

主体的な学びを引き出す「予想」を取り入れた授業実践

—中学校 3 年生「相似な立体」指導において—

藤野 真

上越教育大学教職大学院 1 年

1. はじめに

1.1. 問題の所在および実践の背景

日本の中学生は国際比較の調査において、高い学力水準であることが知られている。しかし、TIMSS2019 質問紙調査結果（対象：中学 2 年生）によると、日本の中学生は数学の学習の楽しさや日常生活との関連に肯定的な回答をする割合が国際平均を下回っていることが明らかとなっている。

表 1：TIMSS2019 質問紙調査結果

	日本	国際平均
数学の勉強は楽しい	56	70
数学を勉強すると、日常生活に役立つ	73	81
数学を使うことが含まれる職業につきたい	23	49

文部科学省は TIMSS 調査結果を踏まえ、理数教育の充実として「日常生活や社会の事象、数学の事象から問題を見出し主体的に取り組む数学的活動を充実」「数学的活動を楽しめるようにするとともに、数学を学習する意義や数学の必要性などを実感する機会を設ける」といった方針を掲げている。

このような中学生の実態と国の動向を踏まえ、「数学的活動の充実」と「日常生活と数学の関連」の 2 つの視点から、生徒の主体的な学びを引き出すための授業実践を目指すこととした。

1.2. 主体的な学びとは

文部科学省は、主体的な学びを「学ぶこと

に興味や関心を持ち、自己のキャリア形成の方向性と関連付けながら、見通しを持って粘り強く取り組み、自己の学習活動を振り返って次につなげる」と説明している。また、平山(2021)は、これらを具体的な状況として以下の 5 つの要素にまとめた。

- ①興味関心（積極性）
- ②見通し（計画性）
- ③自己との関連付け（自覚）
- ④粘り強さ（自己調整力）
- ⑤振り返り（意味づけ・共有）

これらの要素を取り入れた授業実践が、生徒の主体的な学びを引き出すことにつながると考えられる。

1.3. 数学的活動とは

文部科学省は中学校数学科における数学的活動について、「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」としている。問題発見・解決の過程については、「日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程」と「数学の事象から問題を見だし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する過程」の 2 つをあげて説明している。

これらのことを授業実践の中で具現化していくことで、数学的活動の充実が図られると期待される。

2. 先行研究の検討

ここでは、「数学的活動の充実」と「日常生活と数学の関連」の2つの視点から、主体的な学びを引き出す授業に必要な具体的方策について、先行研究を基に検討していく。

2.1. 「予想」を授業に取り入れる

相馬(1995)は、「予想」を授業に取り入れることで、「学習意欲を高める」「考え方の追究を促す」「思考の幅を広げる」と述べている。予想することにより、正しいかどうかを明らかにしたいという気持ちや論理的な根拠を基に納得したいという気持ちが発生するとある。また、異なる予想が生じることで、自分ひとりでは考えなかったであろう事柄についても考察するきっかけができるとしている。

これらは、平山(2021)が示した主体的な学びの具体的状況である①興味関心(積極性)や③自己との関連付け(自覚)、④粘り強さ(自己調整力)との関連が深いと解釈できる。

また、「予想」を取り入れることにより、生徒が事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、自立的、協働的に解決していくことが期待される。つまり、文部科学省の説明する数学的活動の充実につながると考えられる。

2.2. 知的好奇心を引き起こす

波多野・稲垣(1973)では、生徒のうちに疑問を引き起こすことが、知的好奇心を起こさせることにつながるとしている。その方法として、「子どもの持つ信念や先入観の利用」「足がかりになる知識を与える」「既存の知識のずれに気付かせる」があげられている。つまり、見た目や直観等を基にした自分なりの考えをもつことができる題材や、既習の学習事項との関連が見られる題材を扱うことが知的好奇心を引き起こすことに効果的であると考えられる。

これらの要素を満たす題材を日常生活場面から見だし、授業課題とすることで生徒の知的好奇心を引き起こし、日常生活と数学の

関連を実感させる機会につながることが期待される。

2.3. 本実践への示唆

相馬(1995)、波多野・稲垣(1973)らの知見を基にして、生徒の信念や先入観を利用し、誤った予想が生じる題材を設定することで、本実践の目的である「数学的活動の充実」と「日常生活と数学の関連」の2つの視点からの、生徒の主体的な学びを引き出すことにつながると考えられる。

3. 実践の工夫した点

3.1. 「予想」を取り入れた授業展開

生徒の学習意欲を高めるため、「予想」を取り入れる授業展開とした。相馬(1995)は、「予想」を取り入れた授業の流れとして、以下のⅠ～Ⅴの流れを基本としている。

Ⅰ問題を理解する

Ⅱ予想する

Ⅲ課題をつかむ

Ⅳ課題を解決する

Ⅴ問題を解決する

本実践においては、この流れを参考にしながら、複数回の「予想」を取り入れた授業展開を構成した。

3.2. 誤った予想を生じさせやすい題材

本実践では、コップに入った飲み物を円錐型の容器に移す場面を扱った。コップ1杯の飲み物を、空の円錐型の容器に移すと半分の高さまで入った場合に、全部で何杯入れると円錐型の容器が満杯になるかを考えるものとした。

円錐型の容器では、半分の高さまで飲み物が入っていても、それは容器全体の体積の $\frac{1}{8}$ である。つまり全部で8杯入れると満杯になるのだが、生徒にとっては半分というキーワードや見た目に対して、8杯という結果は大きなギャップがあると考えた。また、円錐の体積公式の $V = \frac{1}{3}Sh$ の「 $\frac{1}{3}$ 」は誤った予想(3杯と考えてしまう)を生じさせることにつながると考えた。

3.3. 日常生活場面の設定及び具体物の提示

日常生活から問題を見だし、数学の必要性を実感する機会として、飲み物の量を比べる場面を提示した。円錐型の容器に入った飲み物の量について数学を活用しながら考察し、解決する過程を通して、数学が日常生活で役に立つことを実感する数学的活動になるのではないかと期待した。

また、生徒に数学の問題をより現実のものとして受け止めてもらうために、円錐型の容器とコップ、色水を用意し、実演しながら提示した。

課題をつかむ場面や解決する場面では、紙で作成した相似な円錐の模型を複数用意し、並べたり重ねたりする演示によって、数学的活動の充実を図った。円錐型の容器において、容器全体と色水が入っている部分とが重なっていて相似な円錐として見えにくく、数理的に捉えることが難しいと考えたからである。

4. 実践の概要

4.1. 授業実践について

実施日時：2022年11月中旬
対象生徒：A中学校3年生6学級
授業者：藤野真

対象生徒は、上越教育大学教職大学院の「学校支援プロジェクト」における連携協力校の中学3年生である。

4.2. 授業の実際

4.2.1. 導入（Ⅰ問題を理解する）

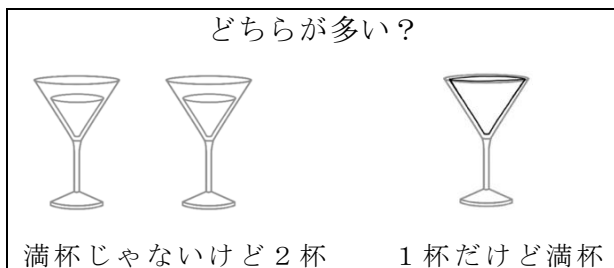


図1：開始時の予想

授業開始時に図1（円錐型の容器に飲み物が入っている。左は満杯ではないが2杯、右は満杯で1杯となっている。）をモニターに

提示して、どちらの量が多いかという問題を予想させた。学級によって違いはあるが、半分以上の生徒が左（満杯ではないが2杯）の方が多いと予想した。この活動を通して、本時では飲み物の量を比べる場面について考察していくことを確認した。ここでは、どちらが多くなるかは明かさず、授業を通して解決できるようになると伝えた。

4.2.2. 活動①（Ⅱ予想する）

【課題1】として、以下の課題を具体物を使って実演しながら提示した。

【課題1】

円錐型の容器に、コップ1杯の水を入れると、半分の高さまで入りました。全部で何杯入れると満杯になりますか？

直観としての予想となるように、実演後の30秒程度の短い時間で予想をさせ、全生徒の予想を挙手で確認し、黒板に示した。生徒の予想は3杯、4杯に集中し、6杯以上を予想する生徒はほとんどいなかった。3杯や4杯を予想した生徒に理由を聞くと、「半分の高さまで入っているから、あと2、3杯入れれば満杯になりそう」や「中学1年生の時にやった円柱と円錐の体積の実験で3杯になったのと同様ありそう」といったものがあつた。6杯と予想した生徒は、「円錐の上の方が広がっているから意外と入りそう」と述べていた。6学級での実践において、正しい8杯を予想した生徒は1人もいなかった。このことから、誤った予想を生じさせることができたと言える。

4.2.3. 活動②（Ⅲ課題をつかむ）

学級全体の予想を確認した後、容器全体を表す円錐模型と、水が入っている部分を表す円錐模型を用いて、この2つの円錐の体積を比較することで、実際に何杯で満水になるかを求めることができることを確認した。

計算に必要となる具体的な数値を与え、円錐型の容器全体の体積と、水が入っている部分の円錐の体積を計算で求めさせ、計算上で

は8杯となることを確認した。しかし、生徒は自分自身の予想と大きく異なることから、計算過程や数値に誤りがあるのではないかと、疑う姿が見られた。

その後、全部で8杯入ることを具体物での実演で確認した。生徒は自らの予想との違いや計算結果との一致に驚きを示していた。

4.2.4. 活動③ (IV課題を解決する)

【課題1】は、相似な立体の相似比と体積比をもとに明らかにできることを伝え、【課題2】として、立方体を使って相似な立体における相似比・表面積比・体積比の関係をまとめる学習を行った。

【課題2】

大きさの異なる立方体をもとに、相似な立体の相似比・表面積比・体積比の関係について調べましょう。

ここでは、1辺の長さが1cm, 2cm, 3cmの3種類の立方体における表面積と体積を調べて表にまとめ、それらの関係を基に、相似比を $m:n$ とすると、表面積比が $m^2:n^2$ 、体積比が $m^3:n^3$ となることを確認した。

これらの学習から【課題1】の場面では、容器全体と水が入っている部分の相似比が2:1の円錐となっていることから、体積比が3乗の比である8:1となることを確認した。【課題2】を通して、生徒は【課題1】の結果を改めて考察し、論理的な根拠を基に納得している姿が見られた。

4.2.5. 活動④ (V問題を解決する)

【課題3】として、高さが $\frac{2}{3}$ まで入っている場合について扱った。【課題1】と同様に、具体物を使って実演しながら提示した。

【課題3】

円錐型の容器に、 $\frac{2}{3}$ の高さまで飲み物が入っています。何杯飲むと、同じグラスで満杯まで入っている時よりも、多くの量を飲むことができますか？

ここでも、予想を取り入れた。見た目や直観を基に、2杯や3杯と予想をする生徒の姿

が見られた一方で、活動①～③の学習をもとに予想を立てている生徒もおり、見た目や直観よりも意外と多いのではないかと仲間と相談し、5杯や6杯といった予想をしている姿も見られた。足がかりとなる知識が与えられていることで、意欲的に予想に取り組むことができていた。

予想後に導入時の図1を再度モニターに表示し、図2に変化させることで、【課題3】が導入場面の問題と関連していることを確認した。

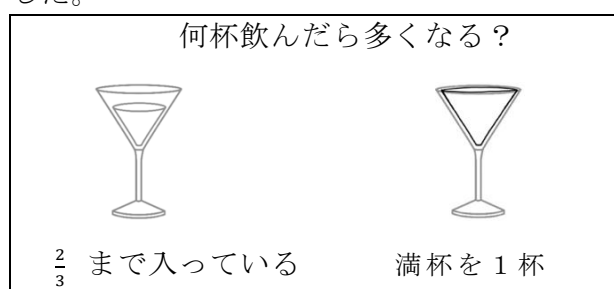


図2：導入場面と関連させた【課題3】

その後、容器全体を表す円錐模型と、高さが $\frac{2}{3}$ の円錐模型を用いて、相似な立体の体積を比べる場面であることを確認し、活動③で学習した相似な立体における相似比と体積比の関係を使って課題解決に取り組む時間を設定した。

半分程度の生徒が、体積比を求めることができていない様子が見られた。高さが半分の場合には、相似比が2:1になることはわかりやすかったようだが、高さが $\frac{2}{3}$ の場合には相似比がどのようになるのかが難しいようであった。また、相似比が $1:\frac{2}{3}$ と分数を含む比となってしまうことから、整数比の3:2に直すことや3乗の比となる体積比を求めることができずに手が止まっている姿も多く見られた。

個人解決の時間を数分とった後に、学習形態を班として活動する場面を設定した。そこでは、前述の相似比と体積比のつまづきに対して班の仲間が教える場面が見られ、ほとんどの生徒が体積比が27:8となることは納得

できた様子であった。その後は、各班内で【課題3】で問われている「何杯飲めば多くなるのか」について、体積比の27:8を使って論理的な説明まで話し合われている姿が見られ、粘り強く課題に取り組むことができていた。

各班が4杯という結果を導いたところで、3杯では満杯にならず、4杯目の途中で溢れることを具体物での実演で確認した。【課題1】の時のような驚きはなかったものの、数学を活用して日常生活場面の問題を解決することができることを実感する機会になったと考える。

4.2.6. まとめ

授業のまとめとして、相似な立体の性質（相似比・表面積比・体積比の関係）について確認した後、本時の活動や学習内容を通して学んだことや感じたことについての振り返りをワークシートに記述させた。

最後に、直観による予想は外れることもあり、数学を活用することでそのような事態を避けやすくなることを紹介して、授業を終えた。

4.3. 生徒の振り返り記述

授業のまとめとして記述した生徒の振り返りから、本実践の工夫との関連が深いものをいくつか紹介する。

- ・直観で「このぐらいだろう」と予想していた答えが実際の答えと全然違っていたので驚きました。確かめるために計算をしたら本当だったので、不思議でした。
- ・8杯という計算結果が出て絶対に入らないと思っていたけど、実際に入れてみる所を見て、直観よりも計算が正しいことがわかった。
- ・初めは最初の問いについて底面積×高さ× $\frac{1}{3}$ だから3杯だと思ったけど、途中で体積を比べたら8杯だとわかった。
- ・体積比は思っていたよりも差が大きくなり、見た目にはだまされてはいけないと思った。これからは見た目にはだまされず、数学を使って賢く生きたいと思った。

- ・最初はやはり見た目重視で考えてしまっていたが、計算をしているうちに「直観とこんなにも差があるのか！」と思いました。日常生活で正確に測ることはあまりないけど、直観で考えないことも気にして過ごしていきたいと思いました。
- ・実験をしながら授業が進んだので、理解がしやすかったです。
- ・はじめはこの問題を解くのに手こずっていたが、問題を解くにつれて知識が身についてきたので、できるようになった。
- ・はじめは円錐の形だというのに、普通のコップと同じ考え方をしてしまいました。だけど途中で円錐の形なので、上の方までいくとどんどん形が広がって行って、入る量が多くなるということに気付きました。

全ての学級において、予想と結果が異なったことについての記述が多数見られた。本実践の題材が、誤った予想を生じさせるものとなったことが見いだせる。また、誤った予想が生じたことで、正しいかどうかを明らかにしたいという気持ちや論理的な根拠を基に納得したいという気持ちを引き起こされていたことは生徒の取り組みの様子からも感じとることができた。

また、誤った予想や直観を、数学を活用することで正すことができるといった記述も多く見られた。飲み物の量という日常場面を扱ったことで、本時の学習内容と日常生活を関連づけるだけでなく、賢く生きるために数学を活用することができるといった視点を与えることにもつながったと考えられる。

また、具体物を使った実験や模型の提示についての記述も見られ、生徒の理解を促進し、粘り強い取り組みにも影響があったことが窺える。

5. 本実践のまとめと今後の展望

5.1. 本実践のまとめ

本実践では、生徒の信念や先入観を利用し、誤った予想を生じさせることを軸として、

「数学的活動の充実」と「日常生活と数学の関連」の2つの視点から、生徒の主体的な学びを引き出すことを目指した。

誤った予想を生じさせることで、論理的な根拠を基に納得したいという生徒の気持ちを引き起こすことができたと言える。その気持ちが、生徒の主体的な学びを引き出し、数学的活動をより充実したものに引き上げることが本実践で明らかになった。その際には、予想させる題材の選定が重要である。波多野・稲垣(1973)が述べているように、「子どもの持つ信念や先入観の利用」「足がかりになる知識を与える」「既存の知識のずれに気付かせる」といった視点をもとに題材を選定し、具体物での実演や課題の配列、授業展開を工夫をすることで、知的好奇心は一層引き出されることが見いだされた。

また、誤った予想が生じる題材を日常生活に即した場面と組み合わせることで、日常生活と数学の関連を実感する機会ともなり得る。誤った予想を引き起こす事象を、数学を活用して解決する学習過程は、数学的活動の具現化と言えるであろう。具体物での実演を取り入れることも、数学の実用性をより実感することにつながった。

本実践では、以下の3つの工夫を取り入れた。

- ・「予想」を取り入れた授業展開
 - ・誤った予想を生じさせやすい題材
 - ・日常生活場面の設定及び具体物の提示
- これらの工夫が、「数学的活動の充実」と「日常生活と数学の関連」の2つの視点から、生徒の主体的な学びを引き出すことに有効な手立てとなることを見いだされた。

5.2. 今後の展望

今後は、生徒の主体的な学びを引き出す上で、一定の成果が見いだされた本実践の工夫を他の単元にも展開していきたいと考える。日常生活場面の設定や具体物の提示が難しい場合等には、他2つの工夫を取り入れること

で、生徒の主体的な学びを引き出すことに有効な手立てとなりうるのかについても明らかにしていきたい。

また、本実践においては生徒の実態を授業中の様子と振り返り記述から明らかにしたが、主体的な学びや学習意欲の変容、日常生活と数学の関連に対する意識の変化を明らかにすることができるようなアンケート調査等を複数回実施することで、実践の有効性をより裏付けることになると考える。

引用・参考文献

- 杉本祐一(2021). 数学嫌いの改善を目指した自己効力感向上に関する支援の研究. 上越数学教育研究, 27, 57-66.
- 相馬一彦(1995). 「予想」を取り入れた数学授業の改善. 明治図書.
- 出口陽正(1999). 実験できる算数・数学. 仮説社.
- 波多野誼余夫, 稲垣佳世子(1973). 知的好奇心. 中央公論社.
- 平山達也(2021). 主体的な学びについての一考察. 鳶野克己教授退職記念論集, 82-95, 立命館大学人文学会.
- 文部科学省(2018). 中学校学習指導要領(平成29年告示)解説総則編. 日本文教出版.
- 文部科学省(2019). 平成29年改訂の小・中学校学習指導要領に関するQ & A(算数・数学に関すること).
https://www.mext.go.jp/content/1422350_001.pdf (2023.2.22 最終確認).
- 文部科学省(2020). 国際数学・理科教育動向調査(TIMSS2019)のポイント.
https://www.mext.go.jp/content/20201208-mxt_chousa02-100002206-1.pdf (2023.2.22 最終確認).