し、このアーネスト(2015)の和訳の理解には次の点で留意しなくてはならない。引用にある「個人」なる語

は、原著 Ernest(1991)の“individual”に相当する。ゆえに、和訳「個人」の語が表すものは、1 人の人間という存在ではなく、個々人の個別性という性質である。つまり、共有された言語ゲームの集まりは人間の個体から独立な存在なのではなく、各個人の個別性から独立的な存在であるという意味と解釈できる。このことは、Ernest(1998)において氏が述べるように社会的構成主義の知識観では知識の暗黙性を考えることから、個人の暗黙性が言語ゲームの集まりに含まれており、個人から引き離すことができないと考える。よって、数学の対象を考える上で、上記の解釈上の留意が必要である。

ここまでのことから、アーネスト(2015)が述べる「社会的構成主義では、すべての人間とそれらの所産が存在することをやめるならば、そのとき、真理、お金、そして数学の対象の概念も同様に存在するのをやめる」(p.97)という言葉は、我々の周囲にある社会的構成物は、共同体における客観的知識にその存在が支えられていることを示していることが分かる。よって、教師と教材、学習者と教材は知識において分離して考えることはできないことがいえる。

また、同様にアーネスト(2015)は、数学の客観的知識が数学的知識の発生と数学の科学への応用可能性に対して寄与することを主張する。数学的知識の発生に関して、Ernest(1998)は GLMD の機能によって多様な数学的創造が為されると述べる。この性質は、図 1 の循環を回すことを説明することに重要である。そして、アーネスト(2015)は数学の応用可能性について、数学と科学の知識体系の密接な関係、方法と問題を共有する探究の分野として密接な関係によって維持されると述べる。

表 1. GLMD の対話的形式
(Ernest, 1998, p.151 筆者訳)

| |
|---|
| <p>ステージ n に対する科学的文脈</p> <p>問題, 概念, 方法, 非公式的理論, 証明規準, 及びパラダイム, 言語, 及びメタ数学的見方を含む背景的な科学的で認識論的文脈.</p> |
| <p>定立 ステージ n (i)</p> <p>新たなもしくは改訂された推測, 証明, 問題解決, 証明の提案.</p> |
| <p>反定立 ステージ n (ii)</p> <p><u>その提案に対する対話的で評価的な応答</u></p> <p>▶ 批判的応答</p> <p>提案についての反例, 反論, 反駁, 批判.</p> <p>▶ 受容的応答</p> <p>提案についての受容, 提案についての示唆された拡張.</p> |
| <p>総合 ステージ n (iii)</p> <p><u>その提案についての再評価と変容</u></p> <p>▶ 局所的な再構成</p> <p>変容された提案:</p> <p>新たな推測, 証明, 問題解決, 問題, 理論.</p> <p>▶ 大局的な再構成</p> <p>再構成された文脈:</p> <p>変化された問題の集合, 概念, 方法, 非公式的理論の証明のパラダイムと規準, 言語, またはメタ数学的見方.</p> |
| <p>結果 ステージ n+1</p> <p>新たに受け入れられたもしくは拒絶された提案, または修正された科学的で認識論的な文脈.</p> |

5.2. 数学の主観的知識

続いて主観的知識について整理し, 考察の視点を得る。主観的知識については, その発生について焦点をあてる。特に対話に基づく知識の発生過程に着目する。以下に述べるように主観的知識の発生には, 共同体での対話的な活動が寄与していることが分かる。

P. Ernest 氏の社会的構成主義において, 数学の主観的知識に関する考察では予め留意しなくてはならない点がある。アーネスト (2015, 原著 1991) では, この主観的知識については E. Glasersfeld 氏を引用 (e.g. アーネスト, 2015, p.117) し, 急進的構成主義の理論 (e.g. グレーザーズフェルド, 2010) を基礎として, それを発展させるように社会的構成主義の理論を展開している。一方で, Ernest (1998) では L. Vygotsky 氏の理論 (e.g. ヴィゴツキー, 2001) を基礎に置いた上で理論を展開している。P. Ernest 氏のこの転換は大きな意味をもつ。社会的構成主義が急進的構成主義より発展している点は「社会性」に関する点であった (e.g. 佐々木 1996)。急進的構成主義は Piaget の理論の影響を受けながら, 個人の知識構成に焦点をあてる一方で, 主体と他者 (主体にとっての環境すべて) との相互作用を通しての知識構成を記述した。この主体と他者との関わりを中心に置いた際に Vygotsky の理論はその基礎として重要な役割を果たす。Vygotsky の理論は, 発達の最近接領域の理論 (ヴィゴツキー, 2003) にあるように, 主体は共同体の中で他者との関わりを経て自身の知識を発達させるという捉え方である。この理論は共同体に着目しているという点で, Ernest (1998) はこの理論を取り入れている。この点を踏まえ, 社会的構成主義における主観的知識は, 主体を取り囲む環境との関わりから構成されるものと

捉える。

社会的構成主義において主観的知識の役割は次のように論じられる。主観的知識は客観的知識を維持し更新するものがあるという点で、社会的構成主義において客観的知識とともに中心的な役割を果たす。図 1 に示される関係における数学の主観的知識の役割について、アーネスト(2015)は次のように述べる。主観的知識は「存在する知識の再創造と維持を説明するだけではなく、新しい数学の知識の起源を説明するのにも必要」(p.82-83)である。公的に表れ記録されるものは客観的知識であるが、それを更新するものは主観的知識であることは図 1 の循環から明示的である。ゆえに主観的知識は新たな知識の起源を論じる上で重要な役割を担っている。

こうした役割を有する主観的知識の発生過程が共同体での他者との関わりを通して次進展していくことを捉える視点として次のものがある。主観的知識の発生過程を Ernest(1998)は L. Vygotsky 氏の理論などから述べている。氏の理論(e.g. ヴィゴツキー, 2001)は、思考と言語との関係から思考の発達過程を考察している。Ernest(1998)は、この思考と言語の関係から主体の主観的知識の発生を論じる。本研究は対話に基づく知識の発生過程という視点から、Ernest(1998)が提示している“Harré’s model of ‘Vygotskian Space’”(表 2 Ernest 1998 p.209)に着目する。この表 2 のモデルは L. Vygotsky 氏の理論を発展させた R. Harré 氏の理論から Ernest(1998)が作成したもので、主体が共同体での対話を通して知識の発生する過程を明示的に示している。

Ernest(1998)が示すモデル(表 2)から主観的知識の発生を本研究では Q2 から Q3 にかけての過程として捉える。表 2 は言語、思考

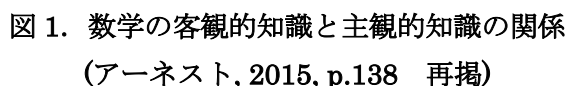
の発達の過程を表明(公的・私の場合がある)と社会的位置(個別的・集合的がある)の 2 つから表現したものである。これは、Q1 から Q2, Q3, Q4 へと思考や知識が連続的に通過していく。各象限での通過について、「適用(Appropriation)」、「変換(Transformation)」、「公開(Publication)」、そして、「慣習化(Conventionalisation)」という語が当てられている。

表 2. Harré’s model of “Vygotskian Space”
(Ernest, 1998 筆者訳)

| 表明 | 社会的位置 | |
|----|--------------|--------------|
| | 個別的 | 集团的 |
| 公的 | 公的&個別的 Q4 | 公的&集团的 Q1 |
| 私的 | 私的&個別的 Q3 | 私的&集团的 Q2 |

Ernest(1998)は表 2 のモデルを次のように解説する。人間は如何なる個人であっても集団に位置し、初めに公的な表現の形式で Q1 の言語に出会う。つまり、人間は共有された集团的な言語活動に参加する。数学学習においては、数学の問題との出会いがその例として挙げられる。そして集团的な言語を適用する際に、Q2 で自己中心的な方法で言語を使用する。この使用とは話し相手であるように自分自身に話すことを示し、ヴィゴツキー(2001)の「内言」に相当する。この時の言語は表明としては個別的ではあるが、社会的には集団に位置したものである。具体的には、数学の問題を頭の中やノート上で再現する活動が挙げられる。その後、人間は Q3 の思考形式で言語を「内在化(internalize)」する。

本研究では、対話を通じた主観的知識の発生については、Ernest(1998)が述べる表2の過程のQ2, Q3が中心的な位置を占めるものであると解釈する。これは、個人と他者の関わりという小さな共同体の循環として図1を捉え、図1の循環と表2の循環を知識の表現に関する点で対比することから論じることができる。



ここまで客観的知識、主観的知識の発生について、共同体における対話を通じた過程という視点から捉えた。しかし、筆者は対話を中心的な位置に置く社会的構成主義の知識観において、教師と教材と学習者の関わりという点で、次のことを明示的にする必要があると考える。それは人間の「知覚」に関する問題である。主体と他者との対話を成立させるためには、前提として人間が対話の内容を「知覚」できることが求められる。しかしながら、この点は暗黙的なものとされ、十分な議論が為されていない。次節ではこの点に関して考察を試みる。

社会的構成主義の知識観の中心的な位置に対話があった。学習者と教師と教材といった主体と他者との対話には、対話内容を「知覚」することが暗黙的な前提となっている。本研究ではこの「知覚」は主体と他者との間に位置し、その相互に生じる行為を成立させるものとする。そこで、主体と他者（環境を含む）の関係を論じる生態心理学から知見を得る。具体的には、教師と教材の役割を考察の視点を得るために、生態心理学の中心的

な視点であるアフォーダンス、ニッチを捉えていく。

6.1. 社会的構成主義と生態心理学

まず、生態心理学の知見を採用するにあたって、対象についての見方が社会的構成主義の知識観と整合的であることを確認する。生態心理学とは、J. J. Gibson 氏に代表される心理学における生態学的アプローチをとる領域である。伝統的な心理学は心的な世界と物理的な世界を設定するという二元論的な視点を長らくとってきたのに対し、生態心理学は主体と環境との関係についての視点を中心的に位置した現代的な視点である。この視点は心の境界線を曖昧なものとして捉える捉え方であり、「拡張した心(Extended Mind)」(e.g. 伊藤 2012)と表現される現代哲学の主流な見方である。この哲学史的背景に、伝統的な機械論的モデルでは記述不可能な事柄が多く明らかとなってきたことや、より人間そのものに重点を置く議論が求められるようになってきたことがある。これは、人間の心を機械で比喻していた構成主義から、対話する人間という比喻で表現される社会的構成主義への変遷過程(e.g. 佐々木, 1996)と類似的である。そして、中心的な議論の対象が人間とその周囲の環境となっている点で生態心理学の見方と社会的構成主義の見方は整合的な関係にある。

6.2. アフォーダンスとニッチ

続いて、主体と他者(環境を含む)との間にある知覚に係わる視点を得るために、生態心理学からアフォーダンスとニッチという視点を概観する。

生態心理学において重要な視点である「アフォーダンス(affordance)」とは、提唱者で

ある J. J. Gibson 氏の造語である。このアフォーダンスとは、端的に述べれば主体の行為の可能性を提供するものである。ギブソン(1985)によれば、「環境のアフォーダンスとは、環境が動物に提供する(offers)もの、良いものであれ悪いものであれ、用意したり備えたりする(provide or furnishe)ものである。」(p.137)という。ここでの環境には、主体にとっての他者である他人も含めて考えることができる。つまり、他人の行為が主体の行為に関するアフォーダンスを提供している関係にあると考えることもできるのである(e.g. ギブソン, 1985, p.146)。リード(2000)は、主体(人間を含む動物)の行動と意識は、周囲の重要な資源を見つけ出し利用すると述べる。ここでいう資源とは、行為の調整を通じて環境から情報を得るためのものを表す。この環境による資源の提示がアフォーダンスである。

またアフォーダンスは、生態学的概念である「ニッチ(niche)」とセットの関係にあるとギブソン(1985)は述べる。この「ニッチ」とは、主体が環境内で行為し環境を利用しているときのスタイルを指す。あるニッチは動物の種類を提示し、動物はニッチの種類を暗示している関係ある。つまり、主体と環境とは相補性があることがニッチから記述することが可能となる。

これらアフォーダンス、ニッチという視点は、以下の点で人間の知覚を説明する。リード(2000)によれば、生態心理学ではアフォーダンス、ニッチの視点から主体の意識について現代哲学的な見方を設定する。それは、行動は意識から分離できないものとする見方である。環境のアフォーダンスと関係を結ぶために、主体はそのアフォーダンスを少なくともいくらか意識していなければならない。

あるアフォーダンスとの関係において行為を調整するためには、そのアフォーダンスを特定する情報の検知が必要である。この検知自体が情報のピックアップという機能をもつ特殊な行動であり、リード(2000)はそれを探索的な活動と呼んでいる。つまり、主体は探索的な活動を通して、行為のためのアフォーダンスを特定、意識し、行動を実行している関係にある。これに基づけば、主体が何らかの行動を行っているのならば、主体は自身を取り巻く環境からアフォーダンスを得ていると考えることが可能となる。そして、主体は環境ごとのアフォーダンスによって行動の様式を変えることは、ニッチの視点から主体と環境の相補性によって保証される。

以上のことから、主体の知覚を環境と相補性がある主体が環境のアフォーダンスを探索していることと考える。そして、主体の知覚は主体の行為によって確認することができると考える。この視点から、社会的構成主義が論じる対話的な知識観における「知覚」をより明示的に論じることが可能となる。

7. 数学的知識の発生に着目した考察の視点

本節では、ここまでに記述した知識観から数学授業における教師と教材の役割を考察するための視点を整理する。視点は以下の4点である。

第一に、客観的知識について記述した4節から、①対象が社会的構成物であることについて議論されることが求められる。第二に、②学習者の主観的知識が発生することに関して論じる。第三に、客観的知識についての正当化の議論から、③数学授業における数学的知識の正当化の過程について論じる。そして、これらの視点での考察を支える視点として、④アフォーダンス、ニッチに基づく知覚

があることを前提とするという①から④の4点を踏まえて、数学授業における教師・教材の役割を考察していく。

8. 教師と教材の役割についての考察

本節では、数学授業における教師・教材の役割について、前節で挙げた4点の視点から考察を行う。ここから1つの前提条件と3つの役割を捉える。

8.1. 対象が社会的構成物であること

前節①、④の視点から、社会的構成主義の知識観に基づいたとき、教師と教材は分離できない関係である前提と、学習者が数学授業というニッチで数学学習という行為を行うことができる共同体を教師・教材、学習者によって構成する役割があることの2点について示す。

8.1.1. 教師と教材との分離不可能な関係

まず前者について示す。社会的構成主義の知識観に基づくと、人間とその所産は分離不可能な関係にある。共同体における人間によって受け入れられた客観的知識によって、共同体における人間の所産とされる対象はその存在を支えられていた。そして、本研究で採用した教材の語義を確認すると「授業において教師の授業活動と児童生徒の学習活動との間を媒介し、教授・学習活動の成立に役立つ材料すべて」(学校教育事典, 2014)が教材であった。初めに「材料すべて」という点から、教材は物理的な物質(例えば、教科書、プリントなど)に限定されず、教師の主観的知識なども含まれることとなる。さらに「教授・学習活動の成立に役立つ」という点は、教授・学習活動を行う人間によってそのように受け入れられたものでなくてはならない。

これらのことから、教材は少なくとも教師という人間で構成された共同体で「受け入れられた」知識、つまり客観的知識によってその存在が支えられている。よって、教材は教師の主観的知識も教師らの共同体で受け入れられた客観的知識も含む。このことから、教師と教材は分離不可能な関係であるということが分かる。

8.1.2. 共同体を構成するという役割

続いて、教師と教材は分離不可能な関係にあることを前提の上に後者に記した役割を示す。社会的構成主義の知識観に基づけば、知識の発達には共同体における対話が重要であった。ゆえに、数学授業という営み、またその中での対話が可能な共同体が構成されていることが前提として必要となる。そして、数学授業という営みが実行可能な共同体の構成は、(分離不可能な関係にある)教師と教材と学習者によって為されると考える。また、この数学授業という営みは、④の視点から教師・教材、学習者が自身らによって構成している共同体という環境の中で数学の教授、学習という行為を実行し、共同体を利用しているときのスタイルとして見なすことができる。つまり、数学授業とは、教師、学習者のニッチであるといえる。そして教師は、数学授業というニッチで学習者の数学学習という行為が実行可能となる環境である共同体を構成するという役割がある。例えば、学級などはその例となる。但し、学習という行為を行う共同体である学級は教室という場所だけに限定されない。ここでの視点に基づけば、教室内の学級に限らず、数学学習という行為が可能な環境である共同体を形成していれば、校外もそれに相当し、校外での体験的な学習活動という行為も実行される

ものと考えることができる。つまり、数学授業というニッチにおいて、数学学習という行為を行うためには、そのアフォーダンスを有する教師と教材と学習者が最低限、存在しなければならないのである。換言すれば、教師・教材は学習という行為のアフォーダンスを有するという役割がある。

8.2. 学習者の主観的知識が発生すること

数学授業というニッチにおいて、学習者の主観的知識が発生することは、社会的構成主義の循環(図1)から必須のことであることは疑い得ない。前節では、教師と教材は数学学習という行為のアフォーダンスを有するという役割があるという考察を得た。この数学学習という行為のアフォーダンスを知識観の視点から、より詳細に考察する。具体的には、学習者の主観的知識の発生に係わる行為のアフォーダンスを有するという教師と教材の役割を示す。

数学授業というニッチで数学学習を起こすための環境として、教師と教材、学習者自身によって構成された共同体が挙げられた。この共同体での学習者の主観的知識の発生について、表2のモデルが示す過程から考察する。まず、数学授業において、教材は教師の主観的知識を含みながらも学習者に向けた言語的形式で示されることから、一時的に表2のQ4の言語的表明として学習者の前に現れる。具体的には、教師による学習課題の提示の瞬間がこれの例となる。そして、教師によって提示された教材が学習者ら共同体に「受け入れられる」ことによって、学習者にとってQ1の言語と見なすことができ、学習者は教材が示す言語と出会った状態となる。Q1の言語(具体的な例としては提示された学習課題など)としての言語と遭遇した学

習者は、それを「適用」という行為を実行する可能性がある。この「適用」という行為は、学習者が Q1 の言語によって示された教材からその行為をアフォードされなくてはならない。リード(2000)によれば、アフォードダンスは環境に常に存在し、主体が行為するか否かは主体の探索的な活動による。つまり、教師・教材は、示された教材を学習者が「適用」できるアフォードダンスを学習者の行為の有無に限らず、有しているという役割があることになる。

学習者はこのアフォードダンスを探索できたとき、Q2 の言語的表明が可能となり、主観的知識の発生が起こる。そして、この主観的知識の発生は、教師・教材によって表 2 の「公開」という行為が実行されたときに視覚的に確認できる。この具体的な例としては、教師から学習者全体に自分の考えの共有を促される場面があると考えられる。

よって、教師と教材は、②の視点に関して、「適用」と「公開」という学習者の行為についてのアフォードダンスを有するという役割がある。

8.3. 数学授業における正当化の過程

最後に、ここまでの考察と③、④の視点から数学授業における数学的知識の正当化の過程における教師と教材の役割について考察する。ここでは、GLMD という共同体における数学的知識の正当化を一種のニッチと見なし、このニッチで教師、学習者が数学的知識の正当化を実行できるように教師・教材がアフォードするという役割を示す。

GLMD というニッチでの正当化という行為は、共同体において共有された知識の正当性を共同体の構成員で検討し、共同体において「受け入れられた」ときに客観的知識と見な

されるという行為であった。これは、教師・教材によって学習者が「公開」という行為を実行することに続く。そして、教師・教材が GLMD というニッチで知識の正当化という行為の可能性を学習者にアフォードする。

より詳細には、共有された知識の正当性を検討するという GLMD における一貫した大局的な行為と、表 1 に示されるような批判的応答や大局的な再構成といった 1 つ 1 つの局所的な行為がある。教師・教材は、学習者にこれらの行為をアフォードする役割がある。具体的には、教材がオープンエンドでその正当性を学習者自身で確認することをアフォードしているもの、教師が学習者らの定立に対する反定立な言明を述べるという行為で、学習者に批判的応答という行為をアフォードすることなどがある。

9. 本研究の結論と今後の課題

9.1. 本研究の結論

本研究では、社会的構成主義の知識観に基づいて、数学授業における教師と教材の役割として、1 つの前提条件(P)と 3 つの考察(R1, R2, R3)を得た。それは次の通りである。

- P : 教師と教材は分離不可能な関係にある。
- R1 : 学習者とともに共同体を構成すること。
- R2 : 学習者の主観的知識が発生することに
係わるアフォードダンスを有すること。
- R3 : GLMD による知識の正当化という行為の
アフォードダンスを有すること。

これらの視点から、数学の授業実践について次のような分析ができる。社会的構成主義は自力解決・討論型授業と整合的な関係にあることは、高橋(1996)によって示されていた。このことを踏まえると、本研究の考察で挙げ

た上記の4点が不足している数学授業は、その哲学的視点として社会的構成主義を謳っていても、現実離れした授業実践となっている可能性がある。例えば、物理的な教材だけを教材と見なし、それだけを学習者に与え、教師は全く関与しない、もしくは学習者を放置するという授業は、特にR3の視点から本来的な自力解決・討論型授業での教師・教材の役割を果たしていない可能性がある。社会的構成主義に基づけば、共同体での知識の正当化は1つの重要な意味を成す。GLMDというニッチで共同体での知識の正当化が行われていない場合、それは旧来的な知識注入型の授業と大きく変わらない。知識の注入の方法が講義型授業(湊, 2018)と異なるだけで本質的には同等のものとなる。そして、このR3という役割を果たすためには、他の3点の役割も考えなくてはならなくなる。

このような授業実践への分析から、社会的構成主義が数学教育の哲学として、授業実践を含んで進展していくために議論、批判を進めなくてはならない点が明らかとなる。

よって、本研究の考察は、数学教育の哲学としての社会的構成主義の発展と、それに伴う授業実践について基礎的な視点を提示するものとなった。

9.2. 今後の課題

最後に、本研究には多くの課題が残されている。中でも以下の点は本研究が暗黙的に論を進めている点である。

第一に、数学授業というニッチについてである。本研究では、この点について曖昧さを有して論を展開してきた。授業とは何か、数学授業というものは如何に記述されるものなのかという点について明示的な記述が求められる。

第二に、主観的知識の発生に関して2点が挙げられる。本研究では、表2における「変換」に係わる考察は視覚的に観察できないという理由で、それについて記述すること除いている。次に、書き言葉による主観的知識の発生についての考察が不足している。本研究では主観的知識の発生を対話の観点から論じたが、Ernest(1998)はヴィゴツキー(2003)に基づいて書き言葉による思考の発達も論じている。書き言葉も数学学習という行為を考える上でも、この視点からの考察も数学授業において重要な意味をもつ。例えば、数式や図表といったものはこの視点と密接な関係にあることが考えられる。よって、この視点から数学授業における学習者の行為に関する考察が求められる。

加えて、アフォーダンスとニッチに関する視点である。本研究では、これらの視点から教師と教材の役割の概要を考察できたが、授業実践へ示唆を与えるにあたっては更に詳細な記述が求められる。

最後に、本研究では教師と教材に関して密接に関わる範囲を対象としていた。そのため、学習者どうして教材を作成することについて議論が為される必要がある。

以上の点が本研究の主な今後の課題として挙げられる。

参考・引用文献

ブルア, D. (著), 佐々木力, 古川安. (訳). (1985). 『数学の社会学 ―知識と社会表象―』, 培風館.

Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education (Studies in Mathematics Education)*, The Falmer Press.

- Ernest, P. (1998). *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. State Univ. of New York Press.
- アーネスト, P. (著), 長崎栄三, 重松敬一&瀬沼花子(監訳). (2015).『数学教育の哲学』. 東洋館出版社.
- ギブソン, J. J. (著), 古崎敬, 古崎愛子, 辻敬一郎&村瀬旻(共訳). (1985).『生態学的視覚論ーヒトの知覚世界を探るー』, サイエンス社.
- グレーザーズフェルド, E. V. (著), 橋本渉(訳), 西垣通(監修).『ラディカル構成主義』, NTT出版.
- 橋本善貴, 渡邊光. (2017). 学校数学における関数とみなすことに関する一考察.『第50回数学教育論文発表会論文集』, 305-308.
- 伊藤邦武. (2012).『物語 哲学の歴史ー自分と世界を考えるために』, 中公新書.
- 岸本忠之. (2018). 算数・数学科の学習指導案の特徴,『富山大学人間発達科学部紀要』, 12(2), 129-134.
- 今野喜清, 新井郁男&児島邦宏(編). (2014).『第3版 学校教育事典』, 教育出版社.
- リード, E. S. (著), 細田直哉(訳), 佐々木正人(監訳).『アフォーダンスの心理学ー生態心理学への道ー』, 新曜社.
- 松島充. (2013). 数学教育の社会的構成主義の視座から見た我が国の問題解決ーErnest, P.の主張を基にしてー.『日本数学教育学会誌』, 数学教育学論究, 95(臨時増刊), 321-328.
- 松島充. (2014). 算数・数学教育における強調的問題解決を実現する学習に関する研究. 愛知教育大学・静岡大学. 学位論文.
- 湊三郎, 濱田眞. (1994). プラトンの数学観は子供の主体的学習を保証するのかー数学観とカリキュラム論との接点の存在ー.『日本数学教育学会誌』, 76(3), 2-8.
- 湊三郎. (2017). 数学の哲学と数学的文化化論に基づき算数観念を同定する試み.『日本数学教育学会誌』, 数学教育学論究, 109, 3-24.
- 湊三郎. (2018). 算数・数学の授業三型論ーその正統版としてー.『日本数学教育学会誌』, 100(8), 3-13.
- 中原忠男. (1994). 数学教育における構成主義の展開ー急進的構成主義から社会的構成主義へー.『日本数学教育学会誌』, 76(11), 2-11.
- 笹原祐介. (2012). グラフ理論を教材とした中学生による数学的知識の社会的構成過程, 上越教育大学, 修士論文.
- 佐々木徹郎. (1994). 数学教育における社会的構成主義の可能性.『第27回数学教育論文発表会論文集』, 7-12.
- 佐々木徹郎. (1996). 数学教育における社会的構成主義の基礎理論.『全国数学教育学会誌』, 数学教育学研究, 2, 23-30.
- 佐藤優紀. (2018). 算数・数学 子どものアイディアや感覚を活かす授業展開における役割ー第5学年「図形の角」の実践からー,『教育実践研究』, 28, 67-72.
- 高橋悦美. (1994). 主体的学習と社会的構成主義に立つ学習との関連.『第27回数学教育論文発表会論文集』, 445-450.
- 高橋悦美. (1996). 数学教育における主体的学習と社会的構成主義に立つ学習との関連.『日本教科教育学会誌』, 19(2), 41-46.
- ヴィゴツキー, L. (著), 柴田義松(訳) (2001).『新訳版・思考と言語』, 新読書社.
- ヴィゴツキー, L. (著), 土井捷三, 神谷栄司(訳). (2003).『「発達」の最近接領域」の理論ー教授・学習過程における子どもの発達』, 三学出版.