

余りのあるわり算における解の吟味に関する事例的研究

長 井 茂*・松 沢 要 一**

(平成31年4月15日受付；令和元年11月27日受理)

要 旨

本研究は、小学校算数科第3学年「余りのあるわり算」において、数学的な結果を日常生活の問題場面に照らし合わせて妥当かどうか判断し結論を得る、解の吟味を取り入れた授業の在り方を探ることを目的とした事例的研究である。解の吟味の際の子どもの学びの変容を「数学的・社会的価値観に基づいて判断する能力」の3つの水準を基に分析した。その結果、解の吟味を通して、「数学的・社会的価値観に基づいて判断する能力」の上昇が見られた。その要因として、解の吟味が必要になる教材、グループから学級全体へ解を吟味する活動を設定した学習過程の有効性が示唆された。

KEY WORDS

解の吟味 余りのあるわり算 学習過程

1 はじめに

文部科学省(2016)¹⁾は、子供に身に付けさせたい資質・能力の柱として、「知識・技能」、「思考力・判断力等」、「学びに向かう力・人間性等」の3つを挙げている。そして、これらの資質・能力を身に付けていくためには、「主体的・対話的で深い学び」を実現することが重要であると述べている。

また、新学習指導要領解説算数編(2017)²⁾(以下、解説)では、「資質・能力が育成されるためには、学習過程の果たす役割が極めて重要である。」と述べている。算数科・数学科においては、中央教育審議会答申に示された算数・数学の問題発見・解決の過程が重要であると示し、旧解説では示されていなかった学習過程の図を新たに示した。(図1)

この算数・数学の問題発見・解決の過程は、『日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する、という問題解決の過程』と『数学の事象について統合的・発展的に捉えて新たな問題を設定し、数学的に処理し、問題を解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする、という問題解決の過程』の、2つの過程が相互に関わり合っている。また解説では、これらの問題解決の過程において、対話的な学びを適宜取り入れ、主体的に取り組むようにし、深い学びを実現することを求め、このような数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成することを目指すとしている。

これを基に解説では、第3学年の数学的活動に「日常生活の問題を解決し、得られた結果を吟味する活動～余りのある除法～」を示し、「日常生活の問題を解決し数学的な結果を得たときに、その結果をそのまま日常生活の問題の答えとするのではなく、日常生活の問題場面に照らし合わせて妥当かどうか判断し結論を得ることが大切である。このような活動を繰り返すことで、日常の事象を数量の関係に着目し、筋道を立てて考えるとともに、得られた結果を常に振り返って吟味しようとする態度が育成されることとなる。」としている。

しかし、筆者自身が過去に第3学年の余りのあるわり算を指導する中で、余りをどのように処理すればよいか判断できない子を目の当たりにし、指導の難しさを感じていた。

先行研究からも、余りのあるわり算における「得られた結果を吟味する」ことは、児童にとって困難であることが明らかになっている。まず、清野(2015)³⁾によれば、Silverは、「あまりを切り上げる問題」「余りを切り捨てる問題」「余りを答える問題」の正答率を以下のように示している。(表1)

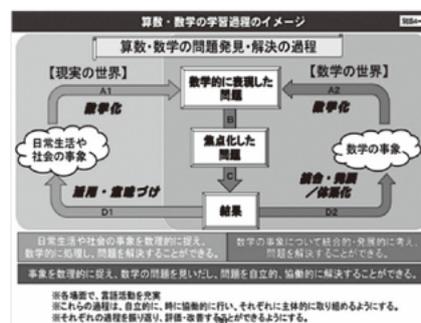


図1 算数・数学の学習過程のイメージ

表1 各問題タイプの正答率

	あまりを切り上げる問題	余りを切り捨てる問題	余りを答える問題
第6学年	28%	49%	56%
第7学年	39%	58%	61%
第8学年	47%	69%	67%
全体	38%	56%	61%

表1が示すように、「あまりを切り上げる問題」が最も正答率が低いことを明らかにした。さらに、小学校3年生の「余りを切り上げる問題」を基にした、児童の解釈の実態調査から、「わり算の計算を間違えずに行うことができたことから、誤答の原因は、解釈にあることが確認された。」と述べている。

また、平林(2017)⁴⁾は、質問紙を用いて「あまりを切り上げる問題」の児童の解答割合を以下のようにまとめている。(表2)

表2 平林が使用した問題と解答の割合

「長いすの問題」					
<p>明日は、新入生の1年生のために練習した歌を発表する日です。まきさんたちは、1年生がいすに座って歌を聞けるように、いすを用意しようと思いました。まきさんたちがいすを探したところ、学校の倉庫に、4人がけの長いすがたくさんありました。1年生は全員で69人います。まきさんたちは、倉庫から持ってくる長いすの数について話し合いました。</p> <p>【まきさん】$69 \div 4 = 17$あまり1です。17脚にすると、1年生が1人余ってしまうので、もう1脚増やします。だから、18脚の長いすを持ってきます。</p> <p>【ゆうたさん】69は4で割り切れません。69を割り切るために、僕は、1脚に3人ずつ座ると考えます。すると、$69 \div 3 = 23$になります。だから、23脚の長いすを持ってきます。</p> <p>【あいさん】$69 \div 4 = 17$あまり1です。余りの1人は、1人で長いすに座ることになって可哀そうなので、最後の長いすは5人で座ればいいと思います。だから、17脚の長いすを持ってきます。</p> <p>あなたなら、長いすを何脚持ってきますか。また、そのように答えた考え方を説明しましょう。まきさんたちの考えを使っても構いません。</p>					
学年	17脚	18脚	23脚	その他	無解答
3	43.9%	15.2%	31.8%	6.1%	3.0%
4	6.3%	65.1%	19.0%	6.3%	3.2%
5	11.9%	40.3%	32.8%	9.0%	6.0%
6	18.6%	22.9%	51.4%	4.3%	2.9%
全体	20.3%	35.3%	34.2%	6.4%	3.8%
※本調査実施時点で、第3学年は「余りのあるわり算」は未習					

本調査から、「あまりを切り上げる問題」の正答率は、学習してから時間が経過すると、正答率が下がっていることが分かる。つまり、児童にとって、余りを切り上げて解釈する必要がある問題に最も困難性があるといえる。また平林は「児童による解の解釈・評価を促進するために、他者との相互作用の機会を意図的に設定することには意義が認められる」としている。ただし、これはペアを対象に特定の問題を用いて教授実験した事例研究であり、学級集団を対象とした一斉指導による検証の必要性も指摘している。

以上のように、余りのあるわり算における各問題タイプの正答率や誤答の原因、余りを切り上げる問題における児童の解釈の実態は、先行研究から明らかになってきている。しかし、これらの先行研究を基に、具体的な授業改善の在り方を示唆するものや、調査後(単元末)における児童の定着状況(多くの公立学校では、教材会社の作成したテストを使用)を報告した研究は少ない。

そこで、本研究は、先行研究を基に、あまりのあるわり算における「得られた結果を吟味する活動」(以下、解を吟味する活動)を取り入れた授業の在り方を探っていくことを目的とする。

ただし、解を吟味する活動を授業者が一方向的に設定したのであれば、主体的に学ぶ児童の姿は期待できないであろう。よって、解を吟味する活動を主体的にするため、児童の「問い」を大切にする。岡本ら(2008)⁵⁾は「子どもたちの「問い」は、数学的な深まりや広がりにつながる可能性」に言及し、岡本(2013)⁶⁾は、「「問い」は、協働的な学習活動推進の有力な動因になる」とし、「子どもの「問い」とその「問い」に基づく議論が、他者の意見をしっかりと聞き、その考えを受けとめたり、集団としての思考を進めることを促していた」としている。つまり、解を吟味する

活動の充実には、児童の「問い」が不可欠であるといえる。

授業を構想するにあたり、扱う教材が重要になる。松沢（2010）⁷⁾は、小学校5年生の「算数好き」を44.7%から77.3%まで増加させるなど、成果のあった多数の教材を分析し、7つ（発展性、考えること、発見、よさ・美しさ、不思議さ、多様性、一般化）のキーワードを見い出している。また、25個の教材アレンジの手法としてまとめている。（表3）本研究は、この「教材アレンジ」を視座とし、子どもの「問い」を大切にする授業を構想する。

表3 松沢（2010）が示したアレンジの手法25

カードの活用	□の利用	隠す
問題づくり	誤答利用	増加
混在	同時展開	オープンエンド
易は難に	難は易に	条件変更
制限	限定	拡張
図の活用	表の活用	グラフの活用
既習の利用	操作の式化	特殊な場合
共通点探し	一般化	点の移動
多様な解き方		

平林は「解を解釈・評価する際には、現実世界における結論を求めるための判断をするという意味で、意思決定を行っているといえる。」と述べている。西村（2013）⁸⁾は、意思決定の質や内容を決定づけている価値観を「社会的価値観」と呼び、意思決定するためのプロセス能力の一つとして「数学的・社会的価値観に基づいて判断する能力」を挙げ、その能力に関して3つの水準を設けている。（表4）

表4 西村（2013）が示した「数学的・社会的価値観に基づいて判断する能力」の3つの水準

1	自分の一つの価値観に沿って数学的判断を下す
2	相反することのない、複数の価値観を取り入れて数学的判断を下す
3	時には相反する、多様な価値観を取り入れて、妥当な数学的判断を下す

本研究では、授業における「解を吟味する活動」において、児童の意思決定の質や内容を分析する際、西村の「数学的・社会的価値観に基づいて判断する能力」の3つの水準を用いることとする。

2 研究の目的

余りのあるわり算において、解を吟味する活動を設定した際の子どもの学びの変容を「数学的・社会的価値観に基づいて判断する能力」の3つの水準を基に分析し、解を吟味する活動を取り入れた授業の在り方を探ることを目的とする。

3 研究方法

3.1 調査時期

平成30年6月

3.2 調査単元

小学校第3学年

「あまりのあるわり算」（計2時間）

①あまりを切り捨てる問題（1時間）

②あまりを切り上げる問題（1時間）

3.3 調査対象

新潟県公立小学校3年生（25名）

3. 4 調査方法

授業プロトコルやノート、ホワイトボードの記述

3. 5 分析の視点

西村 (2013)⁸⁾の「数学的・社会的価値観に基づいて判断する能力」にある3つの水準を基に考察する。これらの水準より、価値観の質の変容によって、解を吟味する活動の質の高まりを捉えることとする。

3. 6 単元末における定着状況の把握

光文書院算数テストを基にした「期待得点 (全国平均点)」と「研究対象児童の正答率」との比較。

ただし、テストには「余りを切り上げる問題」のみ出題されているため、関係する3問のみ取り上げる。

4 実践の概要

4. 1 単元名「あまりのあるわり算」

4. 2 授業で扱う教材とその意図

公立学校で使用されている各社の検定済み教科用図書を比較すると、「余りを切り上げる」問題については、必ず取り扱っている。しかし、「余りを切り捨てる問題」においては、6社中4社の取り扱いとなっている。本研究においては、現実場面を基に、解を吟味する上で、両方の問題を意図的に取り入れることとする。そうすることで、計算結果は「●あまり▲」でも、現実場面では、あまり▲を切り捨てることがあり、場合によっては切り上げることがあると比較しながら理解することで、あまりの処理についての理解を深めることができると考えた。

4. 2. 1 余りを切り捨てる問題

調査対象の児童が使用する教科用図書には、「余りを切り捨てる問題」の取り扱いがない。そこで、日本文教出版⁹⁾3年上p104の問題を基に教材をアレンジした。

日本文教出版の余りを切り捨てる問題	アレンジした余りを切り捨てる問題
お楽しみけんが23まいあります。このけん5まいで、くじびきが1回できます。くじびきを何回することができますか。	けんが□枚あります。このけん5枚で、くじ引きが1回できます。くじびきを何回することができますか。 ↓ けんが24枚あります。このけん5枚で、くじ引きが1回できます。くじびきを何回することができますか。

先行研究より「余りを切り上げる問題」に比べ、児童にとって理解しやすい内容であることが明らかになっている。そこで、アレンジの手法「□の利用」「易は難に」を用いる。□を利用することで立式を容易にし、答えが「4あまり4」のように、商とあまりが同じ数字になるように数値を変更し難易度を上げる。そうすることで、4の意味に意識が向き、「商=くじ引きの回数」と「余り=余った券の枚数」を区別しながら、解の意味を考える必要感のある教材とした。

4. 2. 2 余りを切り上げる問題

提示する問題は、6社中5社で採用している「長いす」問題とする。しかし、余りを切り上げて考えることは、児童にとっての困難性が明らかになっていることから、立式や求答 (商と余り) を容易にし、「切り捨てる問題」との違いを明確にする必要があると考え、教材をアレンジする (アレンジの手法: 難は易に) こととした。具体的には、授業導入において前時の復習である「余りを切り捨てる問題」を提示する。その後、「余りを切り上げる問題」を提示する。その際、問題で扱う数は変えず、「同じ式になる」ことを確認した上で、「式は同じでも場面が違う」「求めようとしていることが違う」ことに着目させ、「余りをどうすればよいのか」といった解の吟味を中心とした授業を組織する。

導入で提示した「ア余りを切り捨てる問題」と「イ余りを切り上げる問題」
ア 花が30本あります。この花を4本ずつたばにして、花たばを作ります。4本ずつの花たばはいくつできますか。 ↓ イ 子どもが30人います。1きゃくの長いすに4人ずつすわります。全員がすわるには、長いすは何きゃくいりますか。

5 結果と考察

5. 1 余りを切り捨てる問題

【導入場面】

T 1	(問題文を板書)『けんが□枚あります。このけん5枚でくじ引きができます。』	T 6	なるほど。C 5さん, では, もし10枚だったら何回くじが引けますか?
C 1	券が□まいある	C 5	2回です。
C 2	電車に乗る券?	CC	同じです。
T	(問題場面のイラストを提示)	T 7	同じように習ったわり算を使うと…
C 3	そっちの券か!	CC	10÷5
T 2	こういうくじ引きをしたことがある人?	T 8	次の枚数ならどうですか?(24枚と板書)
CC	(C: 7名が挙手)	CC	24枚…
T 3	C 4さん, もし, 券が5枚あったら, 何回くじを引けますか?	T 9	C 6さん, 式はどうなりますか?
C 4	…1回です。	C 6	24÷5です。
T 4	みなさんどうですか?	CC	そうそう。いいです。
CC	同じです。そうです。	C 7	答えは, 4あまり4です。
T 5	わり算をつかうと…	T 10	それでは, くじ引きが引ける回数は…
CC	5÷5	CC	4回 4あまり4回
		CC	何で4あまり4回? 4回?

T 3からT 6の児童とのやり取りから、「券が5枚あれば、くじが1回引ける」「券が10枚あれば、くじが2回引ける」ことを理解していることが分かる。これを基に、T 8で券の枚数を24と示すと、A児は「24÷5」と発言し、複数の児童が賛成していることから、□を利用することで、券の枚数に応じたくじ引きの回数や回数を求める式を想起していると判断できる。その後、計算の結果(4あまり4)から、くじ引きが何回引けるか問い返すと、「4回」「4あまり4回」と反応があった。どうしてそのように考えたか聞き返す児童が数名いた。この姿を互いの考えに問いをもっている姿と捉え、「4あまり4」はくじ引きが何回引けることになるのか考えることとした。

【グループでの解を吟味する活動 1班3名】※これまでの学級の実態を基に、生活班(3~4名)を基本とした

計算結果「4あまり4」を基に、くじ引きの回数について個人で考える時間を数分間とった後(水準1)の1班3名のノート記述を基にした立場は以下の通りである。

H児: 筆算の解 4あまり4 を問題の解にしている

I児: 商の4のみを問題の解としている

※3名とも式表現のみで、図的表現はノートにない。

J児: 問題の解を5としている(理由の記述はなし)

H 1	私は、わり算の筆算をすると(筆算)になるから、答えは4余り4になると思う。	
I 1	私は、券が5枚で1回だから、4回だと思う。余り4の4ではない。	
J 1	えっ? どういうこと?	
H 2	だから、Iちゃんは、(右図をかき始める) 券が5枚で1回くじがひけるから、…ここまでで券が20枚で、くじは4回引けるってことね。4枚は残ってるってことだよ?	
I 2	そうそう。あと1枚あれば、もう1回引けるけど、4枚余っているの。	
J 2	あ~そういうことか…おれ5回だと思ってた。	

1班の対話から、H 1, I 1の段階では、互いに相反する考えを述べているにも関わらず、水準1からの変容は見られなかった。しかし、J児は、I 1の説明を理解することができず、聞き返している(J 1)。これは、相反する価値観に対して疑問を投げかけていると評価する。

このI 1の説明についてのJ 1の反応に対して、I児が説明するのではなく、H児が説明を始めている(H 2)。H 2の発言から、Iの考え(Hと相反する価値観)を受け入れ、図的表現を用いながら、J児に説明することができた姿は水準3の判断を下していると評価できる。ただし、説明の最後に、I児に対して「4枚は残ってるってことだよね?」と確認している。この時点で、「くじ引きの回数4」と「余りの枚数4」の違いを認識しつつも、自信はな

いことが伺える。

H 2の説明に対して、同意し、ノートには記述していない「あと1枚あれば、もう1回引ける」という、「余りの枚数とくじ引きの回数」の意味について説明を加えている。つまり、I 児にとって、H 2（相反しない考え）の説明を受け、余りの意味の捉えを確かなものにする事ができたといえ、水準2への変容と評価できる。

J 2は水準3の判断を下しているかは、なぜ「5回くじが引けるかと考えていたものが、4回だと修正したか」詳細な説明をしていないため、判断することはできない。

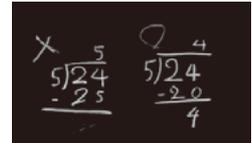
また、I 1・H 2・I 2の説明から、「商の4」と「余りの4」を区別し、4の表す意味を説明していることが分かる。これは、商と余りの数を同じにしたことで、意味を区別して考える必要があると認識した姿といえる。

さらにIは、この後学級全体で解を吟味する活動の際、Hの筆算の考えを修正し説明したことから、水準3の判断をしたと評価する。

【学級全体で解を吟味する活動】

黒板上に各班のホワイトボードを掲示した。特に質問や意見がでなかったため、説明が途中になっている班を取り上げ、続きの説明ができるか児童に投げ掛けた後、Iが挙手し、説明を始めた場面である。

I	券5枚で1回ということは、 $5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 25$ といくと24をすぎるから… (同じ班のHが駆け寄ってアドバイスを始める)
T 19	さっと、お助けが入っていいですね。いいですよ、2人で協力して言っても。1人は心細かいこともあるよね。
H	$24 \div 5$ をすると、5の段で考えると $5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 25$ となって、25は24をすぎているのでわり算ができなくなります。それがこれ(商に5を立てたとき)で4-5はできないから、十の位から繰り下げるとしても、十の位が引けなくなってしまいます。だから、これ(商が5)はまちがっている式です。
I	これ(商が4)は、 $24 \div 5 = 4$ で20、24を過ぎていないので引けます。だから、くじは4回ひけます。
T 20	習った筆算を使って、説明したのですね。
C C	はい。筆算でもできる。



Iは他の班のホワイトボードで説明が途中になっている文章を読み上げた。しかし、続きをうまく説明することができなかった。そこに、Hが駆け寄り、相談を始めた。Hがグループでの意見交換でうまく意味づけられなかった自身の筆算の考えを用いて、券が5枚ずつでくじが1回ずつ引けることを説明していることが分かる。ただし、筆算の結果から、くじが何回引けるかについては言及していない。その後、Iが筆算で立てた商の4を指し示し、くじが4回引けることを付け足して説明した。このIの姿は、グループでの話し合いの際には、自身の「4あまり4」を吟味することはできたが、うまく意味づけることのできなかったHの筆算の考えを基にしても、くじ引きの回数が商で分かることを理解した姿と言える。つまり、Iは筆算という方法でもくじ引きの回数が求められるという妥当な数学的判断を下していると評価でき、水準3への上昇を見取った。

5. 2 余りを切り上げる問題

【導入場面】

T 1	(問題文提示)『花が30本あります。この花を4本ずつたばにして、花たばを作ります。4本ずつの花たばはいくつできますか。』	T 5	次の問題です。(問題文とイラストを提示)『子どもが30人います。1きゃくの長いすに4人ずつすわります。全員がすわるには、長いすは何きゃくいりますか。』
C 1	昨日と同じだ。	C C	ぎゅうぎゅうだ。これもわり算。
C 2	花束になった。	T 6	式は言えますか。
T 2	式はどうなりますか。	C 5	$30 \div 4$ です。
C C	$30 \div 4$ です。	C C	えっ? 同じ。答え分かった。
T 3	計算して、答えを求めましょう。	T 7	計算したら、どうになりましたか。
C 3	$30 \div 4 = 7$ あまり2 7束できて2本あまります。	C 6	7あまり2です。どうですか?

C 4	7束はいいんですけど、あまり2本はいらな と思います。	CC	同じです。 いいです。
T 4	C 4さんが、あまり2本はいらなと言っ ますが、どうですか。	T 8	7あまり2 さっきの問題と同じ式だから、も う解決ですね。
CC	いらな。答えなくていい。7束だけ。	CC	2人座れません 全員すわるのが違う
		CC	問題がちがう 聞かれてることが違う

T 1で前時の余りを切り捨てる問題を提示した。C 1・2の発言から、既習と結びつけて考えていることが分かる。また、問題の場面から余りを切り捨てて考える必要性をC 4の発言から見取ることができる。T 5で余りを切り上げる問題と余りを切り捨てる問題と並べ、対比的に提示した。C 5から式が同じになることに気づき、C 6の発言と全体で、計算結果の「7あまり2」を容易に見い出した。T 8で、余りの処理の違いに着目させるため、問い返した。すると、数名が問題文を指さしながら、「全員座る」という問題の場面や条件の違いに着目した反応があった。これを「あまり2＝座れない2人」をどうすればよいか問いをもち、解の吟味の必要性に意識が向いている姿と判断した。

【グループでの解を吟味する活動 2班4名】

7あまり2をどのようにしたらよいか個人で考える時間を数分間とった後(水準1)の2班4名のノート記述を基にした立場は以下の通りである。

- K：余りの2人に他の2人を呼んで座ればよい
- L：余りの2人をどのようにすればよいか分からない
- M：余りの2人をどのようにすればよいか分からない
- N：余りの2人は小さい椅子に座ればよい

N 1	小さい椅子があれば、2人でそれに座ればいいのに。
L 4	残りの2人でもう1つの椅子に座るってこと？
N 2	そうそう。
M 3	みんなに分かるようにかこう。
L 5	式もかく？
N 3	椅子は8脚だよ。
L 6	分かった分かった 7 + 1で8
M 4	答えの8は、残りの2人が8脚あれば座れるから・・・
L 7	よしできた。じゃあ、最初から読みます。説明は7脚できて、残りの2人にもう1脚椅子を用意すれば良いので、式はその椅子の7たす、もう1脚あればいいの1で8になって、答えが8で、理由は答えの8は椅子が8脚あれば、残りの2人が座れるからです。

2班の序盤の対話は、Kを中心に進み、長椅子に4人ちょうどが座れるよう、もう2人を呼ぶという考えにLとMは反対することはなかった。このことから、この時点でLとMは、Kの考えを受け入れ、納得していると判断し、水準1から水準2へ変容していると見なす。また、Nは対話に参加していなかったことから、水準1からの変容はないと言える。

しかし、その後Nから、「小さい椅子」という新たな発想が提案された(N 1)。この発言をきっかけに、L 6、M 4の反応から、「他の2人を呼ぶ」という考えから離れ、「もう1脚増やす」という考えを取り入れ、水準3の判断を下していると評価できる。また、自力解決後のノートに、N児は「小さな椅子」があれば全員座れると考えていたが、「8脚」という椅子の数についての記述がなかった。それがLとMとの対話を通して、小さな椅子を「1」として数えて「8脚(N 3)」と理解を深めていることから、水準2に変容していると判断する。

【学級全体で解を吟味する活動】

3人ずつ座ればよいと考えた班が複数あったため、式を考えさせると「 $30 \div 3$ 」となり、「式が変わる」「問題の「4人ずつ座る」にならない」ことを確認した後の児童の話合いの様子である。

C36	ぼくたちの班はみんな、似ているところがあって、問題の答えを7脚じゃなくて、8脚にした方がいいということで、1つ増やした椅子は間があいたりするけど、その方がみんな同じになるからいいと思います。どうですか？
CC	・・・
T27	もう少し詳しく言える？
C36	みんな同じにするために、残りの2人が立っていると、みんな同じじゃないから、もう1つ椅子を増やして、2人座れば、みんな同じになる。
T28	みんなどう？
CC	いいと思います。
T29	つまり、椅子は何脚必要なの？
CC	8脚
T30	8脚あれば、必ずみんな座れるということですか？
CC	はい。そうです。
C37	ぎゅうぎゅうで座っている4人と楽に座っている2人がいる・・・
CC	あ～！
T33	何かいいアイデアある？
CC	・・・
C38	でも、7あまり2だと8脚にならないから、式はかえた方がいいと思います。
T34	7あまり2じゃ8にならないということですね。
C39	7+1みたいに椅子をもうひとつたす式がいます。7脚+1脚=8脚
CC	あ～ そういうことか。
T35	8脚あれば、みんな座れるということは納得のようですね。じゃあ、ぎゅうぎゅうと楽なっていう話があったけど、こんな座り方だったらどう？（7脚目の1人を8脚目に動かして3人掛けにする図を提示）
C37	それいい。
CC	あ～。 ずるくない。

C36の「みんな同じにするために、残りの2人が立っていると、みんな同じじゃないから、もう1つ椅子を増やして、2人座れば、みんな同じになる。」という説明で、学級の仲間から一定の理解を得た。しかし、理解してもらえなかったC36の初めの説明の「1つ増やした椅子は間があいたりするけど」にうなずいている児童が数名いた。そのうちの1人が椅子の数ではなく、座り方（C37）について話した。C37は、自力解決とグループでの対話を通して、一貫して「余りの2人を出さないように、3人ずつ座ればよい」と考えていた児童であった。これは、現実場面を強く意識し、「こういう場合は、みんなが同じ椅子に、同じ人数ずつ座る」と考えている姿ともいえる。この自力解決とグループでの対話で、水準1から水準2へ変容していると判断できるが、数学的に正しい結果を得ることができないことから、妥当な判断（水準3）とはいえない。

しかし、「椅子が8脚あれば、全員が座れる」という導入問題で問われていることについては正しく答えられていても、日常生活に戻して考えると「1脚に4人ずつ7脚に座り、8脚目には残りの2人が座る」ことが妥当か再度吟味している姿でもある。

つまり、数学的な結果では、「4人掛け7脚と2人掛け1脚」でも、日常生活での座り方は、「4人掛けが6脚と3人掛けが2脚」である。後者の座りの方が、全員がより同じような条件で座ることができると社会的な価値観をもとに判断を下しているのである。それは、T35で7脚目と8脚目を3人掛けする場면을提案すると、多くの児童が納得する反応の中、「それいい」とC37も反応していたことから、自分の考えていた座り方と一致し、より現実的な座り方として納得していた姿からも見とることができた。

5. 3 単元テストの結果（余りを切り上げる問題）光文書院3年算数テスト「あまりのあるわり算」¹⁰⁾

左：全国平均正答率 右：対象学級正答率 ※問題文（1，2，3）は筆者が省略

1	6人乗りの乗り物に46人が全員乗る場合の台数。	2	51このいちごを1皿に6こずつ全部のせるときの枚数。	3	2の問題と答えが同じになる問題を3つから選ぶ問題
64%	72%	80%	84%	70%	84%

本実践2時間を含む単元の終わりに、テストを実施した。その結果、児童にとって困難性のある、余りを切り上げる問題3問において、全国平均正答率を上回った。誤答としては、切り上げずに「●あまり▲」と計算の結果をそのまま解答しているものが最も多かった。

6 結論

余りのあるわり算において、解を吟味する活動を設定することで、計算結果の意味について考え、西村のいう「数学的・社会的価値観に基づいて判断する能力」の上昇につながった。それには、以下の要因が考えられる。

6. 1 解の吟味が必要になる教材

余りを切り捨てる問題では、□を利用することで、立式が容易になった。その後、商と余りの数が共に4となるような数値に工夫し、問題の難易度を上げた。そうすることで児童は、同じ4でも「くじ引きの回数」なのか「余りの枚数」なのか、計算の結果の意味を考えることにつながった。

余りを切り上げる問題では、余りを切り捨てる問題と式が同じになるよう教材を工夫した。そうすることで、計算の負担が軽減されると同時に、場面の違いに着目させ、余りの処理の違いに追求の意欲が高まることにつながった。

どちらも教材の工夫を通して、児童の問いが生まれたことで、その後の解を吟味する活動において、友達の意見に耳を傾け、自分の考えを伝えようとする主体的な姿につながった。

6. 2 「3・4人グループ」から「学級全体」へ解を吟味する活動を設定した学習過程

2時間ともに「3・4人による生活班を中心としたグループ」での解を吟味する活動を設定した。そうすることで、自力解決後の結論(水準1)から、意見交換を通して、「くじ引きの回数と余りの枚数」「残っている2人を椅子1脚と見る」の意味を考え、判断を修正したり、強化したりするなど、数学的な判断の変容が確認できた。実践からは、J児やN児のように、主に対話を進めていた児童ではなく、第三者的立場の児童の疑問や発想が、対話を促す契機になることが示唆された。

また、グループでの活動では、数学的に妥当な判断を下す(水準3)ことが出来ない場合もある。そこで、学級全体でグループでの結論を紹介し合ったり、気づきを伝え合うことで、余りの処理の間違いに気づいたり、判断を修正したりする姿が確認できた。

つまり、解を吟味する活動においては、グループから学級全体へ2段階で活動を設定する必要があることが示唆された。

上記の2つの要因を意識した授業後の単元テストの結果から、児童にとって困難性のある「余りを切り上げる問題」における全国平均正答率を上回っていることから、手立ての有効性を示しているといえる。

本研究での2時間の実践を通して、余りを切り上げる問題についての難しさがより明確になった。それは、導入問題で問題場面を文章とイラストで示しても、「長いすに4人ずつ座る=4人座らなくてはならない=もう2人呼ぶ」や「30人全員が座る=3人ずつ座れば余りがいない」など、問題から暗的に解釈しやすい場面に置き換えてしまう児童の実態が見い出されたことである。

つまり、解説で示されている「日常生活の問題を解決し数学的な結果を得たときに、その結果をそのまま日常生活の問題の答えとするのではなく、日常生活の問題場面に照らし合わせて妥当かどうか判断し結論を得る」学習活動を組織する際には、日常生活を基にした「算数の問題」から「どんなことが言えるか・分かるか」など、場面や状況を基に、制限や条件、範囲など数学的に問題を捉える活動が必要といえる。このような活動をどう授業に位置付けていくかが今後の課題である。

引用文献・参考文献

- 1) 文部科学省(2016)『小学校学習指導要領総則』, 東洋館出版社
- 2) 文部科学省(2017)『小学校学習指導要領解説算数編』, 日本文教出版
- 3) 清野辰彦(2015)「余りのあるわり算における解の解釈に関する児童の困難性の分析」, 日本数学教育学会誌, 第97巻 第8号, pp2~11

- 4) 平林真伊 (2017) 「数学的モデル化における児童による解の解釈・評価とその促進—余りのあるわり算の問題を事例として—」. 数学教育学論究臨時増刊, pp33~40
- 5) 岡本光司, 両角達男 (2008) 『子どもの「問い」を軸とした算数学習』, 教育出版
- 6) 岡本光司 (2013) 「算数・数学授業における「クラス文化」と子どもの「問い」—文化の特性・働きに関する知見を基にして—」. 全国数学教育学会誌, 数学教育学研究, 第19巻 第2号, pp15~26
- 7) 松沢要一 (2010) 「学習意欲を高める算数・数学の教材開発—教材に具備させたい7つのキーワード」. 臨床教科教育学会誌, 第10巻 第1号, pp67~74
- 8) 西村圭一 (2013) 「数学的モデル化を遂行する力を育成する教材開発とその実践に関する研究」, 日本数学教育学会誌, 第94巻, pp47~56
- 9) 小山正孝ほか (2015) 『小学算数3年上』, 日本文教出版
- 10) 光文書院 『3年上算数2学期制A+V』

An Examination of Solutions in Division when there is a Remainder

Shigeru NAGAI* · Youichi MATSUZAWA**

ABSTRACT

This case study investigated how an elementary school third grade mathematics class took a solution-based examination and judged the mathematical result in light of problems encountered in everyday life, in order to reach a conclusion of “division with a remainder.” I analyzed the transformation of learning in the case of an examination of solutions based on three standards of “the ability to judge based on mathematical social sense of values.” The validity of the teaching materials needed to test solutions and the learning process that set the activity that a solution is examined as the whole class from a group was suggested as the factor.

* Hiyoshi Elementary School ** Teacher Professional Development